1. Aufgabenstellung:

Berechnen Sie das Integral mithilfe der Substitutionsmethode!

$$\int_0^2 \frac{3}{4x+1}\,dx$$

a) Substitution:
u = g(x) = 4x + 1

Ableitung von u nach x: u'(x): du/dx = 4 ⇒ dx = du/4

Anpassung der Integrationsgrenzen: g(0) = 0 * 4 + 1 = 1
g(2) = 4 * 2 + 1 = 9

Einsetzung von u und du:
$$\int_0^2 \frac{3}{4x+1}\,dx = \frac{1}{4}\int_1^9 \frac{3}{u}\,du$$

b) Berechnung des Integrals:

$$\int_0^2 \frac{3}{4x+1}\,dx = \frac{1}{4}\int_1^9 \frac{3}{u}\,du = \frac{1}{4}\left[3\ ln(u)\right]_1^9 = 0,75\ ln(9) = 1,6479$$

2. Aufgabenstellung:

Berechnen Sie das Integral mithilfe der Substitutionsmethode!

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin(2x)\ dx$$

a) Substitution:
u = g'(x) = 2x

Ableitung von u nach x: u'(x): du/dx = 2 ⇒ dx = du/2

Anpassung der Integrationsgrenzen: g(0) = 0 * 2 = 0
g(π/2) = π/2 * 2 = π

Einsetzen von u und du:
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin(2x)\ dx = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} sin(u)\ du$$

b) Berechnung des Integrals:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin(2x)\ dx = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} sin(u)\ du = -\frac{1}{2}\left[cos(u)\right]_0^{\pi} = -\frac{1}{2}\left[cos(\pi) - cos(0)\right]$$

$$= -\frac{1}{2}\left[-1-1\right] = 1$$