


# Lineare Regression

Dokumentnummer: D1192  
 Fachgebiet: Regression, Trendgerade,  
 Rechnen mit Summen, Gleichungen,  
 lineare Funktion  
 Einsatz: 2HAK (erstes Lernjahr)

Figure 1:

PROGRAMMQUELLEN UND PROGRAMMBEILAGEN	
<a href="http://maxima.sourceforge.net">http://maxima.sourceforge.net</a>	<a href="http://www.geogebra.org">http://www.geogebra.org</a>
<a href="http://wxmaxima.sourceforge.net">http://wxmaxima.sourceforge.net</a>	
	

## 1 Erklärungen zum Verständnis

### 1.1 Das Summenzeichen

Figure 2: Was bedeutet das Summenzeichen (ein großes griechisches Sigma)? Es ist übrigens auch aus vielen Tabellenkalkulationsprogrammen bekannt.

$$\sum_{i=1}^3 i$$

```
(%i1) sum(i,i,1,3)
      /* wir addieren die Werte
         i=1 + i=2 + i=3 */;
```

```
(%o1) 6
```

```
(%i2) ev(i,i=1)+ev(i,i=2)+ev(i,i=3);
```

```
(%o2) 6
```

### 1.2 Ein Beispiel

Figure 3: Ein weiteres Beispiel dazu:

$$\sum_{k=2}^7 k^2$$

### 1.3 Eine Übung

```
(%i3) sum(k**2,k,2,7)
/* wir addieren die Werte von k^2 für
   k=2 -> 2^2 = 4,
   k=3 -> 3^2 = 9,
   k=4 -> 4^2 = 16,
   k=5 -> 5^2 = 25,
   k=6 -> 6^2 = 36 und
   k=7 -> 7^2 = 49 */;

(%o3) 139
```

Figure 4: Noch drei Übungsmöglichkeiten:

