

LÖSUNG

Angabe: $f(x) = x^4 - 3x^3 + x + 3$

Lösung:

Berechne die erste Ableitung: $f'(x) = 4x^3 - 9x^2 + 1$

Dann setzen wir $3x^3 - 9x^2 + 1 = 0$ und formen nach x um. Wir erhalten damit die drei Lösungen $x_1 = -0.31$, $x_2 = 0.36$ und $x_3 = 2.2$. Um zu prüfen, ob es sich um eine Extremstelle handelt, berechnen wir nun die zweite Ableitung $f''(x) = 12x^2 - 18x$. Nun setzen wir die beiden x -Werte in die zweite Ableitung ein und :

- Für $x_1 = -0.31$ erhalten wir $f''(-0.31) = 6.73$
- Für $x_2 = 0.36$ erhalten wir $f''(0.36) = -4.92$
- Für $x_3 = 2.2$ erhalten wir $f''(2.2) = 18.48$

Wir wissen jetzt also was ein Hoch- und ein Tiefpunkt ist. Jetzt brauchen wir nur noch die x -Werte in $f(x)$ einsetzen und erhalten die jeweiligen Funktionswerte der Extremstellen. Wir erhalten also folgende Extrema:

- $T_1 = (-0.31 / 2.79)$
- $H = (0.36 / 3.24)$
- $T_2 = (2.2 / -3.32)$

Monotonieverhalten:

- Für $x < -0.31$ monoton fallend.
- Für $-0.31 < x < 0.36$ monoton steigend.
- Für $0.36 < x < 2.2$ monoton fallend.
- Für $x > 2.2$ monoton steigend.

