Gerade als Unterraum

Angaben:

1. Die Gerade $g: \ y = 3x + 1$ ist gegeben. Ist g ein Unterraum des $\mathbb{R}^2$. Bestimme auch eine Parameterform von g
2. Die Gerade h ist durch den Punkt $P(16, 12)$ und den Normalvektor $n = (3, -4)^T$ gegeben. Ist h ein Unterraum des $\mathbb{R}^2$. Bestimme eine Parameterform von h.

Loesungen:

1. Die Schreibweise der Gerade als Menge lautet: $g = (x,y)^T | y = 3x+1$.
   Waehle nun x als Parameter. $g = \{(x, 3x+1)^T \mid x \in \mathbb{R}\} = \{(0+x, 1+3x)^T \mid x \in \mathbb{R}\} = \{(0,1)^T + (x,3x)^T \mid x \in \mathbb{R}\} = \{(0,1)^T + x(1,3)^T \mid x \in \mathbb{R}\}$.
   Wenn das x noch stoert, kann man es ruhig auch λ nennen.

   Damit nun die Menge g ein Unterraum ist, muss sie auch abgeschlossen bzgl. der Addition sein. D.h. die Summe zweier beliebiger Vektoren aus g muss wieder in g sein.

   Gegenbeispiel: $v := (0,1)^T, w := (0,1)^T$ sind aus g, aber $v + w = (0,2)^T$ ist nicht aus g, da dieser Punkt nicht auf der Geraden liegt! (Nachrechnen!)

2. Richtungsvektor von h: $r = (-(-4), 3)^T$.
   Parameterform von h: $h = \{(16,12)^T + \lambda(4,3)^T | \lambda \in \mathbb{R}\} = \{4(4,3)^T + \lambda(4,3)^T | \lambda \in \mathbb{R}\} = \{(4+\lambda)(4,3)^T | \lambda \in \mathbb{R}\}$.

   Mit $\mu = \lambda + 4$ folgt: $h = \{\mu(4,3)^T | \mu \in \mathbb{R}\}$.

   D.h. $h = [(4,3)^T]$ In Worten: h ist die lineaere Huelle des Vektors $(4,3)^T$ und somit ein Unterraum.