



Lineare Regression

Dokumentnummer: D1192
Fachgebiet: Regression, Trendgerade,
Rechnen mit Summen, Gleichungen,
lineare Funktion
Einsatz: 2HAK (erstes Lernjahr)

Abb. 1:

PROGRAMMQUELLEN UND PROGRAMMBEILAGEN	
http://maxima.sourceforge.net http://wxmaxima.sourceforge.net	http://www.geogebra.org
	

1 Erklärungen zum Verständnis

1.1 Das Summenzeichen

Abb. 2: Was bedeutet das Summenzeichen (ein großes griechisches Sigma)? Es ist übrigens auch aus vielen Tabellenkalkulationsprogrammen bekannt.

$$\sum_{i=1}^3 i$$

```
(%i113) sum(i,i,1,3)
/* wir addieren die Werte
   i=1 + i=2 + i=3 */;
```

```
(%o113) 6
```

```
(%i116) ev(i,i=1)+ev(i,i=2)+ev(i,i=3);
```

```
(%o116) 6
```

1.2 Ein Beispiel

Abb. 3: Ein weiteres Beispiel dazu:

$$\sum_{k=2}^7 k^2$$

1.3 Eine Übung

```
(%i114) sum(k**2,k,2,7)
/* wir addieren die Werte von k^2 für
k=2 -> 2^2 = 4,
k=3 -> 3^2 = 9,
k=4 -> 4^2 = 16,
k=5 -> 5^2 = 25,
k=6 -> 6^2 = 36 und
k=7 -> 7^2 = 49 */;
```

```
(%o114) 139
```

Abb. 4: Noch drei Übungsmöglichkeiten:

