1. **Aufgabenstellung:**

Berechnen Sie das Integral mithilfe der partiellen Integration!

$$\int_0^{0,5} 4x\ e^{2x+1}dx$$

Es sei u = 4x und v' = e^{2x+1} dx. Dann ist u' = 4, v = ½ e^{2x+1}. Daraus folgt:

$$\int_0^{0,5} 4x\ e^{2x+1}dx = [4x\ \frac{1}{2}\,e^{2x+1}]_0^{0,5} - \int_0^{0,5} 4\ \frac{1}{2}\,e^{2x+1}$$

$$= [2x\ e^{2x+1}]_0^{0,5} - 2\int_0^{0,5} e^{2x+1}dx$$

$$= [2x\ e^{2x+1}]_0^{0,5} - [e^{2x+1}]_0^{0,5}$$

$$= (e^2 - 0) - (e^2 - e) = e$$

2. **Aufgabenstellung:**

Berechnen Sie das Integral mithilfe der partiellen Integration!

$$\int e^x \cos(x)dx$$

Es sei u = e^x und v' = cos(x) dx. Dann ist u' = e^x dx, v = sin(x). Daraus folgt:

$$\int e^x \cos(x)dx = e^x \sin(x) - \int e^x sin(x)dx$$

Das zweite Integral ähnelt sehr dem ersten, es steht lediglich sin(x) an Stelle von cos(x). Wir berechnen es ebenfalls mit der partiellen Integration und setzen dafür

u = e^x v' = sin(x) dx v = - cos(x) u' = e^x dx

Damit erhalten wir:

$$\int e^x \cos(x)dx = e^x \sin(x) - (-e^x \cos(x) - \int (-cos(x)(e^x)dx$$

$$= e^x \sin(x) + e^x \cos(x) - \int e^x cos(x)dx$$

Das unbekannte Integral steht nun auf beiden Seiten der Gleichung. Wir addieren dieses Integral auf beiden Seiten und fügen eine Integrationskonstante hinzu.

$$2\int e^x \cos(x)dx = e^x \sin(x) + e^x \cos(x) + C$$

Diese Gleichung teilen wir durch 2 und erhalten das endgültige Ergebnis:

$$\int e^x \cos(x)dx = \frac{e^x \sin(x) + e^x \cos(x)}{2} + C$$