

Eine klassische Extremwertaufgabe

Dokumentnummer: DX1677
 Fachgebiet: Analysis, Extremwertaufgaben,
 Analytische Geometrie,
 Listenverarbeitung, Informatik
 Einsatz: 4HAK (drittes Lernjahr)

Figure 1:

Programmbeilage	
Diese Programme müssen installiert sein:	
CAS Maxima von http://maxima.sourceforge.net (in der Windows-Installationsdatei ist wxMaxima integriert)	Und GUI wxMaxima http://wxmaxima.sourceforge.net

```
(%i31) kill(all)$
```

1 Aufgabe

Eine gegebene gerade natürliche Zahl (z.B. 10) ist in zwei Summanden zu zerlegen, sodass die Summe der Quadrate dieser Summanden ein Minimum wird!

2 Verarbeitung

2.1 Informatische Methode

```
(%i1) zahl:10
/* diese Eingabe kann verändert werden */;
(%o1) 10
```

```
(%i2) X:makelist(i,i,0,zahl);
(%o2) [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]
```

```
(%i3) Y:zahl-X;
(%o3) [10,9,8,7,6,5,4,3,2,1,0]
```

```
(%i4) S:X**2+Y**2;
(%o4) [100,82,68,58,52,50,52,58,68,82,100]
```

```
(%i5) L:sort(S);
(%o5) [50,52,52,58,58,68,68,82,82,100,100]
```

```
(%i6) min:L[1];
(%o6) 50
```

```
(%i7) Nummer:makelist(if S[i]= min then n:i,i,1,zahl+1 );
(%o7) [false,false,false,false,false,6,false,false,false,false]
```

```
(%i8) Loesung:[X[n],Y[n],S[n]];
(%o8) [5,5,50]
```

2.2 Extremwertaufgabe

```
(%i9) zahl;
(%o9) 10
```

```
(%i10) NB:x+y=zahl
/* Nebenbedingung */$
l:solve(NB,y)$
y:ev(y,l);
(%o12) 10-x
```

```
(%i13) HB:x**2+y**2
/* Hauptbedingung */;
f(x):='HB
/* für die geometrische Methode */;
(%o13) x2+(10-x)2
(%o14) f(x):=x2+(10-x)2
```

```
(%i15) ab:diff(HB,x);
(%o15) 2x-2(10-x)
```

```
(%i16) l:solve(ab=0,x);
(%o16) [x=5]
```

```
(%i17) x1:ev(x,l);
(%o17) 5
```

```
(%i18) y1:y,l;
(%o18) 5
```

```
(%i19) HB1:HB,l;
(%o19) 50
```

```
(%i20) Loesung
/* nach der informatischen Methode */;
(%o20) [5,5,50]
```

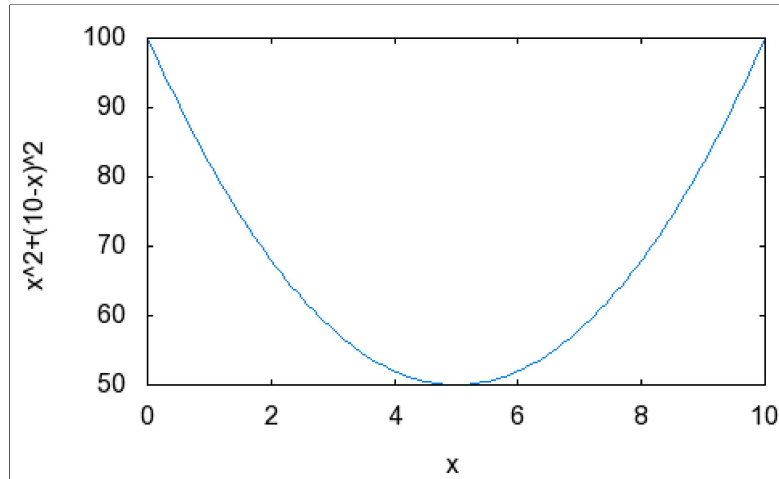
```
(%i21) Loesung:[x1,y1,HB1]
/* nach der Extremwertaufgabe */;
(%o21) [5,5,50]
```

2.3 Lösung nach der geometrischen Methode

```
(%i22) f(x);
(%o22) x2+(10-x)2
```

```
(%i23) wxplot2d([f(x)], [x,0,zahl])$
```

```
(%t23)
```



Der Scheitelpunkt liefert die Lösung und kann unmittelbar abgelesen werden.

