## Beispiel 1:

Gegeben sind die beiden Funktionen $g$ und $l$. Die Differenzierbarkeit beider Funktionen ist vorausgesetzt. Beweise unter Benutzung der Ableitungsdefinition die Summenregel. Das heißt für $f(x) = g(x) + l(x)$ gilt: $f'(x) = g'(x) + l'(x)$

## Lösung:

Es gilt die Ableitungsdefinition: $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

$f(x) = g(x) + l(x)$ in obige Definition eingesetzt:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{g(x+h) + l(x+h) - g(x) - l(x)}{h}$$

Durch Umformungen erhalte ich:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{g(x+h) - g(x) + l(x+h) - l(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} + \frac{l(x+h) - l(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} + \lim_{h \to 0} \frac{l(x+h) - l(x)}{h}$$

$$f'(x) = g'(x) + l'(x)$$

■

## Beispiel 2:

Bilde die erste Ableitung der folgenden Funktionen unter Zuhilfenahme der im Unterricht besprochenen Ableitungsregeln. Vereinfache die Ergebnisse dabei soweit wie möglich!

a) $a = \frac{(x+3)^3}{x-3} \quad \frac{da}{dx} = ?$

b) $b = (x + o^2)\sqrt{x^2 - o} \quad \frac{db}{do} = ?$

c) $c = 2\cos^2(x) + 2\cos(x) \quad \frac{dc}{dx} = ?$

d) $d = \frac{x}{\ln x} \quad \frac{dd}{dx} = ?$

## Lösung:

Du kommst auf die nachfolgenden Ergebnisse unter Zuhilfenahme der jeweils nebenstehenden Ableitungsregeln.

a) $a'(x) = \frac{(x+3)^2 \cdot (2x-12)}{(x-3)^2}$ [QR, KR]

b) $b'(o) = \frac{-5o^2 + 4x^2 o - x}{2 \cdot \sqrt{x^2 - o}}$ [PR, KR]

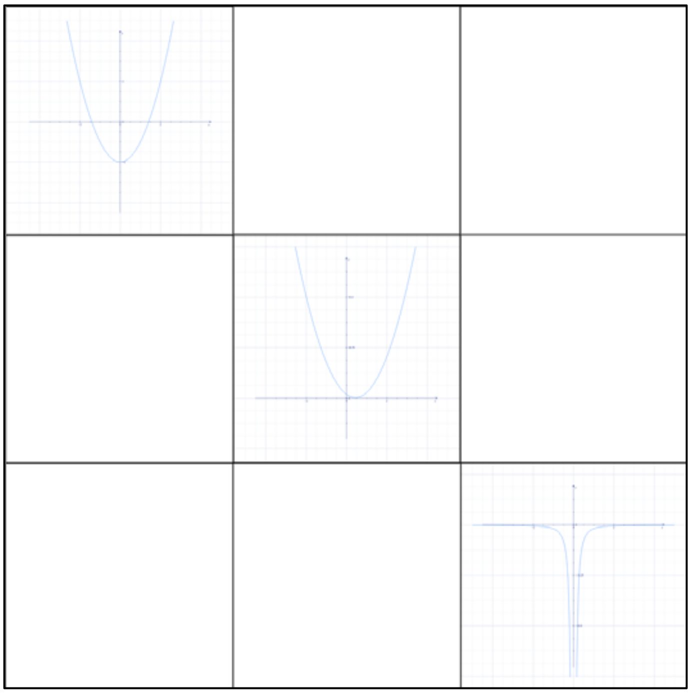
c) $c'(x) = -2 \cdot (\sin x + \sin(2x))$ [SR, KR, TR]

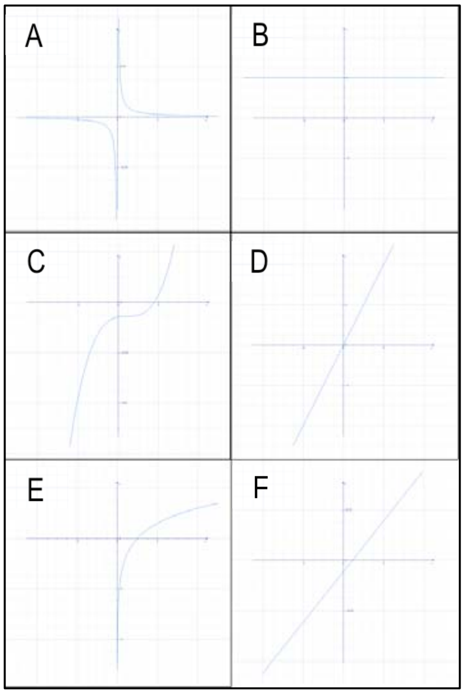
d) $d'(x) = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$ [QR, EL]

Legende:

SR ... Summenregel
PR ... Produktregel
QR ... Quotientenregel
KR ... Kettenregel
TR ... Ableitung trigonometrischer Fkt.
EL ... Ableitung der Exponential-/Logarithmusfkt.

Beispiel 3:
Fülle die leerstehenden Kästchen so aus, dass am Ende unter jedem Graphen einer Funktion der Graph seiner Ableitung steht:






Lösung:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Zeile 1: | Graph | Bild C | Bild E |
| Zeile 2: | Bild D | Graph | Bild A |
| Zeile 3: | Bild B | Bild F | Graph |

Beispiel 4:

Gegeben ist die Funktion $f\colon y = \frac{x^3 + \frac{3x^2}{2} - 6x - 9}{5}$ und der Definitionsbereich $D = [-4, 4]$. Löse folgende Aufgaben mit Hilfe von Mathematica:

a) Ermittle die Nullstelle(n), Hoch-, Tief- und Wendepunkte in $D$.
b) Fertige unter Verwendung deiner Ergebnisse aus a) eine genaue Zeichnung des Graphen von $f$ an.

Lösung:
siehe Hinweis im Lernpfad