

### Obermenge eines Unterraums im $\mathbb{R}^3$

Loesungsvorschlag

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 2z \\ 3z \end{pmatrix} \mid z \in \mathbb{R} \right\} = \left\{ z \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \mid z \in \mathbb{R} \right\} = \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right]$$

Der Vektor  $(0, 2, 3)^T$  ist nun eine Basis dieses Unterraums. Ich möchte einen größeren Vektorraum ( $V$  genannt), also füge ich einen weiteren (linear unabhängigen) Vektor zur Basis meines größeren Unterraums  $V$  dazu.

$$V := \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = \left\{ \mu \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \mid \mu, \lambda \in \mathbb{R} \right\}.$$

Die Dimension dieses Unterraums  $V$  des  $\mathbb{R}^3$  ist nun 2, also muss  $V \neq \mathbb{R}^3$  gelten. Weiter ist  $U$  sicher in  $V$  enthalten (setze  $\lambda = 0$ ), allerdings ist z.B. der Vektor  $(1, 0, 0)^T$  sicher nicht in  $U$  enthalten. Somit besitzt  $V$  die geforderten Eigenschaften.