

## Lösungen:

### 1 Raumkurven:

1.  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \left(\frac{2}{3} + t, \frac{1}{3}\cos(t), \frac{4}{3}\sin(t) + 1\right)$
2.  $\vec{v} = (3, 2, 5), \quad \vec{a} = (0, 0, 0) := \vec{0}$
3.  $d = |\vec{s}(t = 10) - \vec{s}(t = 0)| = |(30, 20, 50) - (0, 0, 0)| = \sqrt{30^2 + 20^2 + 50^2} = 61.64 \text{ km}$

### 2 Raumkurven2:

1.  $d = \int_0^5 \sqrt{4^2 + 9\sin(t)^2 + 9\cos(t)^2} dt = \int_0^5 \sqrt{16 + 9} dt = \int_0^5 5 dt = 25$
2.  $d = \int_2^{17} \sqrt{\left(\frac{2}{2}t\right)^2 + \left(\sqrt{6} * t^{\frac{1}{2}}\right)^2} + 3^2 dt = \int_2^{17} \sqrt{t^2 + 6t + 9} dt = \int_2^{17} \sqrt{(t + 3)^2} dt = \int_2^{17} t + 3 dt = \frac{1}{2}t^2 + 3t \Big|_2^{17} = 195.5 - 8 = 187.5$

### 3 Höhere Anwendungen:

1.  $\nabla \times \vec{E} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial y} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_y \\ \frac{\partial}{\partial x} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_x \\ \frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{\partial}{\partial y} E_x \end{pmatrix}$
2.  $\epsilon_0$  ist die elektrische Feldkonstante, manchmal auch Dielektrizitätskonstante genannt oder Permittivität des Vakuums.  $\mu_0$  ist die magnetische Feldkonstante, bzw. Induktionskonstante oder Permeabilität des Vakuums. Sie hängen über die Formel  $\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$  zusammen, wobei  $c$  die Lichtgeschwindigkeit ist.
3.  $\dot{\vec{s}}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 8t \end{pmatrix} \Rightarrow W = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} \cdot \dot{\vec{s}}(t) dt = \int_0^{10} \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 8t \end{pmatrix} dt = \int_0^{10} (8 * 0 + 3 * 2 + 4 * 8t) dt = \int_0^{10} (6 + 32t) dt = 6t + 16t^2 \Big|_0^{10} = 1660$

### 4 Zusammenfassung:

1. Weil man die (drei-dimensionale) Raumkurve in drei einzelne Funktionen aufteilen kann und jede dieser Funktionen nur von demselben Parameter – meist „t“ genannt – abhängen.
2. Die Lösung einer gewöhnlichen DG ist eine Funktion in einer Variablen, die Lösung einer partiellen DG eine Funktion in mehreren Variablen (mindestens zwei).
3. Wie beim Raketenbeispiel illustriert, kann auch eine Massenänderung eine Kraft hervorrufen. In der Quantenphysik kann man sogar durch das Anlegen von Kräften Masse aus Energie erzeugen. Die Formel  $F = ma$  beschreibt zwar fast alle alltäglichen Phänomene die wir beobachten, in manchen Spezialfällen ist diese Beschreibung aber nicht ausreichend. „Das

Bessere“ ist also, das die zweite Definition „richtiger“ ist. Das „Schlechter“ ist hingegen, dass sie schwieriger und weniger anschaulich ist.

Bei einer Schreibweise mit Vektorpfeilen möchte man explizit darauf hinweisen, dass der Vorgang im drei-dimensionalen Raum stattfindet. Bei der anderen Schreibweise reicht einem die Wirkung. Die genaue Richtung im Raum ist nicht von Interesse.

4. Wenn man  $f(x)$  in die DG einsetzt, so erhält man:

$-4 \sin(2x) - 3(\sin(2x) + 2x^2 + 8) + 7 \sin(2x) + 6x^2 = -24$  und nicht  $= 0$ . Die Probe geht nicht auf. Die richtige Lösung ist  $f(x) = \sin(2x) + 2x^2$ , denn nun folgt beim Einsetzen:  
 $-4 \sin(2x) - 3(\sin(2x) + 2x^2) + 7 \sin(2x) + 6x^2 = 0$ .