

Workshop Analysis WS 2004/05

Folgen und Reihen - Konvergenz von Folgen

Petra Grell

1. Zeichne die folgenden Folgen mit dem Folgen-Plotter und skizziere das Ergebnis auf einem Zettel:

(a) $x_n = \frac{1}{n}$

(b) $x_n = -\frac{1}{n}$

(c) $x_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

Welche Monotonie-Eigenschaften besitzen die drei Folgen?
Was haben die drei Folgen gemeinsam?

2. Wahr oder falsch?

Die Folge $\langle 1; \frac{1}{2}; 1; \frac{1}{3}; 1; \frac{1}{4}; 1; \frac{1}{5}; 1; \frac{1}{6}; \dots \rangle$ nähert sich bei wachsendem n der Zahl 0.

Begründe deine Antwort!

3. Betrachten wir die Folge $x_n = \frac{1}{n}$. Zeichne die einzelnen Folgenglieder in ein Koordinatensystem, dh. jedem n wird der Wert seines Folgengliedes x_n zugeordnet (vergrößere die Einheiten, z.B. 1 Einheit sind 10 cm)

Was bedeutet nun folgende Aussage: „Wenn $n > 4$ ist, dann gilt $|\frac{1}{n} - 0| < \varepsilon$ für $\varepsilon = \frac{1}{4}$ “.

Versuche dies an Hand deiner Zeichnung zu verdeutlichen. Was bedeutet, dass der Abstand von $\frac{1}{n}$ zu 0 kleiner als ε ist?

Wie würde obige Aussage lauten, wenn wir für ε nun 0.13 wählen?
Versuche das passende n mit Hilfe deiner Zeichnung zu finden!

4. Zeichne die ersten 10 Folgenglieder von $x_n = \frac{1}{n}$ auf dem Zahlenstrahl ein (20 cm entsprechen 1 Einheit). Zeichne die sogenannte ε -Umgebung um 0 für $\varepsilon = \frac{1}{4}$ ein.

Markiere in Farbe, welche Punkte auf dem Zahlenstrahl in der ε -Umgebung von 0 liegen. Welche von diesen Punkten gehören der Folge an?

Ab welchem Folgenindex liegen die Folgenglieder in dieser Umgebung?
Verlassen die Glieder die Umgebung jemals wieder?

Zeichne nun die ε -Umgebung um 0 für $\varepsilon = 0.18$ ein. Ab welchem Index liegen die Folgenglieder in dieser Umgebung?

Was ist der Zusammenhang zwischen der ε -Umgebung, 0, den Folgengliedern und dem Ausdruck $|x_n - 0| < \varepsilon$? Veranschauliche dir dies mit Hilfe deiner Zeichnung!