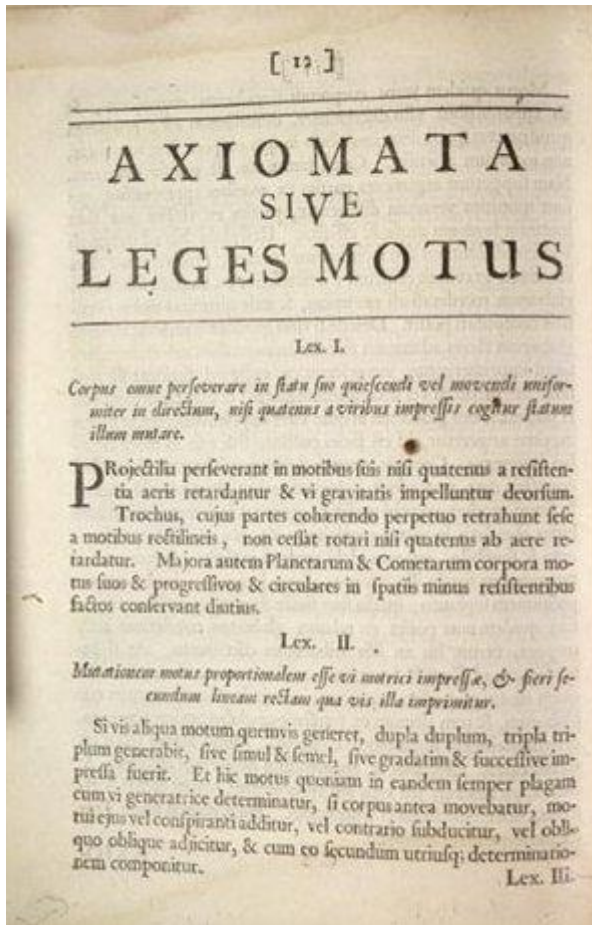


Das zweite Newton'sche Gesetz

Sir Isaac Newton legte bereits im Jahr 1687 mit seinem Werk „Philosophiae Naturalis Principia Mathematica“ (Mathematische Prinzipien der Naturphilosophie; so wie zur damaligen Zeit üblich verfasst in Latein) drei Grundgesetze fest, auf denen später die gesamte klassische Mechanik aufbauen soll. Diese drei Gesetze wurden von ihm unter „Axiomata, sive leges motus“ (Axiome, oder Gesetze der Bewegung) veröffentlicht. Hier ein Bild zu seiner Originalausgabe:



Der lateinische Originaltext zum zweiten Gesetz, auch lex secunda oder Aktionsprinzip genannt, ist: „Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.“

Übersetzt auf Deutsch: „Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.“

Das heißt, die Kraft hat die gleiche Richtung (den gleichen Richtungsvektor) wie die „Änderung der Bewegung“. Diese „Änderung der Bewegung“ wird heute meistens als Beschleunigung a aufgefasst. Mathematisch streng genommen ist die Änderung der Bewegung die Zeitableitung der Geschwindigkeit und damit sagt das zweite Newton'sche Gesetz eigentlich aus: $\dot{v} \propto \vec{F}$. (Der Punkt über dem v steht für die zeitliche Änderung (=Ableitung) der Variable v .) Der Proportionalitätsfaktor ist bekannter Weise die Masse und da Masse mal Geschwindigkeit gleich Impuls ist, so weiß man

heute, dass das zweite Axiom genau genommen $\vec{F} = \dot{\vec{p}}$ lautet. Diese Form ist die heute gültige Version der Definition einer Kraft. Sie hat einen wesentlichen Unterschied zur bekannteren – aber nicht ganz vollständigen – Version $\vec{F} = m\vec{a}$: Der Impuls eines Teilchens kann sich einerseits ändern, wenn sich dessen Geschwindigkeit ändert, aber ändert sich aber auch, wenn sich die Masse des Teilchens ändert. Das wohl bekannteste Beispiel hierfür ist ein Raketentriebwerk. Masse (die Produkte der Verbrennung) werden mit sehr hoher und etwa konstanter Geschwindigkeit ausgestoßen. Dadurch wird ein Schub – also eine Kraft – „erzeugt“, welche die Rakete antreibt. Und diese Kraft ist genau proportional zur Änderung der Masse und kommt auch physikalisch-mathematisch genau davon.

Das heißt, eine Kraft ist genau genommen nicht einfach nur $\vec{F} = m\vec{a}$, sondern eigentlich $\vec{F} = \dot{\vec{p}} = \dot{m}\vec{v} + m\dot{\vec{v}}$. In den meisten Fällen ändert sich aber die Masse eines Teilchens nicht und daher kann man die einfachere und bekanntere Form $\vec{F} = m\vec{a}$ verwenden ohne einen Fehler zu machen.

Um nochmals auf das Raketenbeispiel zurück zu kommen: Wir wissen also, dass die die Rakete antreibende Kraft $\vec{F} = \dot{m}\vec{v}$ ist – also die Änderung der Masse mal der (konstanten) Austrittsgeschwindigkeit der Brennstoffe. Wir wissen auch, dass die Rakete durch genau diese Kraft schneller wird (genau genommen vorerst nur, dass sich die Geschwindigkeit ändert) $\vec{F} = m\dot{\vec{v}}$. Das heißt, die Änderung der Masse mal konstante Geschwindigkeit der Brennstoffe muss das Gleiche sein wie die Masse der Rakete mal deren Änderung der Geschwindigkeit. Das kann man in eine einfache Differenzialgleichung gießen: $dm * v_{Gase} = m * dv$. Hier kann v_{Gase} als konstant angenommen werden. Diese Gleichung ist unter dem Namen „Impulssatz“ bekannt. Diese sehr einfache Differenzialgleichung kann ganz analog zum vorigen Kapitel allgemein gelöst werden. Das Ergebnis ist eine Funktion, welche die Geschwindigkeit der Rakete beschreibt. Sprich, wenn man die Anfangsmasse, Endmasse und Anfangsgeschwindigkeit kennt, kann man in die Funktion einsetzen und die Endgeschwindigkeit berechnen.