$$\sum_{n=4}^{12} n + 1, \sum_{i=1}^5 i, \sum_{k=2}^4 \frac{1}{k}$$

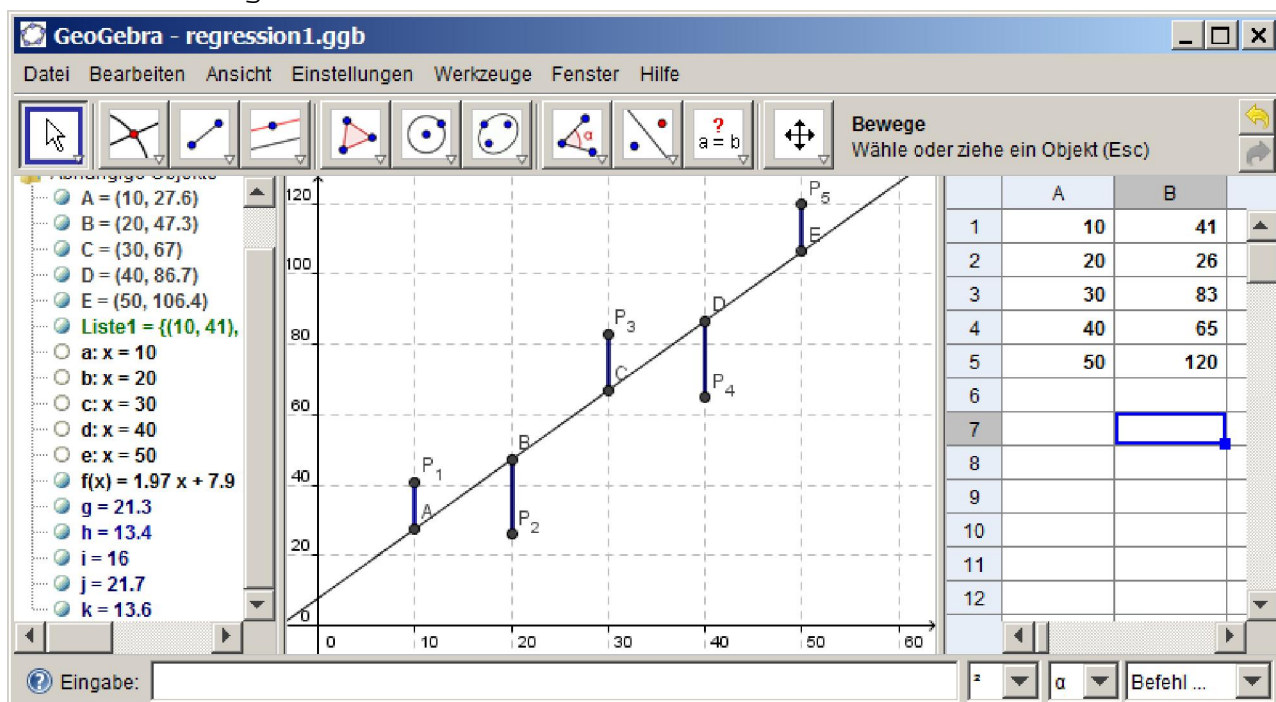
## 2 Problembeschreibung

### 2.1 Aufgabe

Gesucht ist ein Maxima-Programm zur Berechnung der linearen Regression. Wir geben eine Erklärung dazu:

### 2.2 Erklärung

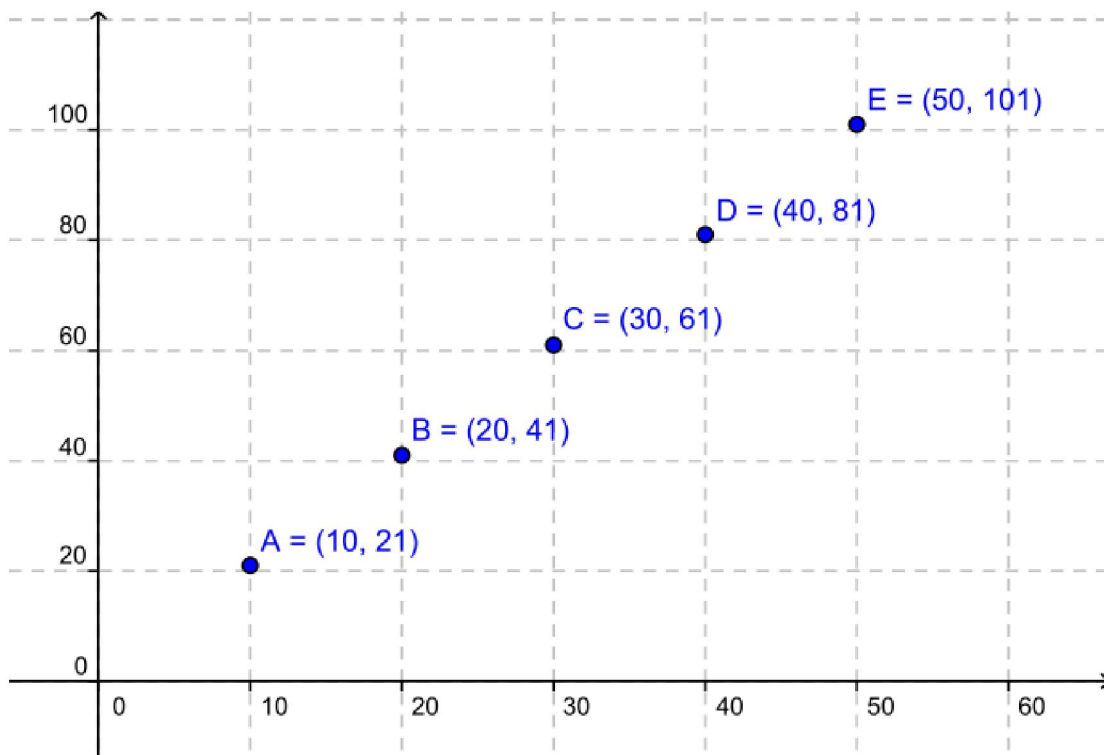
Figure 5: Die Regressionsgerade für die Punkte P1, P2, P3, P4 und P5 ist jene Gerade, für die Summe der Quadrate der Abstände P1A, P2B, P3C, P4D und P5E ein Minimum wird. Das lässt sich mit Hilfe der Differentialrechnung verarbeiten. Die Lösung der Extremwertaufgabe wird durch die Regressionsgleichungen ausgedrückt.



