

Grundlegendes zur Ableitung

Dokumentnummer: D2032
 Fachgebiet: Differenzialrechnung
 Einsatz: 4HAK (drittes Lernjahr)



1 Ableitung von Potenzen

```
(%i4) f(x):=x**2;
      g(x):=x**3;
      h(x):=x**4;
```

```
(%o4) f(x):=x2
```

```
(%o5) g(x):=x3
```

```
(%o6) h(x):=x4
```

1.1 Differenzenquotient

```
(%i7) k(x,h):=(f(x+h)-f(x))/h;
```

```
(%o7) k(x,h):=
$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

```

Steigung der Sekante,
 Differenzenquotient

1.2 Differenzialquotient

```
(%i8) 'limit(k(x,h),h,0)=limit(k(x,h),h,0);
```

```
(%o8) 
$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = 2x$$

```

```
(%i9) f(x):=g(x);
```

```
(%o9) f(x):=g(x)
```

```
(%i10) limit(k(x,h),h,0);
```

```
(%o10) 3x2
```

```
(%i11) f(x):=h(x);
```

```
(%o11) f(x):=h(x)
```

```
(%i12) limit(k(x,h),h,0);
```

```
(%o12) 4x3
```

```
(%i13) k:((x+h)**2-x**2)/h;
```

```
(%o13) 
$$\frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$$

```

```
(%i14) (2*h*x+h**2)/h;
```

```
(%o14) 
$$\frac{2hx+h^2}{h}$$

```

```
(%i15) 2*x+h;
(%o15) 2 x+h

(%i16) k:((x+h)**3-x**3)/h;
(%o16)  $\frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$ 

(%i17) (x**3+3*x**2*h+3*x*h**2+h**3)-x**3;
(%o17)  $3 h x^2 + 3 h^2 x + h^3$ 

(%i18) 3*x**2+3*h*x+h**2;
(%o18)  $3 x^2 + 3 h x + h^2$ 
```

Potenzregel:
Man bildet die Ableitung einer Potenz, indem man die Hochzahl um 1 vermindert und mit der alten Hochzahl multipliziert.

```
(%i19) f(x):=x**n;
(%o19) f(x):=xn

(%i20) limit(k(x,h),h,0);
(%o20)  $n x^{n-1}$ 
```

Die Funktion für die Ableitung ist diff (der Differenzialquotient - Steigung der Tangente).

```
(%i21) diff(x**n,x);
(%o21)  $n x^{n-1}$ 

(%i22) f(x):=3;
(%o22) f(x):=3

(%i23) diff(f(x),x);
(%o23) 0
```

□ 2 Weitere Regeln

```
(%i24) kill(all);
(%o0) done
```

□ 2.1 Regel vom konstanten Faktor

```
(%i1) f(x):=c*g(x);
(%o1) f(x):=c g(x)

(%i2) diff(f(x),x);
(%o2)  $c \left( \frac{d}{d x} g(x) \right)$ 
```

```
⌈ (%i3) kill(all);  
⌋ (%o0) done
```

□ **2.2 Summenregel**

```
⌈ (%i1) f(x):=u(x)+v(x);  
⌋ (%o1) f(x):=u(x)+v(x)
```

```
⌈ (%i2) diff(f(x),x);  
⌋ (%o2)  $\frac{d}{dx}v(x)+\frac{d}{dx}u(x)$ 
```

```
⌈ u'+v'
```