$$\sum_{n=4}^{12} n + 1, \sum_{i=1}^5 i, \sum_{k=2}^4 \frac{1}{k}$$

2 Problembeschreibung

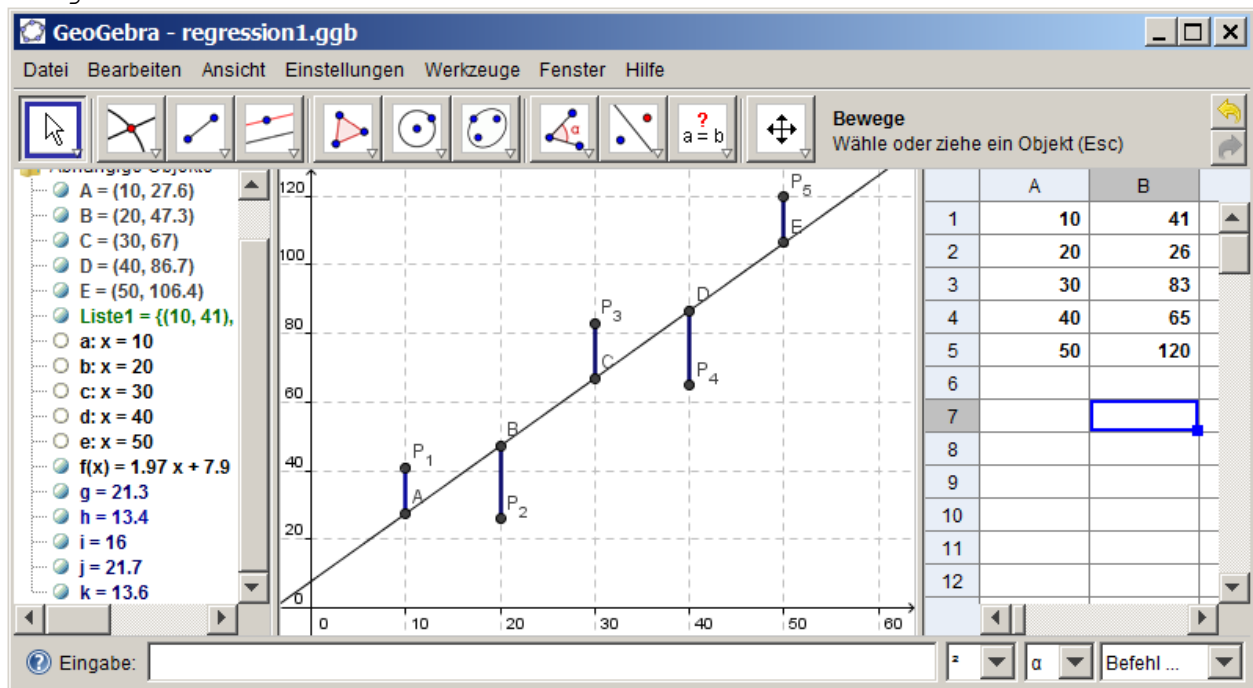
2.1 Aufgabe

Gesucht ist ein Maxima-Programm zur Berechnung der linearen Regression. Wir geben eine Erklärung dazu:

2.2 Erklärung

Abb. 5: Die Regressionsgerade für die Punkte P_1 , P_2 , P_3 , P_4 und P_5

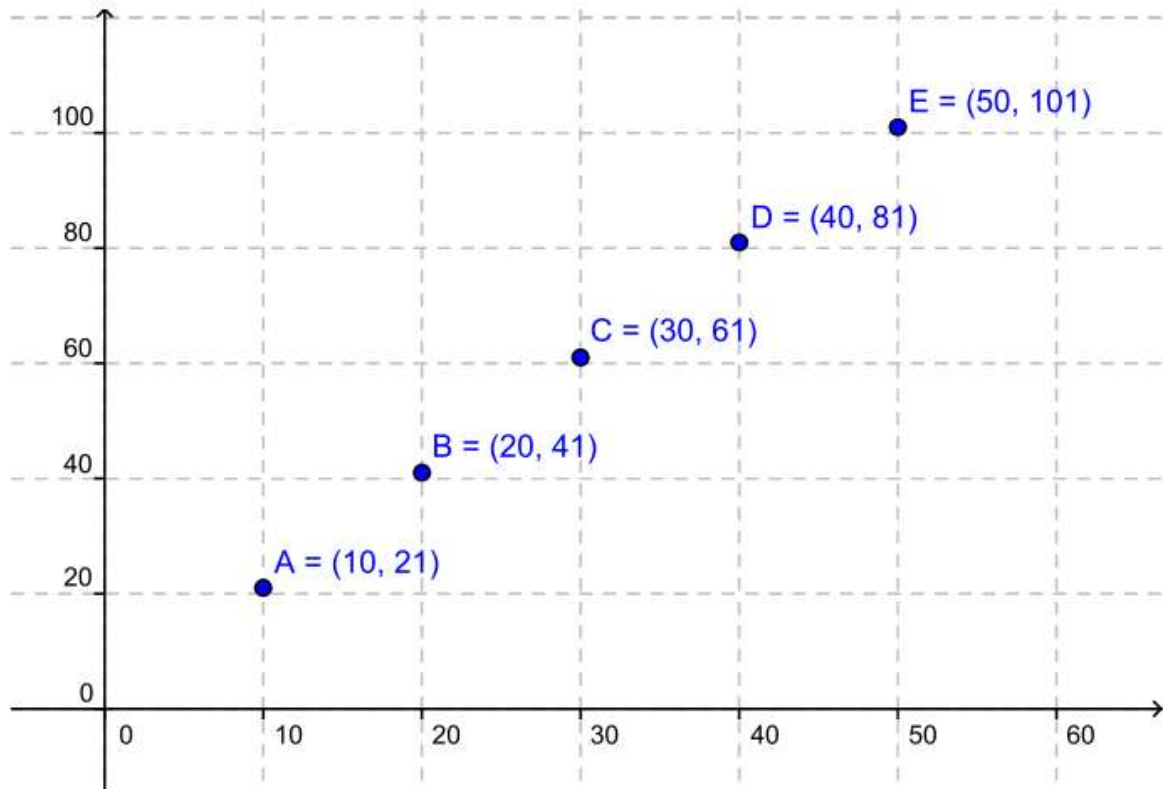
ist jene Gerade, für die Summe der Quadrate der Abstände P_1A , P_2B , P_3C , P_4D und P_5E ein Minimum wird. Das lässt sich mit Hilfe der Differentialrechnung verarbeiten. Die Lösung der Extremwertaufgabe wird durch die Regressionsgleichungen ausgedrückt.



