Die quadratische Matrix

Definition

Quadratische Matrizen besitzen die gleiche Anzahl von Zeilen und Spalten ($m = n$), d.h. sie sind vom Typ (m, m) bzw. (n, n):

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_{(m,m)} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm} \end{pmatrix}.$$

Die Elemente a_{ij}, die sich in der Diagonale von links oben nach rechts unten befinden, werden *Hauptdiagonalelemente* genannt, d.h. die Hauptdiagonale besteht aus $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{mm}$.

Ein Beispiel: die Hauptdiagonale der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

ist

$$\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}.$$

Diagonalmatrizen

Eine **Diagonalmatrix** ist eine quadratische Matrix, deren Elemente 0 sind bis auf die Hauptdiagonale, z.B.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Allgemein ist eine Diagonalmatrix durch die Bedingung

$$a_{ij} = 0 \quad \text{für } i \neq j$$

definiert.

Symmetrische Matrizen

Ein Beispiel einer symmetrischen Matrix ist

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Für **symmetrische Matrizen** gilt, dass sie gleich ihrer Transponierten sind:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^T.$$

Ihre Transponierte ist (Vertauschung der Zeilen und Spalten):

$$\mathbf{A}^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix},$$

also

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^T.$$

Ein weiteres Beispiel einer symmetrischen Matrix:

$$\begin{pmatrix} 12 & 2 & 8 \\ 2 & 5 & 0 \\ 8 & 0 & 7 \end{pmatrix}.$$

Einheitsmatrix E

Eine quadratische Matrix, in der alle Hauptdiagonalelemente den Wert 1 und alle anderen Elemente den Wert 0 besitzen, nennt man **Einheitsmatrix** ("**E**"), also

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$