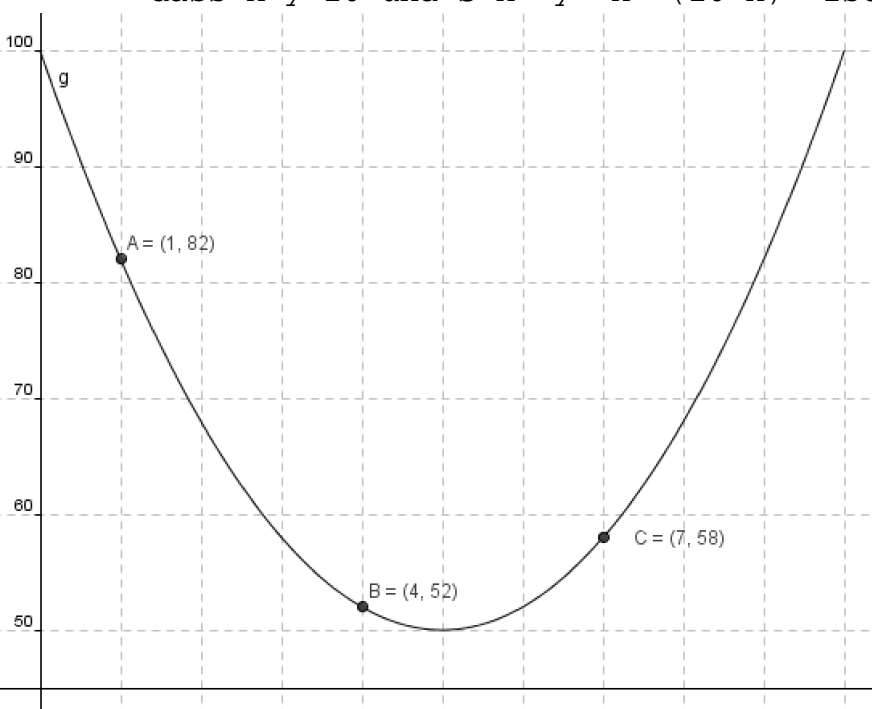
```
(%i24) kill(y)$
        HB:expand(HB)$
        a:coeff(HB,x**2)$
        HB:HB/a,expand$
        b:coeff(HB,x)$
        c:-b/2$
```

```
(%i30) Parabel:y+b*c=factor(HB-c**2)
        /* Scheitelform der Parabelgleichung */;
```

```
(%o30) y-50=(x-5)^2
```

3 Zum Nachdenken

Figure 2: Was bedeuten die Punkte A, B und C?
Dargestellt ist die Zielfunktion, wenn die gegebene Zahl 10 ist. Beachte, dass $x+y=10$ und $S=x^2+y^2=x^2+(10-x)^2$ ist.



□ **3.1 Bedeutung von Punkt A**

└ Für $x=1$ ist der Wert der Zielfunktion $S=82$.
Begründung:
 $x=1 \rightarrow y=9$ und $S=1^2+9^2=1+81=82$

□ **3.2 Bedeutung von Punkt B**

└ Für $x=4$ ist der Wert der Zielfunktion $S=52$.
Begründung:
 $x=4 \rightarrow y=6$ und $S=4^2+6^2=16+36=52$

□ **3.3 Bedeutung von Punkt C**

└ Für $x=7$ ist der Wert der Zielfunktion $S=58$.
Begründung:
 $x=7 \rightarrow y=3$ und $S=7^2+3^2=49+9=58$