3 Problemlösung

3.1 Eingabe

Abb. 6: Daten für das Musterbeispiel



```
(%i93) x:[10,20,30,40,50]  
      /* Liste mit den x-Werten */;
```

```
(%o93) [10, 20, 30, 40, 50]
```

```
(%i94) y:[21,41,61,81,101]  
      /* Liste mit den y-Werten */;
```

```
(%o94) [21, 41, 61, 81, 101]
```

3.2 Verarbeitung

```
(%i95) n:length(x)
      /* die Anzahl der Messwerte bestimmen */;
```

```
(%o95) 5
```

Abb. 7: Die Gleichungen für die lineare Regression, wir benötigen 4 Summen, die wir als sx^2, sx, sxy und sy bezeichnen wollen:

$$a \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i$$
$$a \cdot \sum_{i=1}^n x_i + b \cdot n = \sum_{i=1}^n y_i$$

Abb. 8: Berechnung von sx^2

$$\sum_{i=1}^n x_i^2$$

```
(%i96) sx2:sum(x[i]**2,i,1,n);
```

```
(%o96) 5500
```

Abb. 9: Berechnung von sx

$$\sum_{i=1}^n x_i$$

```
(%i97) sx:sum(x[i],i,1,n);
```

```
(%o97) 150
```

Abb. 10: Berechnung von s_{xy}

$$\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i$$

```
(%i98) sxy:sum(x[i]*y[i],i,1,n);
```

```
(%o98) 11150
```

Abb. 11: Berechnung von s_y

$$\sum_{i=1}^n y_i$$

```
(%i99) sy:sum(y[i],i,1,n);
```

```
(%o99) 305
```

Abb. 12: Die Summen kann man auch mit Tabellenkalkulation berechnen

	A	B	C	D
1	x	y	x ²	xy
2	10	21	100	210
3	20	41	400	820
4	30	61	900	1830
5	40	81	1600	3240
6	50	101	2500	5050
7	150	305	5500	11150
8	sx	sx	sx ²	sxy

Nun können wir die Gleichungen zusammenstellen

```
(%i100) g1:a*sx2+b*sx=sxy;
```

```
(%o100) 150 b+5500 a=11150
```

```
(%i101) g2:a*sx+b*n=sy;
```

```
(%o101) 5 b+150 a=305
```

Die Lösung des Gleichungssystems erfolgt mit `solve()` oder `algsys()`

```
(%i102) l:solve([g1,g2],[a,b]);
```

```
(%o102) [ [ a=2 , b=1 ] ]
```

```
(%i103) l:algsys([g1,g2],[a,b]);
```

```
(%o103) [ [ a=2 , b=1 ] ]
```

```
(%i104) A:a,l[1][1];
```

```
(%o104) 2
```

```
(%i105) B:b,l[1][2];
```

```
(%o105) 1
```

```
(%i106) kill(x,y)
/* die gespeicherten Eingabedaten löschen
und so die Wiederverwendung von x und y
ermöglichen */;
```

```
(%o106) done
```

```
(%i107) gerade:y=A*x+B;
```

