



Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

Rechenschaftsbericht

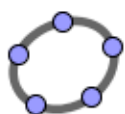
verfasst von

Mag. Irma Bierbaumer
Mag. Gabriele Bleier
Dr. Anita Dorfmayr
Dr. Franz Embacher
Dr. Helmut Heugl
Mag. Klaus Himpsl
Dr. Markus Hohenwarter

Mag. Gabriele Jauck
Mag. Walter Klinger
Mag. Andreas Lindner
Mag. Petra Oberhuemer
Mag. Evelyn Stepancik
Mag. Walter Wegscheider

in Zusammenarbeit mit Dr. Thomas Himmelbauer, Mag. Heiner Juen, Dr. Edeltraud Schwaiger, Dr. Hildegard Urban-Woldron und den Testlehrerinnen und Testlehrern

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

INHALTSVERZEICHNIS

- 1) Vorwort
- 2) Allgemeine Beschreibung des Forschungsprojektes
- 3) Projektdurchführung
- 4) Lernpfade und lernpfadspezifische Evaluation
 - Koordinatensystem
 - Kongruenz
 - Merkwürdige Punkte
 - Pythagoras 7. Schulstufe
 - Pythagoras im Raum, 8. Schulstufe
 - Zylinder – Kegel – Kugel
 - Beschreibende Statistik
 - Funktionen
 - Vektorrechnung 1
 - Vektorrechnung 2
 - Wahrscheinlichkeitsrechnung
 - Einführung in die Differentialrechnung
 - Einführung in die Integralrechnung
 - Kryptographie - RSA
- 5) Allgemeine Evaluationsergebnisse und methodisch-didaktische Schlussfolgerungen
 - Äußere Evaluation
 - Methodisch-didaktische Einsatzmöglichkeiten
 - Auswirkungen auf Lehren und Lernen
- 6) Öffentlichkeitsarbeit und Verbreitung der Lernpfade
- 7) Zusammenfassung und Ausblick der einzelnen Initiativen
- 8) Summary

Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

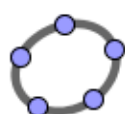
TEIL 1

VORWORT

verfasst von

Dr. Franz Embacher
Dr. Helmut Heugl
Dr. Markus Hohenwarter

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

Vorwort

ACDCA

Bereits bei den Bundesprojekten CA1 bis CA5 im Zeitraum 1992 bis 2005, die von ACDCA alleine getragen wurden, kam es zu Kooperationen mit anderen Initiativen zu modernem Mathematikunterricht und Softwareherstellern. Beim letzten Projekt wurden die Kontakte mit den beiden Forschungsteams von Geogebra und mathe online vertieft.

Es zeigte sich als ein Ergebnis der Untersuchungen und Unterrichtserfahrungen ein wechselwirkender Zusammenhang im modernen technologieunterstützten Mathematikunterricht zwischen Lernkultur, Leistungsbeurteilung und Nachhaltigkeit, Einsatz moderner Technologien und traditioneller Unterrichtsgestaltung. Neben der Erzeugung von fachbezogenen Unterrichtsmaterialien unter Berücksichtigung von Technologien werden immer mehr didaktische und methodische Begleitmaterialien notwendig.

Die Zusammenarbeit der drei Initiativen ACDCA, GeoGebra und mathe online ist ein Versuch, Lernpfade (computergestützte Unterrichtssequenzen) zu erzeugen und gleichzeitig für Lehrende und Lernende verschiedene Drehbücher für die Umsetzung im Unterrichtsgeschehen und die Unterstützung des Lernprozesses anzubieten. Die Verwendung der Lernpfade soll evaluiert werden und Auswirkungen auf methodisch-didaktische Fragestellungen sollen untersucht werden.

Helmut Heugl

GeoGebra

GeoGebra ist mit dem Geburtsjahr 2002 die jüngste der drei beteiligten Mathematik-Initiativen. Die Software erfreut sich vor allem seit 2004 stark wachsender Beliebtheit und wird inzwischen verbreitet in österreichischen Klassenzimmern eingesetzt. Ein großer Anteil dieses Erfolgs gebührt auch dem Projekt Medienvielfalt im Mathematikunterricht. Einerseits war die Kooperation mit den Initiativen ACDCA und mathe online und deren engagierten Vertretern für GeoGebra didaktisch und inhaltlich sehr bereichernd. Andererseits konnten wir durch die Einbindung in die bestehende Struktur der Bundesseminare und die Möglichkeit der Dissemination in Form von Medienvielfaltstagen zahlreiche Lehrerinnen und Lehrer für die neuen didaktischen Möglichkeiten des Technologieeinsatzes begeistern. Ich hoffe daher sehr, dass diese positive Zusammenarbeit der drei beteiligten Initiativen auch in zukünftigen Projekten fortgeführt werden kann.

Markus Hohenwarter

mathe online

Die Arbeit am Projekt Medienvielfalt im Mathematikunterricht stellte nicht nur ein Stück Arbeit an den Einsatzmöglichkeiten elektronischer Lernhilfen dar, sondern brachte auch eine persönliche Erweiterung des Horizonts mit sich, für die ich allen Kolleginnen und Kollegen, die am Projekt beteiligt waren, danken möchte. Ganz besonderer Dank gebührt MR Dr. Christian Dorninger, der das Projekt von Beginn an unterstützt hat. Ohne seine Hilfe wäre es nie so weit gekommen!

Franz Embacher

Wir wollen uns besonders bei den vielen Testlehrerinnen und Testlehrern aus allen Bundesländern und Schularten für die Mitarbeit und das notwendige Feedback bedanken.

Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

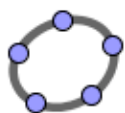
TEIL 2

ALLGEMEINE BESCHREIBUNG DES FORSCHUNGSPROJEKTS

verfasst von

Mag. Walter Klinger
Mag. Walter Wegscheider

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

2. ALLGEMEINE BESCHREIBUNG DES FORSCHUNGSPROJEKTES

2.1. PROJEKTENTSTEHUNG

Bereits in den Vorprojekten von ACDCA gab es Kontakte mit Dr. Franz Embacher (mathe online) und Dr. Markus Hohenwarter (GeoGebra) in der Form von Referententätigkeiten bei Seminaren und gemeinsamen Diskussionen bei Workshops und Tagungen. 2003 wurden im Zuge von informellen Treffen die verschiedenen Arbeitsbereiche abgeklärt und besprochen und Kooperationsmöglichkeiten angedacht.

Auf Initiative von MR Dr. Christian Dorninger (bmbwk) begannen im Jänner 2004 bei einer Besprechung der österreichischen Mathematik-Initiativen in Wels Überlegungen zur Umsetzung gemeinsamer Projekte. Dabei wurden zwischen ACDCA und mathe online mögliche Tätigkeitsfelder und daraus resultierende Schwerpunkte mit dem Willen zur Zusammenarbeit festgelegt. Auf Wunsch von Dr. Dorninger wurde auch GeoGebra kontaktiert. Im Mai 2004 wurde bei einem Treffen in Wien (noch ohne Beteiligung von GeoGebra) der Grundstein für ein gemeinsames Projekt gelegt und ein Projektantrag formuliert.

2.2. ANTRAG DES FORSCHUNGSPROJEKTES

MEDIENVIELFALT IM MATHEMATIKUNTERRICHT

Konzepte für eine ideale Medien-Kombination im Mathematikunterricht

Gemeinsames Projekt-Proposal von

mathe online und ACDCA und GeoGebra

Juni 2004

Dem Mathematikunterricht stehen zahlreiche technologische Werkzeuge (Offline- und Online-Programme, Computeralgebrasysteme, dynamische Geometrie, ...), mediale Formen (traditionelle Textverarbeitung, Web-Publishing, Lernpfade, CD-ROM- und Internet-basierte Lernumgebungen, ...) und eine große Anzahl unterschiedlich aufbereiteter Lehr- und Lernmaterialien zur Verfügung. Die Initiativen mathe online und ACDCA haben ihre Schwerpunkte in verschiedenen Sektoren dieser Bereiche.

