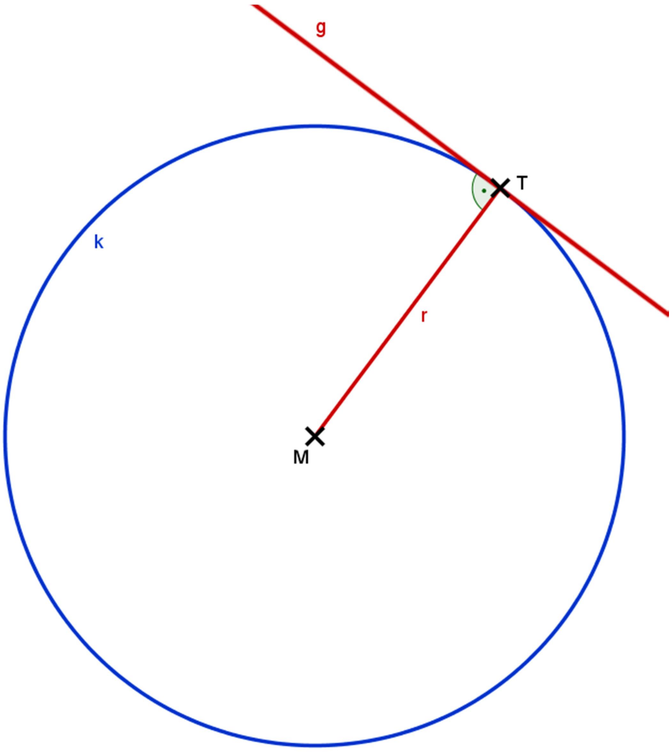
Die Berührbedingung des Kreises

Wir wollen uns überlegen, welche Bedingung erfüllt sein muss, um zu bestimmen ob eine Gerade g eine Tangente eines Kreises k ist.

Dazu sehen wir uns folgende Skizze an:



Wir erkennen, dass der Abstand zwischen der Geraden g und dem Mittelpunkt Mexakt dem Radius entspricht. Nehmen wir an, dass $P = (0|d) \in g$ und $\overrightarrow{n_0} = \frac{1}{\sqrt{1+k^2}}\begin{pmatrix} k \\ -1 \end{pmatrix}$ der Einheitsnormalvektor von g ist, dann gilt:

$$r = |Mg| = \left|\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{n_o}\right| = \frac{1}{\sqrt{1+k^2}}\left|\begin{pmatrix} -x_M \\ d - y_M \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} k \\ -1 \end{pmatrix}\right|$$
$$= \frac{1}{\sqrt{1+k^2}}\,|kx_M - y_M + d|$$

Nach umformen erhalten wir daher die Berührbedingung:

$$r\sqrt{1+k^2} = |kx_M - y_M + d| \iff r^2(1+k^2) = (kx_M - y_M + d)^2$$