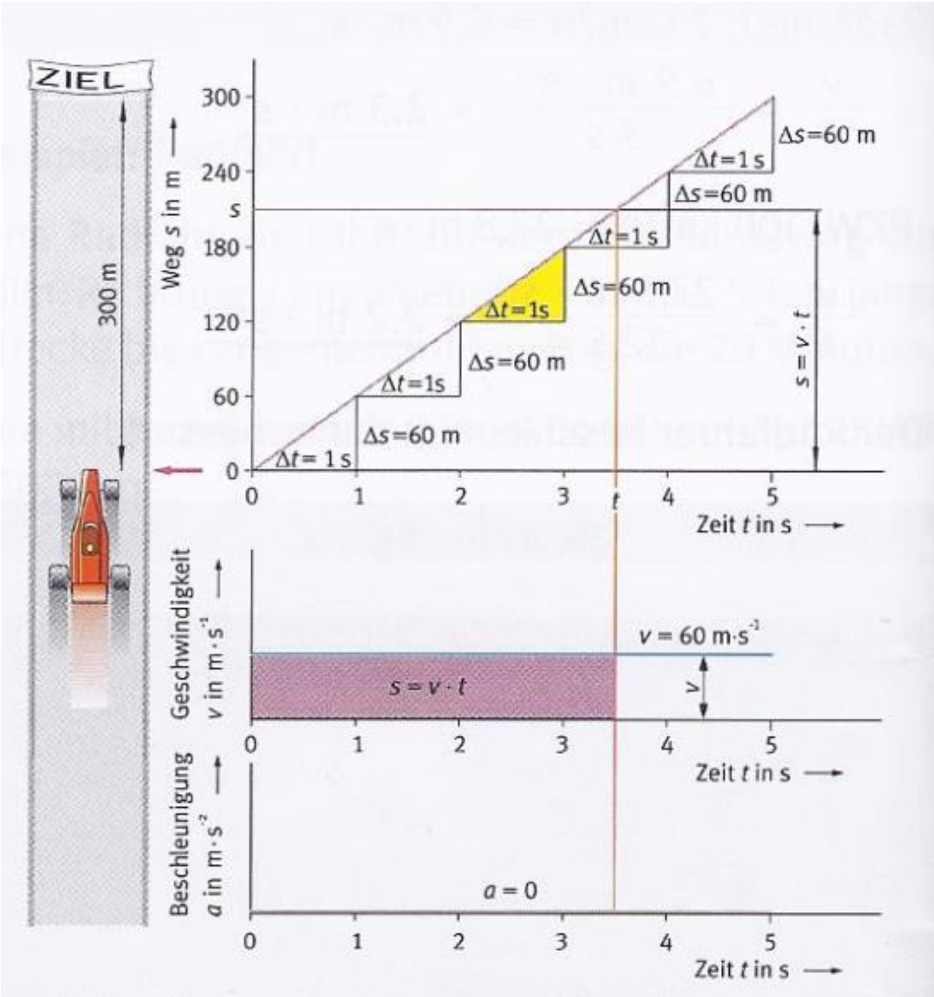
Gleichförmige Bewegung

Bei konstanter Geschwindigkeit gilt die Formel v = s/t, bzw. nach dem Weg umgeformt s = v*t. Trägt man in einer Grafik Zeit und Geschwindigkeit auf, so ist der zurückgelegte Weg die Fläche unter dieser Kurve.



Ist die Geschwindigkeit nicht konstant, so kann man gleich wie bei den Überlegungen zum Riemannintegral vorgehen, die Zeit t in viele kleine Stücke dt teilen und erhält so viele kleine Wegsummen ds. Die in der Physik übliche Notation dafür ist ds = v(t)*dt. Nun summiert man über alle Wegstücke ds, bzw. über alle Zeitintervalle dt. Das heißt, man integriert die Gleichung links und rechts: $\int_{s_0}^{s(t)} ds' = \int_{t_0}^{t} v(t') * dt'$.

Dies wird manchmal auch als Integralgleichung bezeichnet. Der zurückgelegt Weg wird allgemein von einem nicht bekannten Anfangsweg bis zum zurückgelegten Weg zur Zeit t integriert, die Zeit von einer vorerst nicht bekannten Anfangszeit t_0 bis zum Endzeitpunkt t. Da mathematisch streng genommen der Endzeitpunkt t als auch der Weg s andere Variablen sind als jene dt und ds über die man integriert, erhalten die Integrationsvariablen konventionell ein Apostroph ' - was in diesem Fall NICHT die Ableitung meint.

In der Physik verwendet man den Apostroph nicht als Kurzschreibweisefür die Ableitung! Ist die Geschwindigkeit konstant, so ist v(t) = v und man kann es aus dem Integral herausziehen. Integriert man nun auf beiden Seiten so erhält man:

$$s'|_{s_0}^{s(t)} = v * t'|_{t_0}^{t} \;\Leftrightarrow\; s(t) - s_0 = v * (t - t_0) \Leftrightarrow s(t) = s_0 + v * (t - t_0)$$

Meist wird der Startzeitpunkt als die Zeit t_0 = 0angenommen und ebenso der Anfangsweg s_0 = 0. Dann erhält man die bekannte Formel $s(t) = v * t$.

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Bei der gleichmäßig beschleunigten Bewegung nimmt die Geschwindigkeit gleichförmig mit der Zeit zu: v(t) = a*t, wobei a einekonstante Beschleunigung ist. Äquivalent wie oben ist es genauer sogar v$(t) = v_0 + a * (t - t_0)$, wobei man wieder v_0 = t_0 = 0 annimmt. Setzt man nun v(t) = a*t in $\int_{s_0}^{s(t)} ds' = \int_{t_0}^{t} v(t') * dt'$ ein, so erhält man $\int_{s_0}^{s(t)} ds' = \int_{t_0}^{t} a * t' * dt'$. Integrieren liefert:

$$s'|_{s_0}^{s(t)} = a * \left.\frac{t'^2}{2}\right|_{t_0}^{t} \;\Leftrightarrow\; s(t) - s_0 = a * \left(\frac{t^2}{2} - \frac{t_0^2}{2}\right) \Leftrightarrow s(t) = s_0 + a * \left(\frac{t^2}{2} - \frac{t_0^2}{2}\right)$$

Setzt man wieder t_0 = s_0 = 0, so bleibt die bekannte Formel $s(t) = \frac{a}{2}\, t^2$.