Ziel des Projekts ist es, die Stärken der beiden Initiativen zu bündeln und daraus Konzepte für eine ideale Medien-Kombination im Mathematikunterricht zu entwickeln.

Schwerpunkte der beiden Initiativen:

ACDCA

- Langjährige (seit 1992) Erfahrung bei der Erforschung und Nutzung von Computeralgebrasystemen (CAS) im Mathematikunterricht
- Entwicklung von Lehr- und Lernmedien zu CAS-Einsatz
- Entwicklung von didaktischen Konzepten
- Erprobung der Konzepte und Materialien (bis zu 150 Versuchsklassen mit über 3000 Schülerinnen und Schülern) im Schulalltag

Ausgehend von den Erfahrungen mit Technologieeinsatz im Mathematikunterricht ergaben sich weitere Forschungsfelder:

- Entwicklung von Materialien zu Neuer Lernkultur (Stationenbetriebe, Eigenverantwortliches Arbeiten, Lernspiralen)
- Neue Formen der Leistungsmessung und -bewertung.
- Einfluss von Technologie auf Standards.

Die inzwischen verfügbaren Web-basierten Medien und die wachsende Zahl von Notebookklassen führen zu einem neuen Arbeitsschwerpunkt.

- Einsatz von E-Learning / Blended-Learning im Mathematikunterricht

mathe online

- Langjährige Erfahrung in der Erstellung Web-basierter Lehr-/Lernhilfen (Hypertexte, dynamische und interaktive Einheiten, multimediale Komponenten)
- Erarbeitung didaktischer Konzepte zum „verstehensfördernden“ Einsatz interaktiver und multimedialer Einheiten (Erschließung von Zusammenhängen)
- Entwicklung von Online-Werkzeugen für Lehrende zur Generierung einer „Lernumgebung“ (definierte Abfolge von Lehr-/Lernmaterialien, Kommunikationsmöglichkeiten via Foren und email, Lerntagebücher zur Lernfortschrittskontrolle für SchülerInnen)
- In Kooperation mit Lehrenden von verschiedenen Schulen fand eine 2-jährige Erprobung und Evaluierung dieser „Lernumgebung“ (auch *Lernpfade* genannt) statt. Die Ergebnisse fließen in eine Weiterentwicklung - in technischer wie auch in didaktischer Hinsicht – der Lernpfade ein.
- Entwicklung von didaktischen Konzepten zum Einsatz der Lernpfade (selbst gesteuertes Lernen durch „schwache“ Führung, angeleitetes Lernen durch Kombination Materialien/Kommunikation, Wiederholung bereits gelernten Stoffs, Dokumentation gewonnener Erkenntnisse)
- Auf Grund der hohen Anzahl an Mitwirkenden von Universität, Pädagogischen Akademien, Schulen und der Erwachsenenbildung wurde/wird der Einsatz von mathe online vielfach erprobt, evaluiert und reflektiert.
- Erfahrungen im Einsatz von E-Learning / Blended-Learning im Mathematikunterricht
- Erfahrung in der LehrerInnenfortbildung

1. Ziele des gemeinsamen Projekts

- Entwicklung innovativer Einsatzszenarien für Web-basierte Technologien bei ständiger Verfügbarkeit des Werkzeugs CAS
- Gemeinsame Entwicklung von exemplarischen Lernpfaden unter Nutzung von Computeralgebrasystemen und Web-basierten Technologien ggf. im Zusammenspiel mit LMS / CMS (Learning Management Systemen / Content Management Systemen).
- Aufbau von Kommunikations- und Kooperationsabläufen zwischen EntwicklerInnen und Lehrenden in der Unterrichtspraxis.
- Einsatz der entwickelten Produkte in der LehrerInnenfortbildung.
- Untersuchung der Auswirkungen des Einsatzes neuer Lehr-/Lernmedien auf das Lehren und Lernen (Konsequenzen für die didaktische Aufbereitung des Unterrichtsstoffes, Lernerfolg, Möglichkeit zur individuellen Lernprozessgestaltung).

Die erzeugten Materialien sollen LehrerInnen angesichts der Vielfalt der bestehenden Angebote als Hilfestellung dienen und Impulse für kommende Standard- und Lehrplanentwicklungen geben können.

- Entwicklung von technologiegestützten Standardaufgaben und Tests.
- Entwicklung von Unterstützungssystemen für Lehrende und Lernende.
- Förderung von langfristig verfügbaren Kompetenzen - Nachhaltigkeit.

2. Entwicklung von Materialien

Geplant sind exemplarische Realisierungen des medialen Konzeptes zu folgenden Inhaltsbereichen:

- Satz von Pythagoras (Unterstufe)
- Beschreibende Statistik (Unterstufe)
- Funktionen (Oberstufe, Schwerpunkt 5. Klasse)
- Einstieg in die Differential- und Integralrechnung (Oberstufe)
- Ausgewählte Kapitel zur Wahrscheinlichkeitsrechnung (Oberstufe)
- Kryptographie (Oberstufe, Wahlpflichtfach – Projektunterricht)

3. Publikation der Projektergebnisse

Die Ergebnisse des Projekts werden (in Print- und/oder Online-Form) publiziert. Die Publikation soll der Information und Fortbildung von Lehrern und Lehrerinnen dienen und insbesondere die didaktischen Aspekte beim Einsatz elektronischer Werkzeuge im Mathematik-Unterricht beleuchten.

4. Zeitplan

Das Projekt soll noch vor dem Sommer 2004 beginnen und bis Juni 2006 dauern. Die abschließende Publikation soll spätestens im Jänner 2007 erscheinen.

- Mai 2004 – Antragstext formulieren
- Juni 2004 – Einreichen des Projekts
- Schuljahr 2004/05 – Orientierungsphase, Sammeln und Erproben erster Entwürfe in Versuchsklassen
- Schuljahr 2005/06 – Produktions- und Testphase
- Ende 2006 – Publikation des Endberichts

2.3. GENEHMIGUNG UND UNTERSTÜTZUNG DURCH DAS BMBWK

Der Projektantrag wurde im Juni 2004 Dr. Dorninger vorgestellt. Die Genehmigung des Projektes durch das bmbwk – ergänzt um die Teilnahme der Initiative GeoGebra – erfolgte im November 2004. Dadurch erfolgte auch die finanzielle Sicherstellung des Projekts.

Mit einem Treffen in Wien im Dezember 2004 begann die Konzeption und Umsetzung des Projekts. MR Dr. Christian Dorninger forderte immer wieder Breitenwirkung ein. Dies wurde durch die Möglichkeit, auf Tagungen und Besprechungen das Projekt vorzustellen, Schreiben an die Landesschulräte und den Stadtschulrat für Wien und die Unterstützung von Medienvielfaltstagen gewährleistet. Unter diesen Bedingungen konnte das Medienvielfaltsprojekt rasch eine große Anzahl von Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrern erreichen.

2.4. VERWENDUNG DER FINANZMITTEL

Die Finanzmittel wurden für folgende Bereiche aufgewendet:

- Ankauf von Software und Literatur
- Unkosten, die durch CDs, Arbeitsmaterialien, Kopien und Betreuung der Onlinephasen entstanden sind
- Serverankauf
- CD-Produktion und Versand
- Fahrtkosten und Unterbringungskosten der Projekttreffen
- Fahrtkosten und Unterbringung der Lernpfadgruppentreffen (14 Lernpfade)
- Fahrtkosten und Unterbringung der Referenten und Referentinnen der Medienvielfaltstage in den neun Bundesländern
- Fahrtkosten, Unterbringung und Tagungsbeiträge für die Vorstellung des Projekts an nationalen und internationalen Konferenzen

Das Projekt wurde weiters durch das Pädagogische Institut des Bundes in Niederösterreich, Abt. AHS in Hollabrunn unterstützt, indem die Infrastruktur zur Verfügung gestellt wurde.

Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

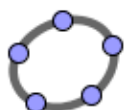
TEIL 3

PROJEKTDURCHFÜHRUNG

verfasst von

Mag. Walter Klinger
Mag. Walter Wegscheider

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra

Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online



für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

3. PROJEKTDURCHFÜHRUNG

3.1. ZENTRALE KOORDINATION – KONZEPTE UND ORGANISATION

Die Grundlage für die zentrale Koordination sind gemeinsame Vereinbarungen bei den Projekttreffen, die von allen Projektlehrer/innen mitgetragen wurden. Es kristallisierte sich eine Aufgabenteilung unter Berücksichtigung der Möglichkeiten der einzelnen Initiativen heraus. Die Außenkontakte des Projekts (bmbwk, Konferenzen, Tagungen, ÖMG, ...) wurden von Dr. Franz Embacher (mathe online), Dr. Markus Hohenwarter (GeoGebra) und Dr. Helmut Heugl (ACDCA) stellvertretend für das Projekt wahrgenommen. Die Projektorganisation wurde von Mag. Walter Klinger und Mag. Walter Wegscheider am Pädagogischen Institut in Hollabrunn unter Unterstützung von Mag. Evelyn Stepancik übernommen.

3.1.1. Konzepte

Die Durchführung des Projekts wurde in einzelne Phasen gegliedert, die überlappend den Ablauf steuern sollten:

- Konzeptionsphase
- Technische Phase
- Entwicklungsphase 1
- Organisationsphase
- Erprobungsphase
- Evaluationsphase
- Reflexion und Optimierung
- Entwicklungsphase 2 – interne Evaluationsphase
- Publikation – des Rechenschaftsberichts

Zeitplan und Phasen:

04	Dez •	Konzept-								
2005	Jan	ions-								
	Feb	phase								
	Mär									
	Apr		Tech-							
	Mai •		nische	Ent-						
	Jun		Phase	wick-	Orga-					
	Jul			lungs-	nisa-					
	Aug			phase	tions-					
	Sep •			1	phase	Er-				
	Okt					pro-				
	Nov					bungs-				
	Dez •					pha-	Evalu-			
2006	Jan					se	ations-			
	Feb						phase			
	Mär •							Reflexion		
	Apr							und	Ent-	Pu-
	Mai							Opti-	wick-	bli-
	Jun •							mierung	lungs-	ka-
	Jul								phase	ti-
	...								2	on
	Dez									

Der Zeitplan konnte bis auf eine geringfügige Anpassung Mitte 2005 genau eingehalten werden.

3.1.2. Organisation

Nach der Konzeptionsphase wurde die zentrale Organisation des Projekts über das Pädagogische Institut in Hollabrunn von Mag. Walter Klinger und Mag. Walter Wegscheider durchgeführt. Teilaufgaben wurden delegiert. Die Kommunikation innerhalb des Projekts erfolgte über Ausschreibungen des Pädagogischen Instituts, Abt. AHS, eine Mailing-Liste und ein eigens eingerichtetes WIKI.

Über das Pädagogische Institut wurden außerdem die Kontakte zu den Testlehrern aufgebaut und diese nach Anmeldung weiter betreut. Nach Fertigstellung der ersten Entwicklungsphase wurde eine CD angefertigt und vervielfältigt, die die fertiggestellten Erstversionen der Lernpfade und Materialien der drei beteiligten Initiativen enthält. Die Planung der Medienvielfaltstage wurde zentral durchgeführt.

Eine Technik-Gruppe (Dr. Franz Embacher, Dr. Markus Hohenwarter, Mag. Walter Wegscheider) betreute das WIKI und die Projekthomepage <http://www.austromath.at/medienvielfalt>, auf der die Ergebnisse (erzeugten Lernpfade) des Projekts frei zugänglich der Öffentlichkeit zur Verfügung stehen. Für die Erstellung der Lernpfade wurden Vorlagen entwickelt.

Die Projektbuchhaltung erfolgte zentral am Pädagogischen Institut für Niederösterreich, Hollabrunn.

3.2. PROJEKTTREFFEN

3.2.1. Projekttreffen Wien, 2. Bezirk – 10.12.2004

Dieses Treffen diente dem Kennenlernen und der Erhebung der einzelnen Stärken der drei beteiligten Initiativen. Mögliche Mitarbeiter und Mitarbeiterinnen wurden gemeinsam erhoben. Ein erster provisorischer Zeitplan wurde erstellt. Aufgaben wurden gemeinsam festgelegt, an die Teilnehmer und Teilnehmerinnen verteilt und ein Folgetreffen vereinbart.

3.2.2. Projekttreffen in Wien, Neulandschule, 19. Bezirk – 15.2.2005

Bei diesem Treffen waren bereits alle eingeladenen Projektlehrer/innen anwesend. Die Mitarbeiter/innen stellten Ihre bisherigen Aktivitäten vor und besprachen die Möglichkeiten der weiteren Zusammenarbeit. Die Konzeptionsphase des Projekts wurde präzisiert und eine inhaltliche Entscheidung über die zu erzeugenden Lernpfade wurde getroffen.

Folgende weitere Themen – im Zeitablauf – wurden besprochen:

- Zentrale Organisation, Vorstellung des WIKIs, Projektbudget
- Planung der Tagung in Amstetten (März 2005), Vorbereitung des Bundesseminars
- Planung der Tagung in Rankweil (November 2005), Vorbereitung des Bundesseminars
- Planung und Besprechung der ÖMG-Tagung (Mai 2005) und weiterer Termine (z.B. ISSEP Klagenfurt, Seminar in Wels)
- Organisation der äußeren Evaluation (Testlehrer, Länderkoordinatoren)

3.2.3. Projekttreffen in Amstetten – 6.3.2005

Programm:

- Mitarbeit bei den Lernpfaden / Arbeitsgruppen wurden eingeteilt. Die Gruppenorganisation zu den einzelnen Lernpfaden wurde wie folgt festgelegt: Die Gruppen organisieren sich selbst – Sprecher/innen wurden nominiert und ein Zeitrahmen für Rückmeldungen an die gesamte Gruppe wurde vorgegeben.
- ÖMG-Tagung wurde genau geplant.
- Informationspapier für Bundesseminarteilnehmer/innen wurde ausgearbeitet und ausgeteilt.
- Weitere Termine wurden festgelegt: Im Zentrum stand das Treffen und anschließende Bundesseminar in Rankweil, bei dem die Lernpfade eine Überarbeitung erfahren sollten. Erstversionen der Lernpfade wurden für September 2005 terminisiert, die Notwendigkeit von „Drehbüchern“ für die Testphase wurde besprochen.

