

1) Ableiten einer konstanten Funktion

$f(x)=c \Rightarrow f'(x)=0$ mit c aus den reellen Zahlen

$$\text{Beweis: } f(x)=c \Rightarrow f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z)-f(x)}{z-x} = \lim_{z \rightarrow x} \frac{c-c}{z-x} = \lim_{z \rightarrow x} 0 = 0$$

2) Potenzregel

$f(x)=x^n \Rightarrow f'(x)=n \cdot x^{n-1}$ für n aus den natürlichen Zahlen

$$\begin{aligned} \text{Beweis: } f'(x) &= \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z)-f(x)}{z-x} = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z^n - x^n}{z-x} = \lim_{z \rightarrow x} \frac{(z-x) \cdot (z^{n-1} + z^{n-2} \cdot x + \dots + x^{n-1})}{z-x} = \\ & \lim_{z \rightarrow x} (z^{n-1} + z^{n-2} \cdot x + \dots + x^{n-1}) = (x^{n-1} + x^{n-2} \cdot x + \dots + x^{n-1}) = \\ & (x^{n-1} + x^{n-1} + \dots + x^{n-1}) = n \cdot x^{n-1} \end{aligned}$$

3) Regel vom konstanten Faktor

$f(x)=c \cdot g(x) \Rightarrow f'(x)=c \cdot g'(x)$

$$\text{Beweis: } f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z)-f(x)}{z-x} = \lim_{z \rightarrow x} \frac{c \cdot g(z) - c \cdot g(x)}{z-x} = \lim_{z \rightarrow x} c \cdot \frac{g(z)-g(x)}{z-x} = c \cdot g'(x)$$

4) Summenregel

$f(x)=g(x)+h(x) \Rightarrow f'(x)=g'(x)+h'(x)$

$$\begin{aligned} \text{Beweis: } f'(x) &= \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z)-f(x)}{z-x} = \lim_{z \rightarrow x} \frac{g(z)+h(z)-[g(x)+h(x)]}{z-x} = \\ & \lim_{z \rightarrow x} \left[\frac{g(z)-g(x)}{z-x} + \frac{h(z)-h(x)}{z-x} \right] = g'(x) + h'(x) \end{aligned}$$

5) Produktregel

$f(x)=u(x) \cdot v(x) \Rightarrow f'(x)=u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

6) Quotientenregel

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$$

7) Kettenregel

$f(x)=u(v(x)) \Rightarrow f'(x)=u'(v(x)) \cdot v'(x)$

8) spezielle Ableitungsregeln

1) $f(x)=e^x \Rightarrow f'(x)=e^x$ Exponentialfunktion

2) $f(x)=a^x \Rightarrow f'(x)=a^x * \ln(a)$ Exponentialfunktion

3) $f(x)=\sin(x) \Rightarrow f'(x)=\cos(x)$ Sinusfunktion

4) $f(x)=\cos(x) \Rightarrow f'(x)=-\sin(x)$ Cosinusfunktion

5) $f(x)=\tan(x) \Rightarrow f'(x)=\frac{1}{\cos(x)^2}$ Tangensfunktion

6) $f(x)=\ln(x) \Rightarrow f'(x)=\frac{1}{x}$ Logarithmusfunktion