

RELATIONEN UND FUNKTIONEN

1 Relationen

1.1 Definition



Eine Relation, laut Wörterbuch ein Verhältnis, eine Beziehung, eine Zuordnung soll in der Mathematik eine Teilmenge einer Produktmenge sein.

1.2 Beispiele

```
(%i1) is(3<4)
/* Kleiner-Relation */;
```

```
(%o1) true
```

```
(%i2) A:{1,2,3}$
      B:{1,2,3}$
```

```
(%i4) is(A=B)
/* Gleichheitsrelation */;
```

```
(%o4) true
```

1.3 Relationen als Teilmenge der Produktmenge

A = {3,4,8} und B = {4,16}
 Relationsvorschrift: "x ist ein Teiler von y"

```
(%i5) A:{3,4,8}$
      B:{4,16}$
```

```
(%i7) AXB:cartesian_product(A,B)
/* die Produktmenge */;
```

```
(%o7) {[3,4],[3,16],[4,4],[4,16],[8,4],[8,16]}
```

```
(%i8) R:subset(AXB,lambda([e],is(mod(e[2],e[1])=0)))
/* lambda ist eine anonyme Funktion,
   e steht für das eingelesene Paar */;
```

```
(%o8) {[4,4],[4,16],[8,16]}
```

Relationsvorschrift: "x ist kleiner als y"

```
(%i9) R:subset(AXB,lambda([e],is(e[1]<e[2])));
```

```
(%o9) {[3,4],[3,16],[4,16],[8,16]}
```

Relationsvorschrift: "x ist gleich y"

```
(%i10) R:subset(AXB,lambda([e],is(e[1]=e[2])));
```

```
(%o10) {[4,4]}
```

Relationsvorschrift: "x ist größer als y"

```
(%i11) R:subset(AXB,lambda([e],is(e[1]>e[2])));
(%o11) {[8,4]}
```

2 Was sind Funktionen?

2.1 Definition

Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnung (Relation).
Es ist also jedem Element der ersten Menge genau ein Element der zweiten Menge zugeordnet.

Die erste Menge bezeichnet man als Definitionsmenge (D),
die zweite Menge als Wertemenge (W).

2.2 Beispiele

```
(%i12) A;B;
(%o12) {3,4,8}
(%o13) {4,16}
```

Funktion: "x = y/2"

```
(%i14) F:subset(AXB,lambda([e],is(e[1]=e[2]/2)));
(%o14) {[8,16]}
```

Funktion: "x = 2y"

```
(%i15) F:subset(AXB,lambda([e],is(e[1]=2*e[2])));
(%o15) {[8,4]}
```

Beispiele mit umfangreicheren Mengen

```
(%i16) D:setify(makelist(i,i,1,20))
/* makelist erzeugt eine Liste,
setify macht eine Menge daraus */;
(%o16) {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20}
```

```
(%i17) W:setify(makelist(i,i,-50,50));
(%o17) {-50,-49,-48,-47,-46,-45,-44,-43,-42,-41,-40,-39,-38,-37,-
36,-35,-34,-33,-32,-31,-30,-29,-28,-27,-26,-25,-24,-23,-22,-21,-
20,-19,-18,-17,-16,-15,-14,-13,-12,-11,-10,-9,-8,-7,-6,-5,-4,-3,
-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,
23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,
44,45,46,47,48,49,50}
```

Die Produktmenge hat 2000 Elemente, wir unterdrücken
deshalb die Ausgabe, indem wir statt ";" das "\$" Zeichen
zum Abschluss verwenden!

```
(%i18) P:cartesian_product(D,W)$
```

Funktion: " $y = x+1$ "