Weitere **Diskussionspunkte:**

- Zeitlicher und inhaltlicher Umfang der Lernpfade.
- Unterschiedliche Auffassungen, ob methodische Anleitungen in den Lernobjekten oder in methodischen Anleitungen (Drehbüchern) enthalten sein sollen.
- Welche methodischen Anleitungen sind für die Umsetzung von Lernpfaden im Unterricht geeignet?
- Wie soll eine Dokumentation durch die Schüler/innen zur Sicherung des Lernertrags aussehen?
- Die Form der didaktischen Kommentare zu den Lernpfaden wurde festgelegt und damit eine inhaltliche Orientierungshilfe gegeben.
- In welcher Form können die Lernobjekte, die innerhalb des Lernpfads vorkommen, modularisiert werden und auch einzeln zugreifbar gemacht werden? Klärung der Begrifflichkeiten: Lernpfad versus Pool (sequentiell – freie Sammlung)

Festlegen von **Rahmenbedingungen:**

- Umfang (Stunden) 3 – max. 5 Stunden
- Art der Dokumentation Online zur Verfügung stellen (Link im WIKI setzen)
- Zahl der meth. Umsetzungen mind. 1 – optimal mehrere
- Art der Materialien Lernmaterialien (+ Schüleranweisungen) + Drehbuch
- Ergebnissicherung muss in die Umsetzungen aufgenommen werden!, Feedback – um den Lernfortschritt festzustellen (verschiedene Arten möglich).
- Termine einhalten – Termine in der Gruppe werden vom „Sprecher“ koordiniert
- Testen

Technik-Gruppe (Embacher, Hohenwarter, Wegscheider)

Wie werden die Inhalte Online angeboten - Problemfelder:

- Logo
- Layout
- Probleme bei PDF – nicht durch Benutzer/innen adaptierbar (DOC, RTF ev. besser)
- Formeln sind ein Problem (MathML noch nicht durchgängig) – Entscheidung für traditionelle Form über Grafiken
- Formatierung mit Standard-Tags, Besonderheiten über XML, Formatierung anschließend über CSS
- Navigation wird einheitlich über ein Template durchgeführt.

Vorstellung von Initiativen im **Umfeld** des Projekts:

- Creative Commons (<http://creativecommons.at>)
- contake (<http://www.contake.at>)

Evaluation des Projekts

- Möglichkeiten für Evaluation wurden besprochen (ZSE, Dissertation, im Rahmen des Projekts)

PR - Öffentlichkeitsarbeit:

- Medienvielfaltstage planen und ausrichten, Länderkoordinatoren ansprechen und bestellen – Namen und Ausschreibungen an die PIs über das Bundesministerium weiterleiten

3.2.4. Projekttreffen in Stockerau – 27.5. bis 28.5.2005

Ausschreibung zum Projekttreffen:

Themenbereiche

Die Teilnehmer(innen) dieser Arbeitstagung werden die Projektstruktur, bisherige Arbeit in den Gruppen, Planung der Medienvielfaltstage (Länderkoordination) und Reflexion über bisherige Erfahrungen mit dem Einsatz von Medien besprechen. Themen sind:

- Satz von Pythagoras (Unterstufe) als Pilot- und Vorzeigeprojekt
- Geometrische Beweise (Unterstufe)
- Beschreibende Statistik (Unterstufe)
- Funktionen (Oberstufe, Schwerpunkte 5. Klasse/6. Klasse)
- Vektorrechnung (Schwerpunkt fächerübergreifender Unterricht)
- Einstieg in die Differential- und Integralrechnung (Oberstufe)
- Ausgewählte Kapitel zur Wahrscheinlichkeitsrechnung (Oberstufe)
- Kryptographie (Oberstufe, Wahlpflichtfach – Projektunterricht)

Bei weiterem Fortschreiten der Konzeptionsphase sollen aus den Beispielen Schlüsse gezogen und Konzepte formuliert werden, die eine größere Allgemeinheit besitzen („von den Beispielen unabhängig sind“).

Es wird die weitere Vorgangsweise bezüglich Inhalten und zeitlicher Gestaltung festgelegt. Es werden die weiteren Treffen koordiniert und der vollzogene Übergang in die Technische Phase (Homepage, WIKI), Organisationsphase und Entwicklungsphase überarbeitet.

3.2.5. Projekttreffen Salzburg – 15.10. bis 16.10.2005

Protokoll:

Die Testlehrer/innen wurden per Rundmail schon dahingehend informiert, dass Lernpfade online erst nach Rankweil zur Verfügung stehen.

Diskussion über den Begriff „Lernpfad“

Beim letzten Treffen hat sich die Projektgruppe auf den Begriff Lernpfad geeinigt. In einer kurzen Diskussion wird die Treffsicherheit des Begriffes nochmals hinterfragt. Wird der Begriff Lernpfad im Sinne einer Methode verwendet - oder einfach als Materialsammlung? Die Gefahr besteht, dass die beiden Begriffsdeutungen parallel vorkommen. Einzelne Lernpfade beinhalten bzw. empfehlen verschiedene Unterrichtsmethoden. Wie ein/e Lehrer/in einen Lernpfad methodisch einsetzt, bleibt der Eigenverantwortung überlassen. Auch die Verwendung von einzelnen Teilen ist natürlich möglich. Ziel der erzeugten Lernpfade ist, immer auch didaktische Begleitmaterialien anzubieten und dem Lehrer / der Lehrerin auch ein mögliches „Drehbuch“ mit anzubieten.

Welche Lernpfade werden angeboten?

- 2. Klasse Geometrie
- 3. Klasse Pythagoras
- 4. Klasse Pythagoras
- 4. Klasse Kegel/Zylinder
- 4. Klasse Beschreibende Statistik
- 5. Klasse Funktionen Einstieg
- 5. Klasse Vektorrechnung (auch für die Wiederholung in der 6. Klasse geeignet)
- 6. Klasse Einstieg in die Wahrscheinlichkeitsrechnung – neuer Lehrplan
- 7. Klasse Einstieg in die Differentialrechnung
- 7. Klasse Einstieg in die Wahrscheinlichkeitsrechnung – alter Lehrplan AHS
- 8. Klasse Einstieg in die Integralrechnung
- Wahlpflichtfach Mathematik Oberstufe: Kryptographie – RSA

Testlehrer/innen sollen bis Ende des Wintersemesters die Materialien einsetzen, damit im März erste Evaluationsergebnisse vorliegen. Genaue Anleitungen für die Testlehrer/innen müssen erst formuliert werden (Aufgabe des Projekttreffens). Beim Seminar in Amstetten sollen die ersten Auswertungen stattfinden.

Lehrer/innen sollen auch Rückmeldungen geben, falls der Zeitrahmen nicht eingehalten werden kann. Eine Nachevaluation ist möglich und unvermeidbar.

Eine Planung der Durchführung der Tests und der Evaluation findet im Rahmen dieses Treffens statt.

Testlehrer gewinnen

Eine weitere Massenaussendung ist nicht mehr notwendig, es haben sich zur Zeit 70 – 80 Lehrer angemeldet. Weitere Mundpropaganda wird erfolgen. Teilnehmer/innen des Bundesseminars in Rankweil (die noch nicht als Testlehrer/innen gemeldet sind) werden vermutlich auch als Testlehrer/innen zu gewinnen sein.

Außenevaluation

Erich Svecnik hätte kommen sollen und über seine mögliche Hilfe bei der Evaluation referieren sollen. Koll. Heugl berichtet über die bisher geführten Gespräche. Eine Wunschliste für Evaluationsziele soll an ihn übermittelt werden

Didaktischer Kommentar - Überbau

Bericht von Helmut Heugl: anhand der Arbeit an dem Kommentar des Funktionen-Lehrpfads kam die Idee auf, einen didaktischen Kommentar zum Gesamtprojekt zu schreiben und nur spezielle Abweichungen davon in den jeweiligen Lernpfaden anzuführen – also einen Art methodisch-didaktischen Überbau zu schaffen.

Vorschlag:

1. Bezug zu den Lehrplänen
2. Unterrichtskonzepte für das medienunterstützte Lernen und Lehren
3. Zur Methodik von Lernpfaden
4. Zur Methodik des offenen Lernens
5. Standards – Grundvorstellungen – Grundfähigkeiten
6. Hilfestellung zum Einsatz verschiedener Lernmedien

Wenn es einen solchen allgemeinen Kommentar gibt, könnte der spezielle Kommentar folgende Struktur haben:

1. Zur Nutzung des Lernmediums / der Lernmedien
2. Didaktische Grundlagen
3. Ziele – Grundvorstellungen - Grundfähigkeiten

Der Vorschlag von Helmut Heugl wird diskutiert. Fazit: Der bereits existierende didaktische Kommentar bildet die bereits fertig gestellten Lernpfade gut ab. Es sollte vermieden werden, dabei eine Art didaktischen „Zeigefinger“ zu sehr zu strapazieren.

