

## RECHENBEISPIEL

Bestimme die Extremstellen und das Monotonieverhalten der Funktion. Fertige außerdem eine Graphik der Funktion an.

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 4x + 3$$

Um die Extrema bestimmen zu können berechnen wir die erste Ableitung von  $f(x)$ .

$f'(x) = x^2 - 6x + 4$ . Als nächsten Schritt setzen wir  $f'(x) = x^2 - 6x + 4 = 0$  und formen nach  $x$  um. Zum Lösen von  $x$  verwenden wir die kleine Lösungsformel und erhalten schließlich  $x_1 = 0.76$  und  $x_2 = 5.24$ .

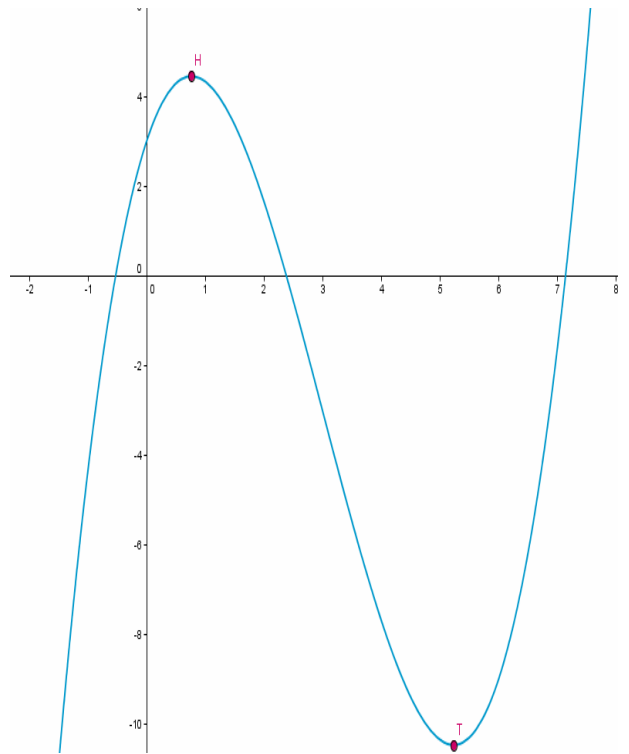
Als nächstes müssen wir entscheiden ob es sich um einen Hochpunkt oder Tiefpunkt handelt. Dafür berechnen wir die zweite Ableitung  $f''(x) = 2(x - 3)$  und setzen die beiden  $x$ -Werte in die Funktion ein.

- Für  $x_1 = 0.76$  erhalten wir  $f''(0.76) = 2(0.76 - 3) = -4.48$
- Für  $x_2 = 5.24$  erhalten wir  $f''(5.24) = 2(5.24 - 3) = 4.48$

Da für  $x_1$  der Wert der 2. Ableitung negativ ist, wissen wir, dass es sich um einen Hochpunkt handeln muss. Analog für  $x_2$  wissen wir, dass es sich um einen Tiefpunkt handeln muss.

Schlussendlich setzen wir die  $x$ -Werte noch in  $f(x)$  ein, um die entsprechenden Funktionswerte der Extrema zu erhalten:

- Für  $x_1 = 0.76$  gilt  $H(0.76/4.45)$
- Für  $x_2 = 5.24$  gilt  $T(5.24/-10.24)$



Anhand des Graphen können wir nun das Monotonieverhalten besprechen. Wir erkennen die folgenden Eigenschaften der Funktion und wissen daher:

- Sie ist für  $x < 0.76$  monoton steigend.
- Sie ist für  $0.76 < x < 5.24$  monoton fallend.
- Sie ist für  $x > 5.24$  monoton steigend.