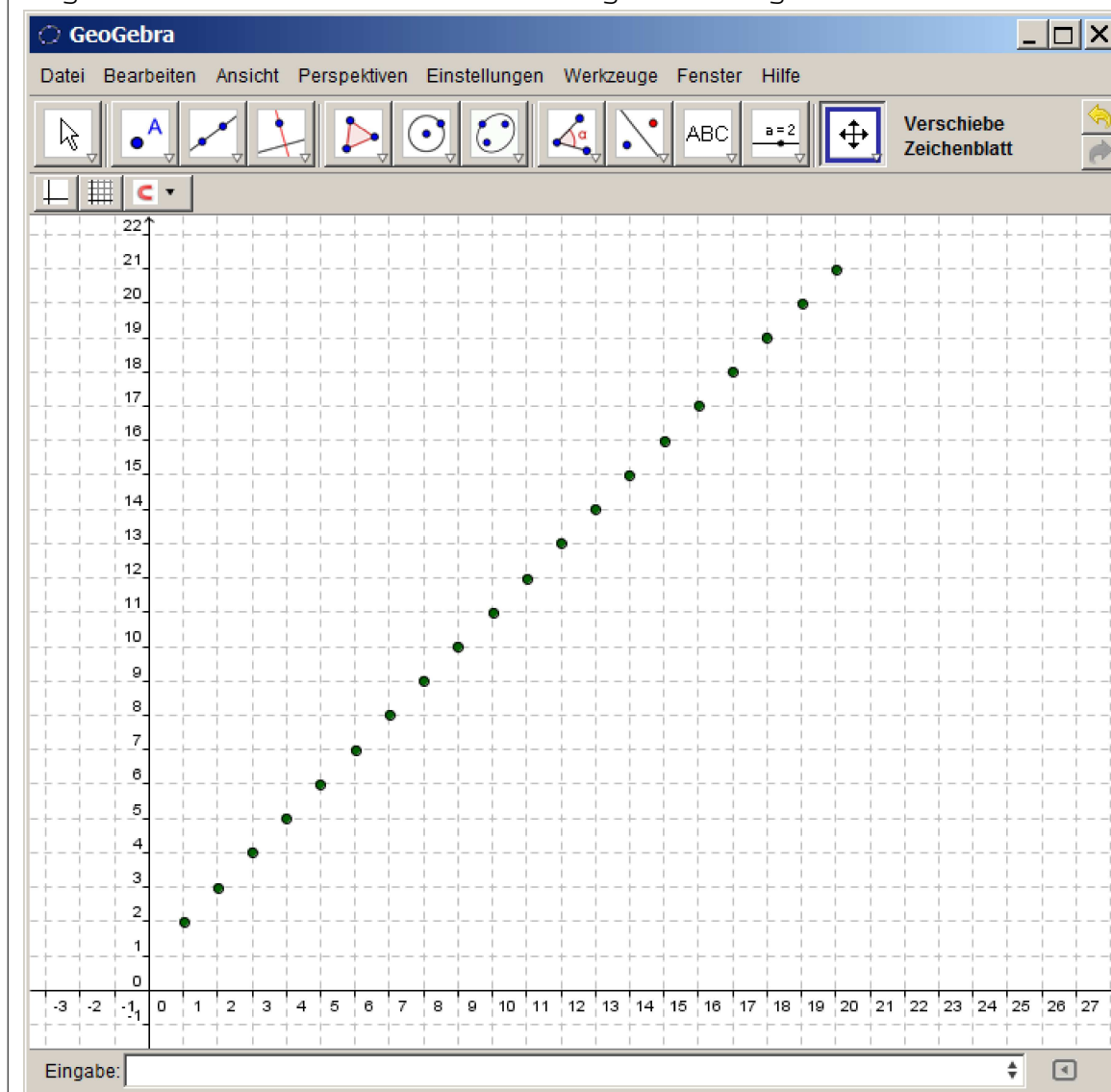
Anmerkungen: es ist üblich, die abhängige Variable y zuerst zu schreiben, $y = f(x)$.

Die abhängige Variable y ist eine Funktion der unabhängigen Variablen x .

```
(%i19) F:subset(P,lambda([e],is(e[2]=e[1]+1)));
```

```
(%o19) {[1,2],[2,3],[3,4],[4,5],[5,6],[6,7],[7,8],[8,9],[9,10],
[10,11],[11,12],[12,13],[13,14],[14,15],[15,16],[16,17],[17,18],
[18,19],[19,20],[20,21]}
```

Figure 1: Diese Funktion mit Geogebra dargestellt!



Funktion: " $y = x/2+1$ "

```
(%i20) F:subset(P,lambda([e],is(e[2]=e[1]/2+1)));
```

```
(%o20) {[2,2],[4,3],[6,4],[8,5],[10,6],[12,7],[14,8],[16,9],[18,
10],[20,11]}
```

```
(%i21) wertetabelle:transpose(listify(F))  
/* eine häufige Darstellung */;
```

```
(%o21) [ [ 2, 2 ]  
        [ 4, 3 ]  
        [ 6, 4 ]  
        [ 8, 5 ]  
        [10, 6 ]  
        [12, 7 ]  
        [14, 8 ]  
        [16, 9 ]  
        [18,10 ]  
        [20,11 ]
```

```
Funktion: "y ist Wurzel aus x"
```

```
(%i22) F:subset(P,lambda([e],is(e[2]=sqrt(e[1]))));  
(%o22) {[1,1],[4,2],[9,3],[16,4]}
```

Figure 2: Darstellung im Koordinatensystem