Die Gruppe ist eingeladen, Wünsche zur Evaluation zu äußern.

Drei Bereiche der Evaluation sollten beachtet werden:

- Evaluation der Produzenten – wie ist es uns bei der Erstellung ergangen
- Evaluation der Konsumenten (Testlehrer, Schüler)
- Evaluation des Lernzuwachses (Kontrollgruppen)

Wie die Evaluation tatsächlich aussehen soll, wird in einer gesonderten Gesprächsgruppe erläutert.

Problem: wie kann der Lernzuwachs der Schüler/innen getestet werden? Woher bekommt man Kontrollgruppen? Wie kann man Nebeneffekte wie Lehrer/in, Klassenzusammensetzung usw. ausblenden?

Zentrale Seiten, technische Aspekte der Lernpfadumsetzung

Markus Hohenwarter präsentiert den Entwurf der von ihm erstellten Startseite und bittet um Rückmeldungen. Es stellt sich die Frage, ob Abstracts der Lernpfade auf der Startseite angezeigt werden sollen. Die einstimmige Meinung lautet „Nein“.

Die Startseite für die einzelnen Lernpfade soll einheitlich sein. Markus Hohenwarter präsentiert ein Template, das anschließend diskutiert, bearbeitet und akzeptiert wird. Eine endgültige Version wird in Kürze im Wiki zur Verfügung stehen. Technische Details für die Abgabe der Lernpfade werden geklärt. Markus Hohenwarter bittet, NVU als Editor zu verwenden oder sauberes (X)HTML zu erzeugen - keinesfalls WORD.

Auf allen ausdrucksbaren Materialien soll das Projekt-Logo aufscheinen (pdf-Dateien, Arbeitsblätter etc.)

Abgabetermin der fertigen Lernpfade: 30. Oktober 2005, 21:30h

Samstag, 15.10.05

Am Programm steht die Vorstellung der einzelnen Lernpfade mit kurzer Rückmeldung. Geplante Begleitmaterialien und didaktische Kommentare werden durch die Sprecher der Gruppen vorgestellt.

Arbeitsgruppengespräche zu zwei Themen:

- Vorbereitung der Materialien für Testlehrer - Evaluation
- Planung des Bundesseminars in Rankweil

Drei Bereiche der Evaluation:

- Evaluation der Produzenten – wie ist es uns bei der Erstellung ergangen
- Evaluation der Konsumenten (Testlehrer, Schüler)
- Evaluation des Lernzuwachses (Kontrollgruppen)

Eigentlich sind 4 Gruppen zu beachten – Lehrer und Schüler sind eigentlich zwei unterschiedliche Gruppen.

Zwei Themenbereiche müssen im Folgenden diskutiert werden:

- Die Testlehrer müssen erfahren, was sie (nach Rankweil) tun sollen.
- Was soll nun genau im Evaluationsbogen gefragt werden?

Die Testlehrer müssen möglichst bald erfahren, wie die weitere Vorgangsweise aussehen soll. Was wird den Lehrern in Rankweil mitgeteilt bzw. wie soll die offizielle Aussendung aussehen, die Terminvorgaben, Anweisungen und technische Aspekte enthält?

- Aufforderung zum Einsatz der Materialien im Laufe des Schuljahres 05/06 in den Testklassen unter Berücksichtigung der vorgeschlagenen Unterrichtsszenarien. (Zeitraum 3 – 6 Unterrichtseinheiten)
- Eine Rückmeldung, wann, in welcher Klasse die Materialien definitiv zum Einsatz kommen bitte sofort nach Rankweil nach Hollabrunn schicken.
- Direkt danach sollen die Schüler befragt werden (Online Fragebogen – stehen ab Mitte Dezember auf der Medienvielfaltsseite – verlinkt - zur Verfügung)
- Bitte innerhalb der darauf folgenden zwei Wochen den Lehrerfragebogen auszufüllen (Online Fragebogen).
- Einladung zum Bundesseminar in Amstetten, wo erste Evaluationsergebnisse präsentiert werden.
- Nach Abschluss des Projektes wird die Auswertung (über Rechenschaftsbericht) bekannt gegeben.

Zeitschiene:

- Direkt nach Rankweil sind die Lernpfade abrufbar mit den zugehörigen Metainformationen.
- Nach Ende dieser Unterrichtsphase sollen die Schülerbefragungen durchgeführt werden, d.h. bis Mitte Dezember müssen die Fragebögen fertig sein und bereitstehen.
- Anfang Dezember müssen die Informationen zum Ausfüllen (Adresse, Passwörter etc.) bereitstehen.

Fragen: Was soll nun genau gefragt werden? Befragung anonymisiert? – durch die Zuordnung zu einem speziellem Lernpfad und Schultyp, in dem er eingesetzt wurde, erhebt sich die Frage, wie anonym kann ein solcher Bogen sein!

Wie viele M-Stunden sind in dieser Schulstufe vorgesehen. Technische Voraussetzungen. Vorerfahrungen der Schüler mit eLearning Sequenzen.

Themen Lehrerfragen

- Wie hilfreich war der didaktische Kommentar? *Skala*
 - gegebenenfalls Anmerkung (*freies Textfeld für Kommentar*)
- Wie weit haben Sie sich an angebotene Unterrichtsszenarien gehalten?
- Sind Sie mit der Art der Bereitstellung der Materialien zufrieden? Wäre ev. mehr Modularität gewünscht?

- Sind fertige Vorschläge für den Einsatz im Unterricht erwünscht (fertige Unterrichtsszenarien)
- Hätten Sie sich etwas gewünscht, was mit diesem Lernpfad nicht möglich war (Struktur zu verändern, Reihenfolge)
- Ist eine Lernplattform im Einsatz, wurden die Materialien innerhalb einer Lernplattform verwendet.
- Einschätzung der Qualität
- Medienmix – Kombination der Medien
- ist die Beherrschung der Medien ein Problem
- Interaktivitätsgrad
- ist die Beherrschung von Elementen der neuen Lernkultur (Lernspirale, Stationenbetrieb) ein Problem
- Empfinden
- Was hat besonders gut gefallen, was eher weniger?

Themen Schülerfragen – trennen in Unterstufe und Oberstufe

- Was hat besonders gut gefallen, was eher weniger?
- Schwierigkeitsgrad
- Beherrschung der Medien ein Problem?

Wer entwickelt Fragen zu den einzelnen Themen?

Schüler/innen:

- Unterstufe -- Stepancik, Dorfmayr
- Oberstufe -- ??

Lehrerinnen:

- | | |
|--|----------------------|
| • Modularisierung, Bearbeitbarkeit | Oberhuemer, Embacher |
| • Qualität der Lernpfade, Angebot | Wegscheider, Klinger |
| • Beherrschung der Medien, Schwierigkeit | Jauck, Lindner |
| • Methodik, Didaktischer Kommentar | Klinger, Bierbaumer |

Medienvielfaltstage

Bereits fixierte Termine

- | | |
|---------------------------|---|
| 16. März - Salzburg | Zell am See - Jauck, Bleier |
| 17. März - Oberösterreich | Wels (30 Anmeldungen) - Lindner, Bleier |

3.2.6. Projekttreffen in Rankweil – 11.11.2005

Themenkreise:

DIDAKTISCHE BEGLEITMATERIALIEN FÜR LEHRERINNEN UND LEHRER

Wann soll was fertig sein? Wer macht was?