## 3 Problemlösung

### 3.1 Eingabe

Figure 6: Daten für das Musterbeispiel



```
(%i4) x:[10,20,30,40,50]
      /* Liste mit den x-Werten */;
(%o4) [ 10 , 20 , 30 , 40 , 50 ]
```

```
(%i5) y:[21,41,61,81,101]
      /* Liste mit den y-Werten */;
(%o5) [ 21 , 41 , 61 , 81 , 101 ]
```

### 3.2 Verarbeitung

```
(%i6) n:length(x)
      /* die Anzahl der Messwerte bestimmen */;
(%o6) 5
```

Figure 7: Die Gleichungen für die lineare Regression, wir benötigen 4 Summen, die wir als  $sx^2$ ,  $sx$ ,  $sxy$  und  $sy$  bezeichnen wollen:

$$a \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i$$

$$a \cdot \sum_{i=1}^n x_i + b \cdot n = \sum_{i=1}^n y_i$$

Figure 8: Berechnung von  $sx^2$

$$\sum_{i=1}^n x_i^2$$

```
(%i7) sx2:sum(x[i]**2,i,1,n);
(%o7) 5500
```

Figure 9: Berechnung von  $sx$

$$\sum_{i=1}^n x_i$$

```
(%i8) sx:sum(x[i],i,1,n);
(%o8) 150
```

Figure 10: Berechnung von  $sxy$

$$\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i$$

```
(%i9) sxy:sum(x[i]*y[i],i,1,n);
(%o9) 11150
```

Figure 11: Berechnung von  $sy$

$$\sum_{i=1}^n y_i$$

```
(%i10) sy:sum(y[i],i,1,n);
(%o10) 305
```

Figure 12: Die Summen kann man auch mit Tabellenkalkulation berechnen

	A	B	C	D
1	x	y	x <sup>2</sup>	xy
2	10	21	100	210
3	20	41	400	820
4	30	61	900	1830
5	40	81	1600	3240
6	50	101	2500	5050
7	150	305	5500	11150
8	sx	sx	sx <sup>2</sup>	sxy

Nun können wir die Gleichungen zusammenstellen

```
(%i11) g1:a*sx2+b*sx=sxy;
(%o11) 150 b+5500 a=11150
```

```
(%i12) g2:a*sx+b*n=sy;
(%o12) 5 b+150 a=305
```

Die Lösung des Gleichungssystems erfolgt mit `solve()` oder `algsys()`

```

(%i13) l:solve([g1,g2],[a,b]);
(%o13) [[ a=2 , b=1 ]]

(%i14) l:algsys([g1,g2],[a,b]);
(%o14) [[ a=2 , b=1 ]]

(%i15) A:a,l[1][1];
(%o15) 2

(%i16) B:b,l[1][2];
(%o16) 1

(%i17) kill(x,y)
/* die gespeicherten Eingabedaten löschen
und so die Wiederverwendung von x und y
ermöglichen */;
(%o17) done

(%i18) gerade:y=A*x+B;
(%o18) y=2 x+1