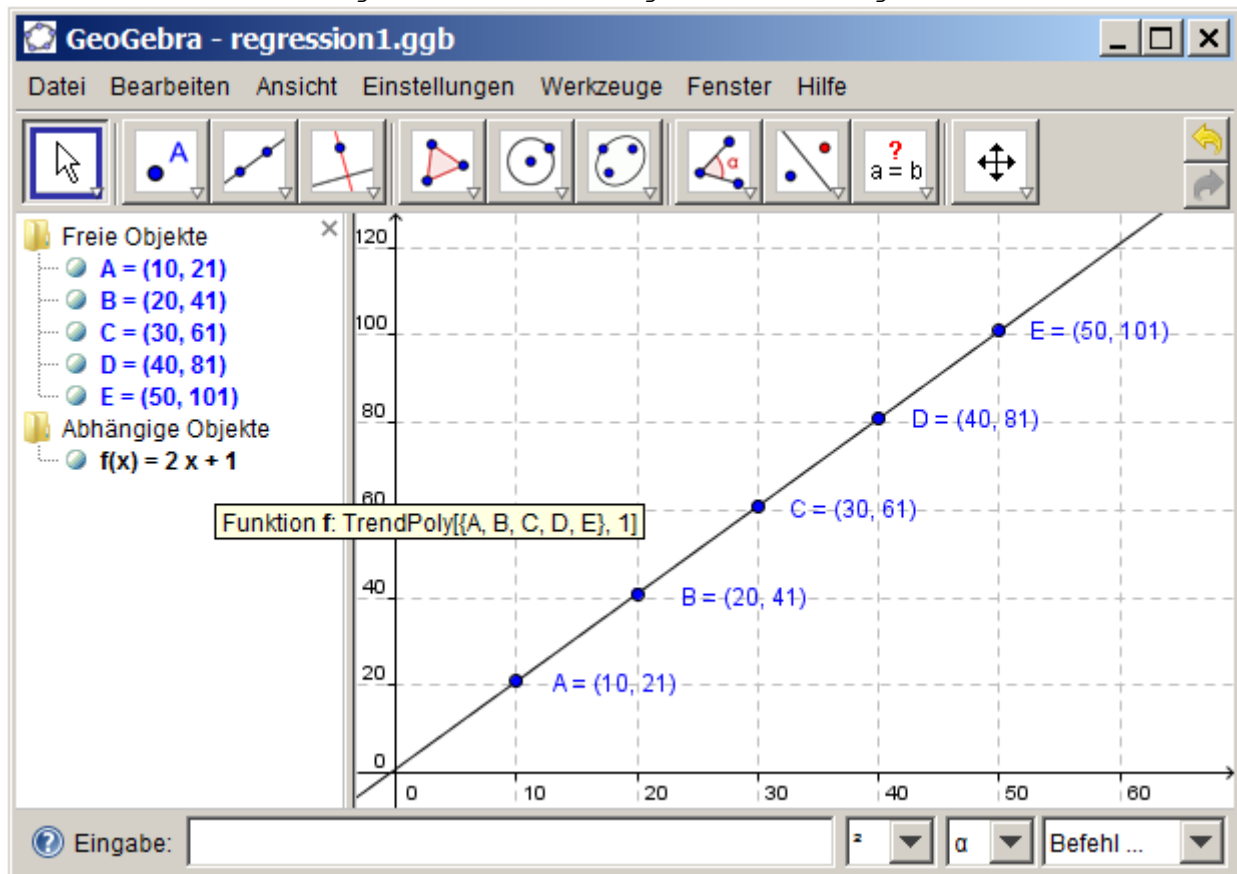
```
(%o107) y=2 x+1
```

3.3 Ausgabe

```
(%i108) print("")$  
        print("Die Regressionsgerade: ",gerade)$
```

Die Regressionsgerade: $y = 2x + 1$

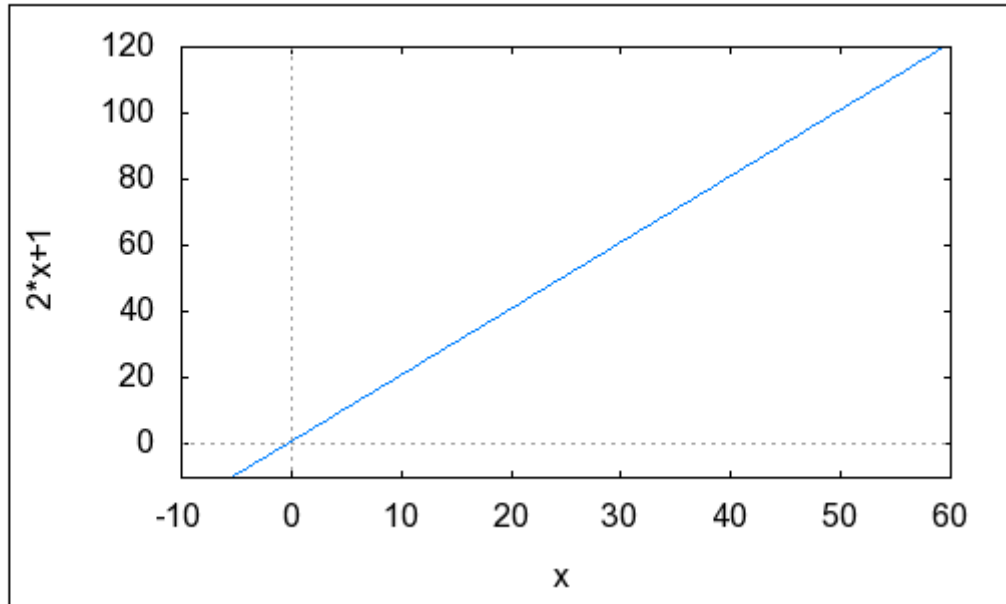
Abb. 13: Die Lösung der Musteraufgabe mit Geogebra