2. Klasse	Merkwürdige Punkte	Walter K, Traude		
3. Klasse	Pythagoras3	Evelyn	Rankweil	
5. Klasse Ergänzung: Schnitt zweier Geraden	Vektoren 1	Anita, Walter K	Rankweil und Zug	
	Vektoren 2	Anita, Walter K	Rankweil und Zug	
7. Klasse	Differentialrechnung	Markus, Evelyn	Rankweil	
	Stochastik	Gabi B	Rankweil	Lernspirale
8. Klasse	Integralrechnung	Markus, Evelyn	Rankweil	
WPF	Kryptographie	Walter W, Anita	Bis 15.11.	Portfolio?

Wo findet man diese Materialien? – Übersichtsseite: Lernpfad, didaktischer Kommentar, methodischer Kommentar – jede Gruppe ist eigenverantwortlich

In Navigationsleiste sollte es einen Link auf die Medienvielfalts-Seite geben – ev. das Medienvielfalts-Logo als Link verwenden!

Testlehrer/innen:

Anleitungen für die Testlehrer/innen wurden genau festgelegt:

- wie sieht die Evaluation aus
- welche Informationen erhalten die Testlehrer/innen
- wann erhalten sie die Informationen
- wie erfolgt die Evaluationsphase

Interne Evaluation:

Es erfolgt eine erste Zuordnung der Lernpfade für ein internes Feedback an die Projektmitglieder.

Fragestellung: Nach welchen Gesichtspunkten sollen wir die Lernpfade durchsehen?

- Idee: Grad der methodischen/didaktischen Steuerung im Lernpfad,
- Idee: Zusätzliche geeignete Anleitungen für den Unterricht nötig?
- Idee: Kompetenzmodell von den Standards – Einbeziehung von Spezialist/innen
- Idee: Sind alle geeigneten Medien dabei?

Ziel: Im Jänner erfolgt eine genaue Festlegung!

Terminplanung:

Weitere Termine für Projekttreffen wurden besprochen und fixiert.

3.2.7. Projekttreffen in Altengbach – 18.1. bis 19.1.2006

Schwerpunkte der Arbeitstagung sind

- die Besprechung und Reflexion der bisherigen Gruppenarbeiten
- die Notwendigkeit und Form einer inhaltlichen Überarbeitung der Unterrichtsmaterialien auf Basis der internen Lernpfadevaluation durch die Projektmitglieder
- die Besprechung des Fortschritts der Evaluationsphase und weitere organisatorische Abwicklung der Evaluation durch die Testlehrer/innen
- die Erstellung der Projekt-CD
- die weitere zeitliche Planung – Meilensteine, Terminsetzung weiterer Treffen
- die Besprechung des Bundesseminars in Amstetten von 13. – 16. März 2006 (zusätzlich des Vorbereitungstreffens am 12. März)
- die Planung der Medienvielfaltstage in den Bundesländern
- die Formulierung von allgemeinen Konzepten (Stichwort: ein „Allgemeiner didaktischer Überbau“) und die Form ihrer Veröffentlichung
- die Besprechung der Form des Projekt-Abschlussberichts

Zusätzliche Themenbereiche:

- Planung für ein Seminar in Rankweil im Herbst 2006
- Planung für Bundesseminar in Amstetten
- Evelyn Stepancik – Vorstellung der Ergebnisse der Evaluation in Amstetten einplanen
- FAQ – technische Hilfestellungen, viele Lehrer/innen haben Probleme mit nicht installiertem Java etc.
- Methodische Vorkenntnisse – Problem, dass mit den beschriebenen Methoden nicht gearbeitet werden kann, wenn sie nicht eingeführt sind!
- Didaktischer Überbau – Richtlinien ausarbeiten
- L@rnie-Award und andere Wettbewerbe – Teilnahme besprechen, eventuell nur Teilprojekte einreichen (Anita Dorfmayr übernimmt Einreichung)
- Weitere Entwicklung: IMST3, Strategien

3.2.8. Projekttreffen in Amstetten – 12.3.2006

Tagesordnung:

- **Medienvielfaltstage**
 - Vorarlberg
 - Bericht Markus Hohenwarter (mit Klaus Himpsl – Organisation, Dornbirn HTL ist sehr gut ausgestattet + viele EDV-Räume)
 - Echo war sehr gut – gut funktioniert hat: Spezialisierung auf 1 Lernpfad + Zettel: „wie kann den Lernpfad einsetzen“ + Feedback-Bogen
 - Anita Dorfmayr und Evelyn Stepancik bauen einen Raster für MV-Tag Bgld
 - Programm: Einführung + Fortgeschrittenenkurs GeoGebra + 2 EVA-Einführungen, Nachmittag Lernpfade ausprobieren lassen – gemeinsam (Kurzeinführung Projekt ohne Blitzlichter)
 - Wien
 - Anmeldesituation etwas problematisch
 - MediaWiki wurde bereits eingerichtet
 - Klaus Himpsl ansprechen, ob er die letzten Änderungen schon vorgenommen hat
 - Unterlagen von Gaby Bleier weiter ausbauen – Treffen am Montag um 20.00 Uhr
- **Dornbirn / Rankweil**
 - Frage – soll Dornbirn stattfinden (Zusatzfragen: in welcher Form – in Zusammenhang mit Projekt ja / nein), Termin: Mitte November – Termin soll von Klaus Himpsl mit Hotel abgeklärt werden
 - Modellierungswerkstatt mit Martin Bracke, Univ. Kaiserslautern)
- **Weitere Veranstaltungen**
 - Interpädagogika (9. – 12.11.) Teilnahmemöglichkeit ist nach Gespräch Embacher – Dorninger gesichert
- **Neues Projekt - Antrag**
 - Möglichkeiten der Kooperation mit IMST3
 - Medienvielfalt und Lernplattformen – Untersuchung
 - Genderthematik
 - Idealer Medienmix
 - Konzepte zur Methodenvielfalt
 - Fortführung der Kurse (derzeit hauptsächlich Einführungen) – Konzentration auf einen Jahrgang (z.B. 8. Schulstufe od. 9. Schulstufe)
 - Treffen mit MR Dr. Dorninger – Zusammenstellung von Franz Embacher
- **Leitfragen für die interne Lernpfadevaluation**
 - Wie soll der Evaluationsbogen aussehen? – der Umfang ist noch strittig
 - Eine Checkliste sollte in Amstetten noch entstehen
- **Rechenschaftsbericht**
 - Anleitung, wie eine Lernpfadbeschreibung aussehen sollte
 - Vorwort – Motivation

- Vorteile des Medieneinsatzes
- Didaktischer Kommentar
- Drehbuch
- Welche Projekttreffen haben stattgefunden
- Kurze Beschreibung der Materialien
- Interne Evaluation (Ergebnisse)
- Ersteller/innen
- Externe Evaluation wird wahrscheinlich nicht bei den Lernpfadbeschreibungen angehängt
- Die anderen Bereiche sind von den Leitern der Gruppen voranzutreiben
- CD beilegen
- Zeitplan: Lernpfadbeschreibungen bis Oktober 2006
- Termin im September für interne Evaluation
- **Publikation**
 - wird wahrscheinlich eine Folgeerscheinung des Projekts sein (sollte vom Projekt autorisiert sein, muss aber nicht integraler Bestandteil sein)
 - Fertigstellung bis Ende 2007?
 - Redaktionsteam sollte sich bis Mai herauskristallisieren

3.2.9. Projekttreffen in Altengbach – 14.10. bis 17.10.2006

Tagesordnung:

Samstag 14.10.

14.00 – 16.00

Allgemeine Anliegen

Vorstellung der **externen Evaluationsergebnisse** durch Evelyn Stepancik (Schüler- und Lehrer-rückmeldungen)

anschließend Diskussion

16.00 – 19.00 (mit Pause)

Interne Evaluation Phase 1 – die einzelnen Lernpfade werden nach dem bereits versendeten Modell (Erzeuger/innen, Evaluator/innen, Protokollführer/innen) durchgearbeitet

- Am Beginn jedes Lernpfades werden die Schüler/innen-Rückmeldungen aus der externen Evaluation ohne Diskussion (10 min.) vorgestellt, um den Hintergrund zu erweitern.

