

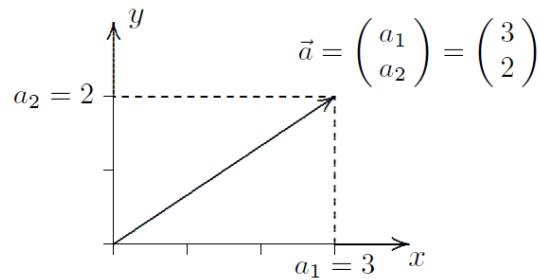
Der Betrag eines Vektors

1) Wie berechnet man den Betrag eines Vektors?

Der Betrag eines Vektors $\vec{a} = \overrightarrow{P_1P_2}$ ist die Länge seines Pfeils, also der Abstand zwischen den Punkten P_1 und P_2 .

Der **Betrag** eines Vektors $\vec{a} = \overrightarrow{P_1P_2} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ ist: $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

Beispiel:



$$|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

Anmerkung: in der Zeichnung ist $\vec{a} = \overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ der Ortsvektor des Punktes $P = (3|2)$.

2) Der Einheitsvektor

Ein Vektor mit Betrag 1 wird als **Einheitsvektor** bezeichnet (Bsp.: $\vec{e} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$).

Zu jedem Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ kann ein dazugehörigen Einheitsvektor \vec{a}_0 mit der gleichen Orientierung angegeben werden. Man erhält ihn, indem man die Koordinaten des Vektors \vec{a} durch seinen Betrag dividiert.

$$\vec{a}_0 = \frac{\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}}{|\vec{a}|} = \frac{\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}}$$

Beispiel: Berechne den zu $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ gehörigen Einheitsvektor

$$|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\vec{a}_0 = \frac{1}{5} \vec{a} = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} \end{pmatrix}$$