

Aufgaben zur Linearen Optimierung

Dokumentnummer: DX1022
 Fachgebiet: Lineare Ungleichungssysteme

Einsatz: 2HAK (erstes Lernjahr)



1 Aufgabe 1

Figure 1:

$$Z = 30x_1 + 40x_2 \rightarrow \text{Max.}$$

mit $x_1 \leq 8$
 $x_2 \leq 16$
 $2x_1 + x_2 \leq 24$
 sowie $x_1, x_2 \geq 0$

```
--> load(simplex)$
(%o1)
C:/PROGRA~2/MAXIMA~3.0/share/maxima/5.27.0/share/simplex/simplex.mac

(%i2) u1:x1>=0;u2:x2>=0;
(%o2) x1 >= 0
(%o3) x2 >= 0

(%i4) u3:x1<=8;u4:x2<=16;u5:2*x1+x2<=24;
(%o4) x1 <= 8
(%o5) x2 <= 16
(%o6) x2 + 2 x1 <= 24

(%i7) NB:[u1,u2,u3,u4,u5];
(%o7) [ x1 >= 0 , x2 >= 0 , x1 <= 8 , x2 <= 16 , x2 + 2 x1 <= 24 ]

(%i8) ZF:30*x1+40*x2;
(%o8) 40 x2 + 30 x1

(%i9) l:maximize_lp(ZF,NB);
(%o9) [ 760 , [ x2 = 16 , x1 = 4 ] ]
```

2 Aufgabe 2

Figure 2:

$$Z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{Max.}$$

mit $2x_1 + x_2 \leq 12$
 $x_1 + x_2 \leq 7$
 $x_1 + 3x_2 \leq 15$
 sowie $x_1, x_2 \geq 0$

Ungleichungen, die sich nicht verändert haben, werden übernommen

```
(%i10) u1;u2;
(%o10) x1>=0
(%o11) x2>=0

(%i12) u3:2*x1+x2<=12;u4:x1+x2<=7;u5:x1+3*x2<=15;
(%o12) x2+2 x1<=12
(%o13) x2+x1<=7
(%o14) 3 x2+x1<=15

(%i15) NB:[u1,u2,u3,u4,u5];
(%o15) [x1>=0 , x2>=0 , x2+2 x1<=12 , x2+x1<=7 , 3 x2+x1<=15 ]

(%i16) ZF:2*x1+3*x2;
(%o16) 3 x2+2 x1

(%i17) l:maximize_lp(ZF,NB);
(%o17) [ 18 , [ x2=4 , x1=3 ] ]
```

3 Aufgabe 3

Figure 3:

$$Z = 20x_1 + 20x_2 + 12x_3 \rightarrow \text{Max.}$$

mit $10x_1 + 5x_2 + 2x_3 \leq 0,6$
 $4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \leq 1$
sowie $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Ungleichungen, die sich nicht verändert haben, werden übernommen

```
(%i18) u1;u2;u3:x3>=0;
(%o18) x1>=0
(%o19) x2>=0
(%o20) x3>=0

(%i21) u4:10*x1+5*x2+2*x3<=0.6;u5:4*x1+5*x2+6*x3<=1;
(%o21) 2 x3+5 x2+10 x1<=0.6
(%o22) 6 x3+5 x2+4 x1<=1

(%i23) NB:[u1,u2,u3,u4,u5];
(%o23) [x1>=0 , x2>=0 , x3>=0 , 2 x3+5 x2+10 x1<=0.6 , 6 x3+5 x2+4 x1<=1 ]

(%i24) ZF:20*x1+20*x2+12*x3;
(%o24) 12 x3+20 x2+20 x1

(%i25) l:maximize_lp(ZF,NB);
(%o25) [ 2.7999999999999999 , [ x3=0.1 , x2=0.08 , x1=-3.4694469519536142 10-18 ] ]
```

4 Aufgabe 4

Figure 4:

$$Z = 2u_1 + 5u_2 + u_3 + 2u_4 + u_5 \rightarrow \text{Max.}$$

mit

$$3u_1 + u_2 + u_5 \leq 10$$

$$u_1 + u_2 + u_3 \leq 4$$

$$u_2 + u_3 + 2u_4 + u_5 \leq 8$$

$$2u_1 + u_2 + 3u_3 + u_4 + 2u_5 \leq 12$$

sowie $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 \geq 0$

Ungleichungen, die sich nicht verändert haben, werden übernommen

```
(%i26) u1;u2;u3;u4;x4>=0;u5;x5>=0;
```

```
(%o26) x1 >= 0
```

```
(%o27) x2 >= 0
```

```
(%o28) x3 >= 0
```

```
(%o29) x4 >= 0
```

```
(%o30) x5 >= 0
```

```
--> u6:3*x1+x2+x5<=10;u7:x1+x2+x3<=4;u8:x2+x3+2*x4+x5<=8;
      u9:2*x1+x2+3*x3+x4+2*x5<=12;
```

```
(%o31) x5 + x2 + 3 x1 <= 10
```

```
(%o32) x3 + x2 + x1 <= 4
```

```
(%o33) x5 + 2 x4 + x3 + x2 <= 8
```

```
(%o34) 2 x5 + x4 + 3 x3 + x2 + 2 x1 <= 12
```

```
(%i35) NB:[u1,u2,u3,u4,u5,u6,u7,u8,u9];
```

```
(%o35) [ x1 >= 0 , x2 >= 0 , x3 >= 0 , x4 >= 0 , x5 >= 0 , x5 + x2 + 3 x1 <= 10 , x3 + x2 + x1 <= 4 , x5
+ 2 x4 + x3 + x2 <= 8 , 2 x5 + x4 + 3 x3 + x2 + 2 x1 <= 12 ]
```

```
(%i36) ZF:2*x1+5*x2+x3+2*x4+x5;
```

```
(%o36) x5 + 2 x4 + x3 + 5 x2 + 2 x1
```

```
(%i37) l:maximize_lp(ZF,NB);l:1, numer;
```

```
(%o37) [ 24 , [ x5 = 4 , x4 = 0 , x3 = 0 , x2 = 4 , x1 = 0 ] ]
```

```
(%o38) [ 24 , [ x5 = 4 , x4 = 0 , x3 = 0 , x2 = 4 , x1 = 0 ] ]
```