Es sind pro Lernpfad 2 Protokollführer/innen genannt

- Aufgaben:
- 1) Rechenschaftsteil für den Lernpfad erstellen
 - 2) Allgemeine Gedanken und Ideen niederschreiben

Sonntag 15.10.

9.00 – 12.00 Uhr (mit Pause)

Interne Evaluation Phase 2 – siehe Samstag Nachmittag, Phase 1

12.00 – 12.30 Uhr

Planung des **Bundesseminars in Amstetten** (Termin + Inhalte, beteiligte Personen – Einbindung der interessierten deutschen Kolleg/innen und von Testlehrer/innen)

Allgemeine Anliegen: Budget, Erfassung der MV-Tage – Anzahl der TN, Treffen für die Erstellung der Rechenschaftsbericht der Lernpfade → Budget, Externe Evaluationsbeschreibung durch Klaus Himpsl

12.30 Mittagessen

14.00 – 16.30 Uhr (mit Pause)

Interne Evaluation Phase 3 – siehe Samstag Nachmittag, Phase 1

16.30 – 19.00 Uhr

Interne Evaluation Phase 4 – siehe Samstag Nachmittag, Phase 1

Montag 16.10.

9.00 – 12.30 Uhr (mit Pause) – ev. in Gruppen!

Organisation des **Rechenschaftsberichts** (Übersicht bereits mit Mail versendet)

Kurzversion des Rechenschaftsberichts (Conclusio – Summary)

- Was ist geschehen! (positiv – negativ)
- Was ist offen geblieben
- Bezug zu einem neuen Projekt
- Bedeutung der verwendeten Medien
- Methodisch-Didaktische Zusammenfassung
- Ausblick auf Überbau

Einbau der allgemeinen Teile der externen Evaluation

12.30 Mittagessen

14.00 – 17.00 (mit Pause)

Überarbeitung der **Rechenschaftsberichte** für die **einzelnen Lernpfade**

Implementierung der externen Evaluation

17.00 – 18.30

Neues Projekt – Planung, Vorgangsweisen

Medienvielfaltstage im Herbst 2007

Dienstag 17.10.

9.00 – 12.30 (mit Pause)

Arbeit in Gruppen

- Fertigstellung des Rechenschaftsberichts
- Methodischer Überbau
- Allgemeiner Überbau zu Lernpfaden

12.30 Mittagessen

14.00 – ca. 17.00 (mit Pause)

Arbeit in Gruppen

- Fertigstellung des Rechenschaftsberichts
- Methodischer Überbau
- Allgemeiner Überbau zu Lernpfaden

Abschlussplenum

Konzept des Rechenschaftsberichtes

1. Vorwort

2. Allgemeine Beschreibung des Forschungsprojektes

2.1. Projektentstehung

2.2. Antrag des Forschungsprojektes (Projektziele)

2.3. Projektgenehmigung und Unterstützung durch das bmbwk

3. Projektdurchführung

3.1. Zentrale Koordination – Konzepte und Organisation

3.2. Projekttreffen

3.3. Treffen der einzelnen Lernpfadgruppen

3.4. Technische Umsetzung (*Technikgruppe, Homepage, Struktur der Lernpfade, CD-Produktion*)

- 3.5. Interne Projektkommunikation (*Mailingliste, Wiki*)
- 3.6. Aufbau von Kooperations- und Kommunikationsabläufen zwischen Entwickler/innen und Lehrenden in der Unterrichtspraxis (*Rankweil - Seminare, Testsituation*)
- 3.7. Organisation der Testsituation und äußeren Evaluation
- 3.8. Organisation der inneren Evaluation

4. Lernpfade und lernpfadspezifische Evaluation

Rundmail (nach Amstetten): Rechenschaftsbericht Lernpfade – Gruppenleiter/innen, alle Lernpfade anführen; Dazu kommen die lernpfadspezifischen Teile der Evaluationsergebnisse

5. Allgemeine Evaluationsergebnisse und methodisch-didaktische Folgerungen

- 5.1. Äußere Evaluation – Testlehrer
- 5.2. Methodisch - didaktische Einsatzmöglichkeiten von Lernpfaden im Mathematikunterricht
 - 5.2.1. E-Learning und Lernkultur
 - 5.2.2. Sinnvoller Medienmix – in welcher Situation kann man welches Medium optimal verwenden (*exemplarisch, Blitzlichter*)
 - 5.2.3. Untersuchung der Auswirkungen des Einsatzes von neuen Lehr- und Lernmedien auf das Lehren und Lernen (Konsequenzen für die methodisch – didaktische Aufbereitung des Unterrichtsstoffes – Lernerfolg, Möglichkeiten zur individuellen Lernprozessgestaltung), *Überbau*
 - 5.2.4. Nachhaltigkeit – Bildungsstandards
 - 5.2.5. Einsatz von LMS – Lernplattformen

6. Öffentlichkeitsarbeit und Verbreitung der Lernpfade

- 6.1. Medienvielfaltstage
- 6.2. Seminare und Workshops, Lehrer/innen-Fortbildung (*Bundesseminar Amstetten, Rankweil, ...*)
- 6.3. Tagungen (*ÖMG-Tagung - Didaktiktag, Schulmathematik-Tagung TU-Wien, Hall, Interpädagogika, ...*)
- 6.4. Internationale Konferenzen (*Dresden, Finnland*)
- 6.5. CD-Produktion

7. Zusammenfassung und Ausblick

- 7.1. Einschätzung der gemeinsamen Arbeit durch die einzelnen Initiativen
 - 7.1.1. vor dem Projekt
 - 7.1.2. im Projekt
 - 7.1.3. wie geht es weiter
- 7.2. Geplante weitere gemeinsame Vorgangsweise (*neuer Projektantrag, offene Fragen, Bildungsstandards, Lehrplanentwicklung, Nachhaltigkeit, weitere Forschungsbereiche - Altlenbach*)

ad 4) Lernpfade und lernpfadspezifische Evaluation

Die Leiter/innen der einzelnen sind für die Sammlung und Organisation folgender inhaltlicher Teile verantwortlich. Die Aufteilung der Arbeit in der Gruppe erfolgt selbst organisiert!

- Motivation (Vorwort) – warum wurde das Thema gewählt
- Didaktischer Kommentar (aus dem Lernpfad)
 - Inhaltsbeschreibung bzw. Beschreibung der vorliegenden Materialien, Inhalte und Ziele
- Drehbuch / Drehbücher (methodisch didaktische Anleitungen aus dem Lernpfad)
- Vorteile des Medieneinsatzes bei diesem Lernpfad
- Interne Evaluationsergebnisse zum Lernpfad (diese werden in Altlenbach im Oktober erstellt)
- Äußere Evaluation / Feedback durch die Testlehrer/innen (in Zusammenarbeit mit Evelyn Stepancik)
- Überblick über den Erstellungsprozess und Zeitrahmen - Treffen des Projektteams

Deadline: Ende September - vor dem Projekttreffen in Altlenbach von 14. – 17. Oktober sollte alles außer der internen Evaluation fertig sein!

Fertige Versionen bitte an Verteilerliste senden → Kritikmöglichkeit und Vorlage für andere + Vorbereitung einer Zusammenfassung für Altlenzbach.

