

# Das Summenzeichen: $\Sigma$

Bevor wir das Summenzeichen definieren, benötigen wir den Begriff der **Variable**.

Wir können eine Variable als ein *Symbol* bezeichnen, an dessen Stelle konkrete Zahlen eingesetzt werden können.

Also ist eine Variable eine Art von "Platzhalter". Häufig verwendet werden dabei z.B.  $X$  und  $Y$ . Dadurch kann man gewisse Berechnungen allgemein durchführen, ohne sich auf konkrete Zahlen festlegen zu müssen. Wie der Name schon sagt, *variieren* die Realisierungen (=Ausprägungen) einer *Variable* (im Gegensatz zu einer Konstanten).  $X$  könnte z.B. die Anzahl der inskribierenden Studenten an der Uni Wien sein. Wobei dieser Wert für jedes Jahr variiert!

Ein **Term** ist ein mathematischer Ausdruck, der aus Variablen besteht, z.B.  $X + Y$ .

Dieser Term besteht aus der Summe von 2 Variablen,  $X$  und  $Y$ . Falls man konkrete Zahlen einsetzt, etwa  $x = 2$  und  $y = 3$ , dann wird der Term zu  $2 + 3$ , eine Addition von 2 ganzen Zahlen, dessen Summe 5 ist. Also wird aus  $X + Y$ , nachdem man anstatt der symbolischen Platzhalter Zahlen einsetzt, eine 5.

Falls man mehrere Realisierungen einer Variablen (z.B.  $X$ ) hat, aber diese ebenfalls nicht mit ihrem numerischen Wert, sondern symbolisch darstellen will, so versieht man die Variable mit einem **Index**, d.h.  $x_1$  ist das Symbol für die 1. Realisierung der Variablen,  $x_2$  das Symbol für die 2. Realisierung der Variablen, usw.

Seien z.B.  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $x_4$  und  $x_5$  die Körpergewichte (in kg) von 5 StudentInnen.

Die *Summe* der Körpergewichte ist:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5.$$

Wie man sich vorstellen kann, wird ein derartiger Term mit wachsendem Index sehr unübersichtlich.

Man verwendet deswegen in der Mathematik den griechischen Buchstaben  $\Sigma$  als “*Abkürzung*” bzw. *Symbol* für eine Summe.

In unserem Beispiel gilt:

$$\sum_{i=1}^5 x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5.$$

Unter dem Summenzeichen  $\Sigma$  steht  $i = 1$ , über  $\Sigma$  steht eine 5. Das bedeutet dass man für das  $i$  in  $x_i$  hintereinander 1 BIS 5 einsetzt und aufsummiert.

Wir definieren für einen allgemeinen Bereich  $i = 1, \dots, n$  :

$$\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n.$$

Die Wahl der Bezeichnung für den Summationsindex ist beliebig. Man könnte ebensogut  $l$ ,  $k$  oder jeden anderen Buchstaben anstatt von  $i$  wählen!

Es gilt:

$$\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{l=1}^n x_l = \sum_{k=1}^n x_k.$$

Statt der Summe

$$\sum_{i=1}^n x_i$$

ist es manchmal üblich die folgende einfachere Schreibweise zu verwenden:

$$\sum_i x_i.$$

D.h., falls nicht anders angegeben, gilt:

$$\sum_{i=1}^n x_i = \sum_i x_i.$$