```

### 3.3 Ausgabe

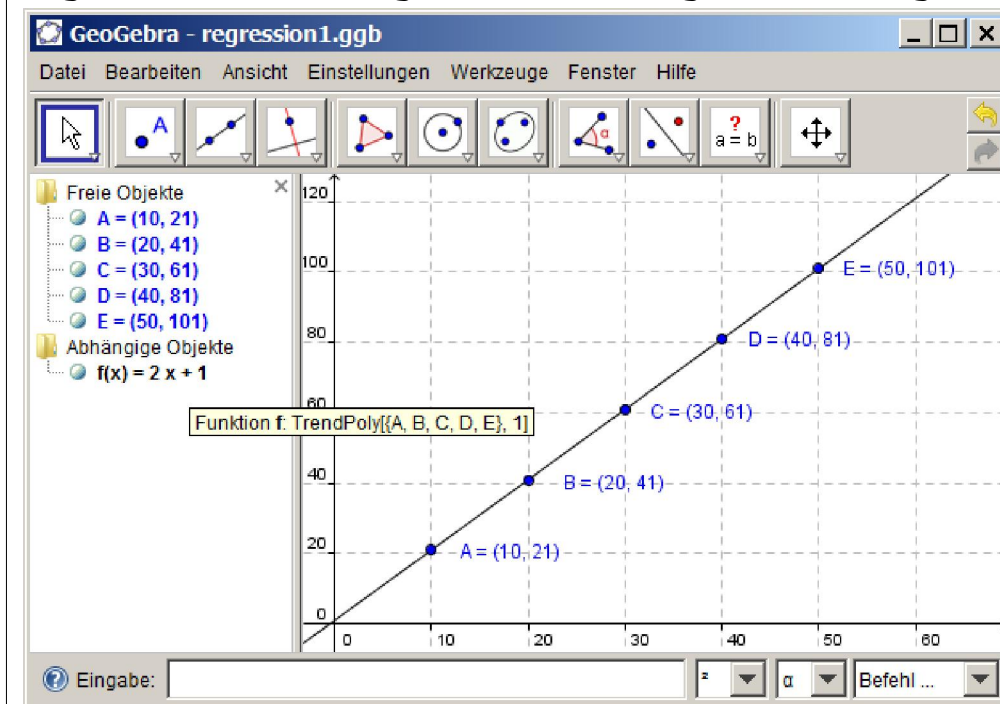
```

(%i19) print("")$
print("Die Regressionsgerade: ",gerade)$

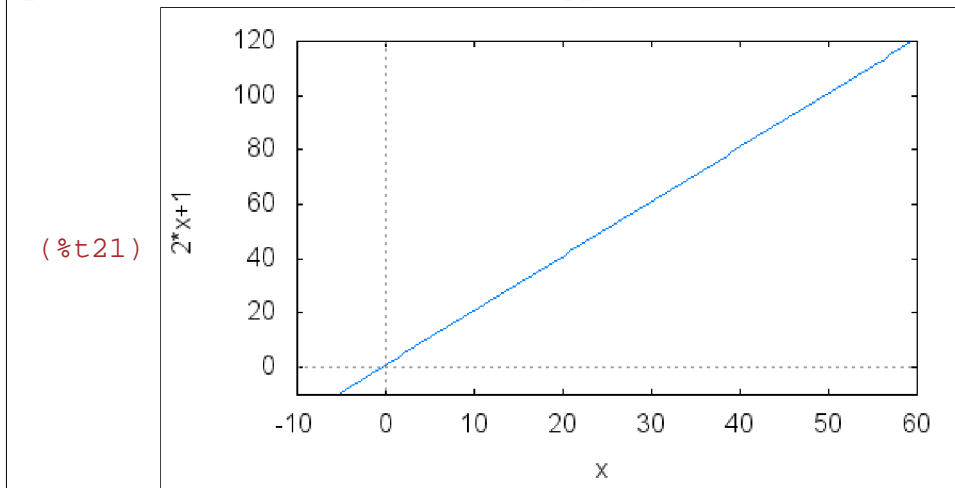
```

Die Regressionsgerade:  $y=2x+1$

Figure 13: Die Lösung der Musteraufgabe mit Geogebra



```
(%i21) wxplot2d([rhs(gerade)], [x,-10,60], [y,-10,120])$
plot2d: some values were clipped.
```



#### 4 Übungsaufgabe

Figure 14: Man kontrolliere die Lösung mit wxMaxima

