

Formelsammlung Vektorrechnung

Mittelpunkt M einer Strecke AB: $\vec{m} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$

Der Vektor \vec{m} zeigt zum Mittelpunkt der Strecke AB.

Schwerpunkt S eines Dreiecks A,B,C: $\vec{s} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$

Der Vektor \vec{s} zeigt zum Schwerpunkt des Dreiecks.

Abstand eines Punktes P(x | y | z) vom Koordinatenursprung :

$$|\vec{P}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Betrag eines Vektors : (Länge des Vektors)

$$|\vec{x}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Geradengleichung (Zwei-Punkte-Form)

$$g: \vec{x} = \vec{a} + r(\vec{b} - \vec{a})$$

Geradengleichung (Punkt-Richtungsform)

$$g: \vec{x} = \vec{a} + r(\vec{u})$$

Abstand eines Punktes P(x | y | z) von der Ebene E: $d(P;E) = \left| \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \left(\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - d \right) \right|$

Skalarprodukt: $\vec{a} \circ \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$

Senkrechte Vektoren: 2 Vektoren stehen senkrecht aufeinander, wenn ihr Skalarprodukt 0 ergibt.

Winkel:

α sei der Winkel zwischen den Vektoren \vec{a} und \vec{b} , dann gilt: $\cos \alpha = \frac{\vec{a} \circ \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

Schnittwinkel zweier Geraden:

- Schnittwinkel (kleinster Winkel) ϵ zwischen zwei Geraden mit den Richtungsvektoren

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} :$$

$$\cos \epsilon = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| |\vec{v}|} = \frac{|u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}}$$

Schnittwinkel von Ebene und Gerade:

- Schnittwinkel (kleinster Winkel) ϵ zwischen einer Ebene mit dem Normalenvektor

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \text{ und einer Geraden mit dem Richtungsvektor } \vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} :$$

$$\sin \epsilon = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{u}|}{|\vec{n}| |\vec{u}|} = \frac{|n_1 u_1 + n_2 u_2 + n_3 u_3|}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2} \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}}$$

Schnittwinkel zweier Ebenen:

- Schnittwinkel (kleinster Winkel) ϵ zwischen zwei Ebenen mit den Normalenvektoren

$$\vec{m} = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} :$$

$$\cos \epsilon = \frac{|\vec{m} \cdot \vec{n}|}{|\vec{m}| |\vec{n}|} = \frac{|m_1 n_1 + m_2 n_2 + m_3 n_3|}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2} \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}}$$

Ebenen siehe extra Blatt