

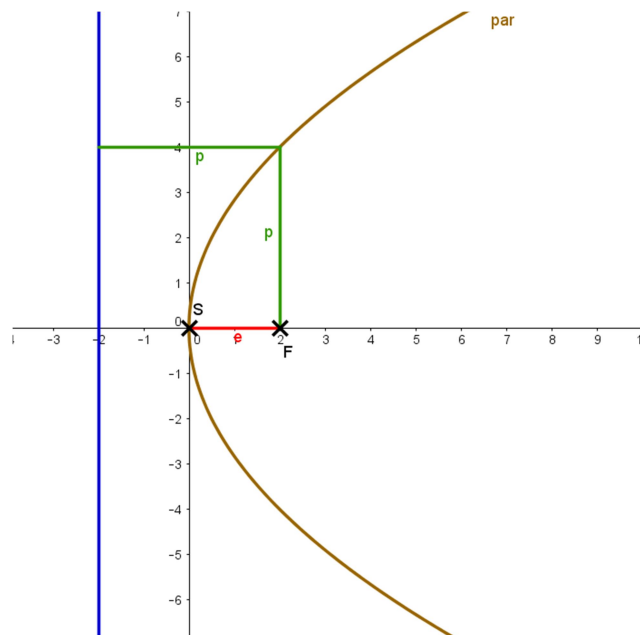
Die Parabelgleichung

Im Folgenden wollen wir die allgemeine Gleichung der Parabel im \mathbb{R}^2 in 1.Hauptlage herleiten.

Die Definition der Parabel par mit festem Brennpunkten F und Leitgerade l ist:

$$par = \{X \in \mathbb{R}^2 \mid |XF| = |Xl|\}$$

Aus folgender Grafik entnehmen wir entsprechende Werte:



Aus der Grafik erkennen wir, dass $F = (e|0)$, $p = 2e$ und $l: x = -e$. Daraus folgt, dass für alle Punkte $X = (x|y) \in \mathbb{R}^2$ gilt:

$$\overrightarrow{XF} = -\begin{pmatrix} x - e \\ y \end{pmatrix} \text{ und } |Xl| = x + e$$

Daraus folgt:

$$|XF| = \sqrt{(x - e)^2 + y^2}$$

Nun setzen wir in die Definition ein und berechnen:

$$|XF| = |Xl|$$

$$\sqrt{(x - e)^2 + y^2} = x + e$$

$$(x - e)^2 + y^2 = (x + e)^2$$

Wir setzen für $e = \frac{p}{2}$ ein:

$$\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2 = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2$$

$$x^2 - px + \frac{p^2}{4} + y^2 = x^2 + px + \frac{p^2}{4}$$

Nach umformen erhalten wir die Parabelgleichung 1.Hauptlage

$$y^2 = 2px$$

Für die Parabelgleichung in 2.Hauptlage vertauscht man einfach x und y und man erhält:

$$x^2 = 2py$$