Zufällige Ereignisse

In der Natur treten gewisse **Ereignisse** *zufällig* auf, z.B. nach einem Wurf mit einem gewöhnlichen Würfel ist es unmöglich mit 100%-iger Sicherheit vorauszusagen welche Augenzahl gewürfelt wird. Die möglichen Ereignisse des **Zufallsexperimentes** Würfelwurf sind "1", "2", "3", "4", "5" und "6". Der Name "Zufallsexperiment" bedeutet, dass das Ergebnis dieses Experimentes nicht vorhersagbar ist.

Die Menge aller möglichen Ereignisse eines Zufallsexperimentes wird mit dem griechischen Buchstaben Ω (der **Ereignisraum** oder **Stichprobenraum**) bezeichnet,

d.h. in diesem Beispiel

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

Die Elemente von Ω nennt man *Elementarereignisse.*

Beim Würfelwurf ist z.B. "1" ein Elementarereignis.

Weitere Beispiele für Zufallsexperimente mit ihren dazugehörigen Ereignisräumen sind:

- Eine Münze wird geworfen. Die dazugehörigen Elementarereignisse sind {Kopf} und {Zahl}, d.h.

  $$\Omega = \{Kopf, Zahl\}$$

- Ein Radfahrer hat einen Platten und kauft sich einen neuen Schlauch. Durch die zufällige Auswahl des neuen Schlauches ist ein Zufallsexperiment gegeben. Als Lebensdauer (in Stunden) kommt jede reelle Zahl in Frage, rein theoretisch ist es ja möglich, dass ein Schlauch ewig dicht bleibt!
  Also ist

  $$\Omega = \{x | x \geq 0\}.$$

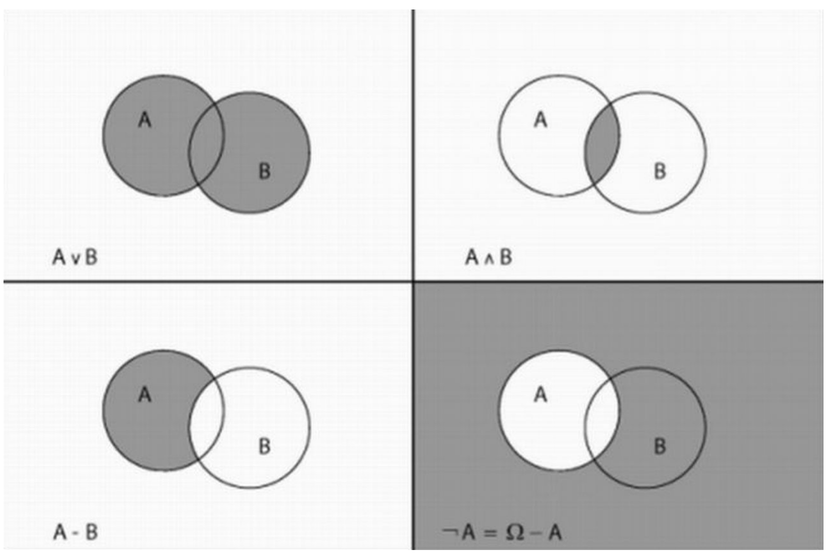
Bei Zufallsexperimenten kann man an einem einzigen Ereignis oder an einer Vielzahl von Ereignissen, die untereinander in Beziehung sein können, interessiert sein.

Beziehungen zwischen den Ereignissen werden durch **Mengenoperationen** dargestellt.

Seien A und B beliebige Ereignisse, dann ist

- $A \vee B$ das Ereignis, dass A, B oder A und B eintritt
- $A \wedge B$ das Ereignis, dass A und B eintritt
- $A - B$ das Ereignis, dass A aber nicht B eintritt
- $\neg A$ das Ereignis, dass A nicht eintritt (bzw. das Komplementärereignis von A).

Eine Illustration dieser Ereignisse ist folgende Grafik:



Sei z.B. A das Ereignis, dass eine Glühbirne eine Lebensdauer von maximal

2 Jahren hat, und B das Ereignis, dass eine Glühbirne mindestens 2 Jahre hält.

Dann ist

- $A \vee B$ das Ereignis, dass eine Glübirne zu jedem beliebigen Zeitpunkt eingeht
- $A \wedge B$ das Ereignis, dass eine Glühbirne nach *genau* 2 Jahren eingeht
- $A - B$ bedeutet, die Glühbirne wird irgendwann in den ersten 2 Jahren kaputt
- $\neg A$ heißt, die Glühbirne überlebt auf jeden Fall die ersten 2 Gebrauchsjahre

Weiters ist zu beachten:

- Der Ereignisraum Ω beinhaltet alle möglichen Ereignisse
- Das Komplement von Ω ist die leere Menge $\emptyset$
- Wenn für die Ereignisse A und B

$$A \wedge B = \emptyset,$$

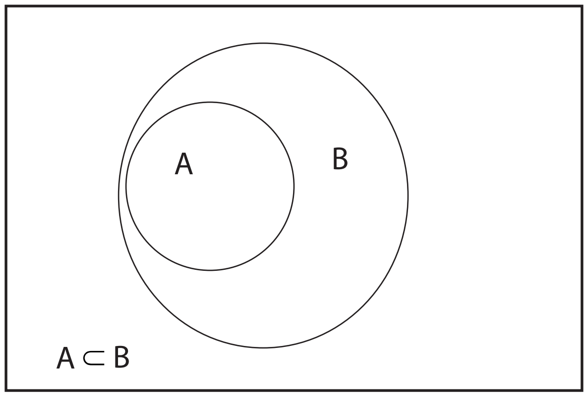
gilt, dann sind A und B **disjunkt**.

Falls die Menge A eine Teilmenge von B ist, so wird dies durch

$$A \subset B$$

symbolisiert.

Dazu eine grafische Veranschaulichung:



Es sei z.B. A die Menge aller PsychologiestudentInnen und B die Menge aller StudentInnen der Universität Wien. Dann gilt $A \subset B$, aber nicht $B \subset A$.

Die Menge aller möglichen Teilmengen von Ω wird als **Potenzmenge** von Ω bezeichnet (symbolisch $P(\Omega)$).

Sei etwa

$$\Omega = \{A, B, C\},$$

dann ist

$$P(\Omega) = \{\emptyset, A, B, C, \{A, B\}, \{A, C\}, \{B, C\}, \{A, B, C\}\}.$$