```
(%i111) wxplot2d([rhs(gerade)], [x,-10,60], [y,-10,120])$
```

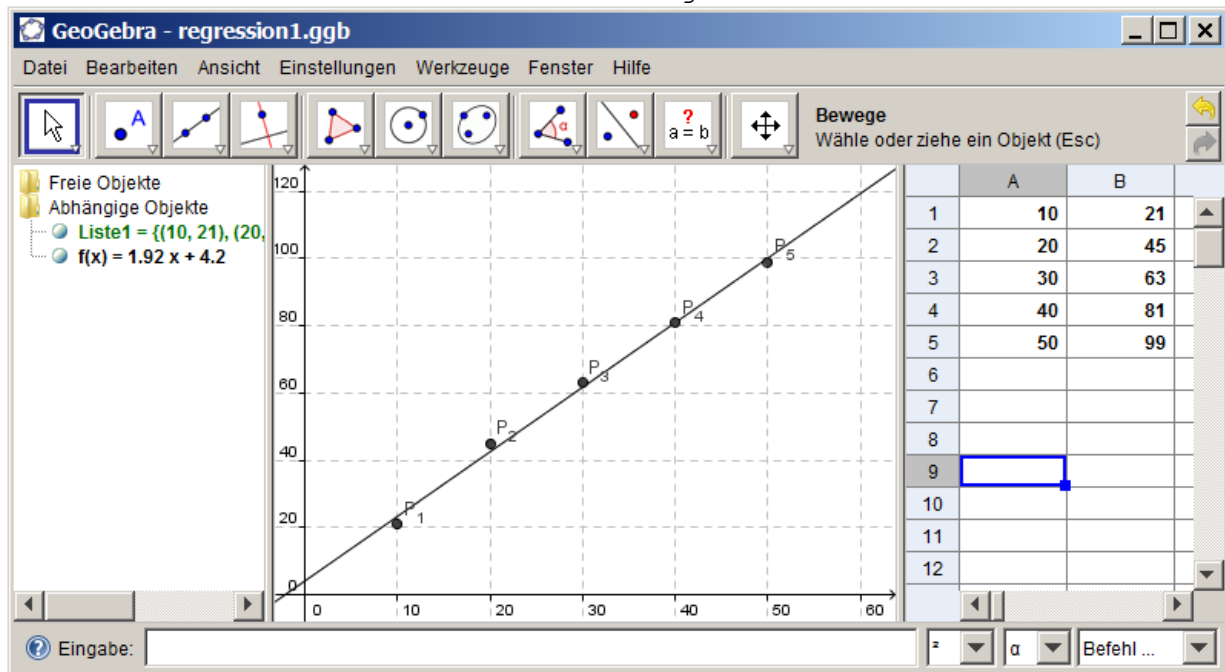
plot2d: some values were clipped.

```
(%t111)
```



4 Übungsaufgabe

Abb. 14: Man kontrolliere die Lösung mit wxMaxima



Created with [wxMaxima](#).