

Test

VORÜBUNG:

Stelle zeichnerisch und rechnerisch den Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}$ als Linearkombination von $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ dar. (Man nennt \vec{e}_1 , \vec{e}_2 und \vec{e}_3 die Standardbasis.)

1. AUFGABE: Prüfe jeweils, ob die beiden Vektoren linear abhängig sind.

Dieses Wissen benötigst du, wenn du prüfen willst, ob zwei Vektoren, Geraden oder Ebenen parallel sind.

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$

b) $u = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$

c) $\vec{p} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{q} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$

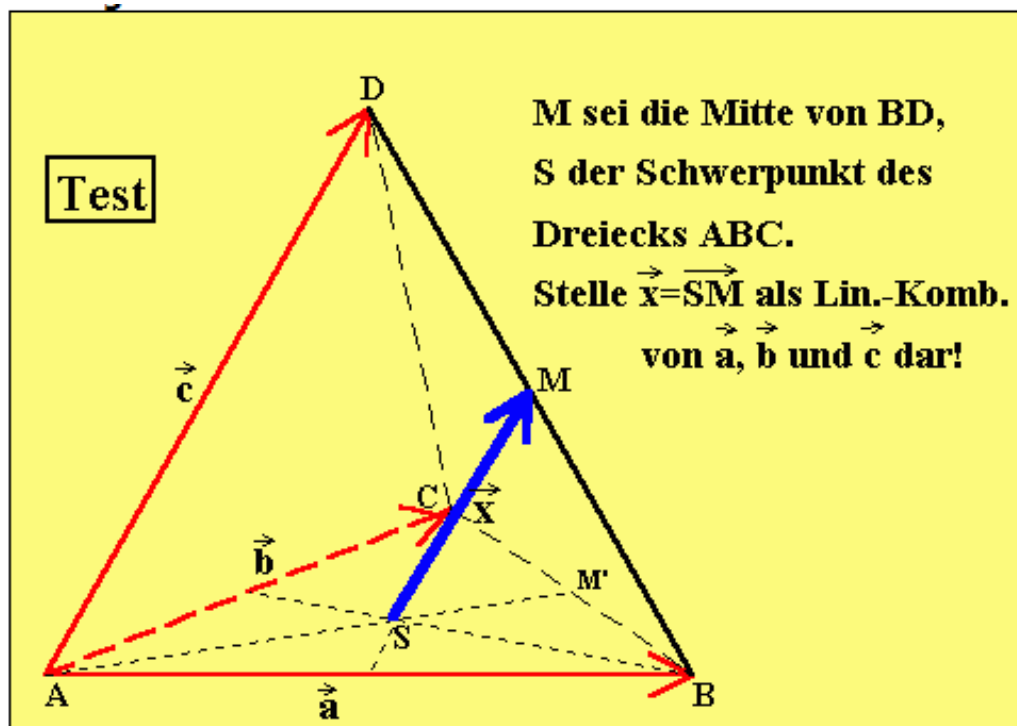
2. AUFGABE: Prüfe jeweils, ob die drei Vektoren linear abhängig sind.

Sind im \mathbb{R}^3 drei Vektoren linear unabhängig, dann bilden sie eine Basis, d. h. jeder Vektor kann als Linearkombination dieser drei Vektoren auf eindeutige Art und Weise dargestellt werden.

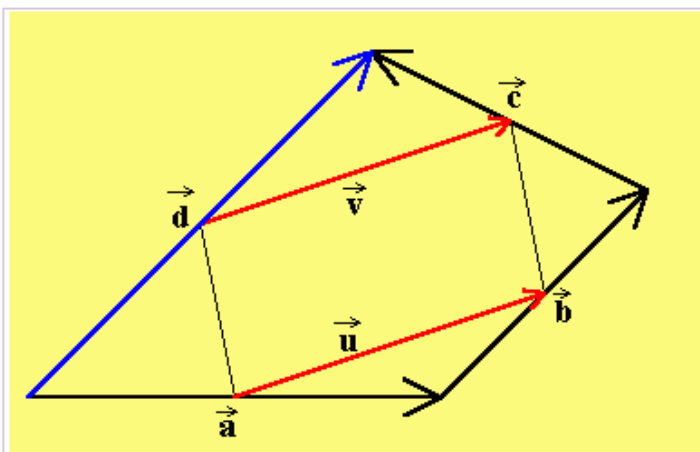
a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$

b) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

3. AUFGABE:



4. AUFGABE:



Die Vektoren \vec{u} und \vec{v} verbinden die Seitenmitten des Vierecks.

a) Stelle \vec{u} und \vec{v} als Linearkombination von \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} dar und zeige: $\vec{u} = \vec{v}$.

b) Beweise damit:

Verbindet man in einem Viereck die Mittelpunkte benachbarter Seiten, so entsteht ein Parallelogramm.

