Ellipse, Hyperbel, Parabel

Spaltform der Tangentengleichung

Die Spaltform dient in allen anderen Kegelschnitten ebenso wie beim Kreis der Ermittlung der Tangente im Punkt T der Ellipse. Am folgenden Beispiel wird die Herleitung der Tangentengleichungen gezeigt. Wie bei der Berührbedingung funktioniert diese für jeden Kegelschnitt nach demselben Schema. Da wir durch die erste Ableitung die Steigung k der Tangente erhalten, können wir die Steigung auch hier durch implizites Differenzieren ermitteln.

ell: $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$

Gesucht ist die Tangente im Punkt T(x/y).

Durch implizites Differenzieren der Ellipsengleichung erhalten wir: $b^2*2a + a^2*2yy' = 0$

$$\Rightarrow y' = k = -\frac{b^2x_T}{a^2y_T} \qquad y_T \neq 0$$

$$y - y_T = -\frac{b^{2x_T}}{a^{2y_T}}(x - x_T) \Rightarrow a^{2y_T}y + b^2x_Tx = b^2{x_T}^2 + a^2{y_T}^2 = a^2b^2$$

Also $\quad t: b^2x_Tx + a^2y_Ty = a^2b^2$

Die Tangentengleichung gilt allerdings NICHT in den Hauptscheiteln. Warum? Wie kann man die Tangente in den Hauptscheiteln ermitteln?

ell: $t: b^2x_Tx + a^2y_Ty = a^2b^2$

hyp: $t: b^2x_Tx - a^2y_Ty = a^2b^2$

par: $t: yy_T = p(x + x_T)$

1. Ermittle die Gleichung der Tangente t im Punkt T(2/y>0)
   a. der Ellipse! ell: $3x^2 + 5y^2 = 32$
   b. der Hyperbel! hyp: $-16x^2 + 9y^2 = 80$
   c. der Parabel! par: $y^2 = 2x$

2. Von einer Ellipse in erster Hauptlage sind eine Tangente t und ihr Berührpunkt T gegeben. Ermittle die Gleichung der Ellipse! t: $x + 4y = 18$; T(2/y)

3. Von einer Hyperbel in Hauptlage sind eine Tangente t und ihr Berührpunkt T gegeben. Ermittle die Gleichung der Hyperbel! t: $x – y=3$; T(4/y)