Verteilung der Lernpfade:

- 2. Klasse (**Dorfmayr**, Klinger, *Urban-Woldron*, *Schwaiger*)
- 3. Klasse – Pythagoras (**Stepancik**)
- 4. Klasse – Pythagoras (**Dorfmayr**, Klinger, *Nagl*)
- 4. Klasse – Statistik (**Stepancik**, Embacher, Bleier)
- 4. Klasse – Zylinder, Kegel/Kugel (**Stepancik**)
- 5. Klasse – Vektoren 1,2 (**Lindner**, *Dorfmayr*, *Himmelbauer*, Hohenwarter)
- 5. Klasse – Funktionen (**Bierbaumer**, Embacher, Heugl)
- 6./7. Klasse - Stochastik (**Jauck**, Bleier, Hohenwarter)
- 7. Klasse – Differentialrechnung (**Hohenwarter**, Jauck)
- 8. Klasse - Integralrechnung (**Hohenwarter**, Jauck, Lindner)
- Wahlpflichtfach – Kryptographie (**Wegscheider**, Embacher, Oberhuemer)

3.2.10. Projekttreffen in Amstetten – März 2007

Geplant!

3.3 TREFFEN DER EINZELNEN LERNPFADGRUPPEN

Bei der Erstellung der einzelnen Lernpfade und der dazugehörigen Begleitmaterialien waren neben der kontinuierlichen Kommunikation über elektronische Mittel (WIKI, E-Mail) zwischen fünf und acht Treffen pro Gruppe notwendig. Die Organisation oblag den Gruppenleitern und Gruppenleiterinnen. Zur Vereinfachung wurden – wenn möglich – bei der Gruppenzusammensetzung regionale Gesichtspunkte berücksichtigt. Für die Evaluation waren zwischen drei und fünf Treffen erforderlich.

3.4. TECHNISCHE UMSETZUNG

Im Projekt wurde eine Technikgruppe eingesetzt, um die technische Umsetzung vor- und aufzubereiten.

3.4.1. Homepage

Die Projekthomepage wurde am mathematischen Bildungsserver des Pädagogischen Instituts für Niederösterreich in Hollabrunn (<http://www.austromath.at/medienvielfalt>) eingerichtet. Um eine höhere Bandbreite zu ermöglichen, wurde der Serverinhalt auch auf der Salzburger Universität im Bereich von GeoGebra gespiegelt.

Die Betreuung der Aktualisierungen der Lernpfade erfolgte durch Markus Hohenwarter und Walter Wegscheider. Auf die Lernpfade kann seit Anfang November 2005 über das Internet unter der vorigen Webadresse frei zugegriffen werden. Die Lernpfade stehen auch in einer Download-Version zur Verfügung, um den Gegebenheiten der Schulen (manchmal keine optimale Internet-Anbindung zum gewünschten Zeitpunkt) Rechnung zu tragen.

Schwierigkeiten bei der Umsetzung ergaben sich durch die verschiedenartigen Konventionen (Groß- und Kleinschreibung, Javascript) bei den verschiedenen Plattformen (Windows, Linux – Internet Explorer, Mozilla – Internet Information Server, Apache). Es wurde versucht, möglichst kompatible Versionen zu erzeugen, die auf Linux- und Windowssystemen möglichst problemlos abspielbar sind. Probleme gibt es durch die Verwendung von Javascript, Java-Applets und Flash auf Apple-Rechnern.

3.4.2. Autorenvorlagen

Um eine gemeinsame Struktur und ein einheitliches Layout der Lernpfade zu erreichen, wurden Vorlagen (Templates) für die Erstellung der Lernpfade und der zugehörigen didaktischen Kommentare erarbeitet.

3.4.2.1. Autorenvorlage für ein Lernpfad-Paket

Die folgenden Absätze in diesem Kapitel wurden über E-Mail verschickt und geben die Anleitungen und Bitten von Markus Hohenwarter an alle Ersteller von Lernpfaden wieder und betreffen das gemeinsame Erscheinungsbild aller Materialien:

Ein *Lernpfad-Paket* besteht aus dem Lernpfad selbst, einer Übersichtsseite, dem didaktischen Kommentar, methodischen Drehbüchern, sowie allen Lernobjekten und anderen Dokumenten für den Download. Für ein solches Lernpfad-Paket wurden Vorlagedateien im HTML Format zur Verfügung gestellt, welche mit dem kostenlosen HTML-Editor NVU (<http://www.nvu-composer.de>) bearbeitet werden können. Zusammen mit den Vorlagen wurde auch ein Beispiel-Lernpfad zum Thema „Pythagoras“ zur Verfügung gestellt, um zu zeigen, wie ein Ergebnis in etwa aussehen sollte.

Im Folgenden sind die begleitende Anleitung zu den Vorlagedateien für die Lernpfadautoren sowie die Vorlagedateien selbst abgedruckt.

Beschreibung zu den Vorlagedateien

Markus Hohenwarter, 19. 8. 2005

Abgabe der Lernpfadpakete bis spätestens 7. 10. 2005

Download der Vorlagen: <http://www.geogebra.at/download/medienvielfalt>

Im Ordner „lernpfad_paket“ befinden sich alle nötigen Vorlagen für die Abgabe eines „Lernpfadpakets“. Ein Lernpfadpaket besteht aus:

- 1) Lernpfad selbst
- 2) Lernobjekte und Dokumente für den Download
- 3) Übersichtsseite zum Lernpfad
- 4) Didaktischer Kommentar

Beispiel:

Im Ordner "pythagoras_beispiel" liegt ein Beispiel mit ausgefüllter Übersichtsseite und didaktischem Kommentar. Diese Dateien habe ich (Markus Hohenwarter) ausgehend von einem Entwurf der Autoren des Lernpfades gebastelt und sind inhaltlich wahrscheinlich sinnlos. Sie sollen nur zeigen, wie ein Ergebnis in etwa aussehen könnte, wobei die echten Dateien wohl genauer ausformuliert und umfangreicher sein sollten.

Übrigens: das Design der Dateien ist vorläufig und kann sich natürlich noch ändern (Schriftart, Farbe, usw.). Das kann ich dann im Nachhinein einfach durch Austausch der "style.css" Datei machen, was eigentlich Hauptzweck dieser Vorlage ist.

Anleitung:

Bitte für jeden Lernpfad die folgenden Schritte durchführen und das Ergebnis als EINE zip Datei an Markus.Hohenwarter@sbg.ac.at schicken. Danke!

1) Lernpfad kopieren

Im Ordner "lernpfad_paket" befindet sich ein Unterordner "lernpfad". Bitte den Lernpfad mit allen benötigten Dateien (außer Downloadpakete) dort hinein kopieren.

2) Lernobjekte und Dokumente für den Download

Im Ordner "lernpfad_paket" befindet sich ein Unterordner "download". Dorthin bitte

- ein Downloadpaket des gesamten Lernpfades,
- eventuelle Downloadpakete einzelner Lernobjekte,
- eventuelle pdf - oder doc - Datei des didaktischen Kommentars
- und alle weiteren Download-Dokumente

kopieren.

Wichtiger Hinweis:

Bitte die beiden im Weiteren angesprochenen Dateien nur mit dem HTML Editor "NVU" bearbeiten (kostenlos unter <http://www.nvu-composer.de>). Bitte möglichst keine händischen Formatierungen machen! Neben normalem Text sollten nur Überschriften (in NVU oben links) sowie Listen und Aufzählungen verwendet werden. Wenn Text aus einem anderen Programm (z.B. Word) eingefügt wird, dann bitte den eingefügten Text in NVU markieren, mit der rechten Maustaste draufklicken und "Alle Textstile entfernen wählen". Nur so kann ein einheitliches Aussehen unserer Seiten funktionieren.

3) Übersichtsseite

Die Datei "uebersicht.htm" im Ordner "lernpfad_paket" ist eine Vorlage für die Übersichtsseite des Lernpfades. Bitte diese Datei einfach in NVU öffnen und alle Texte in spitzen Klammern < Beispieltext > durch eigene Texte ersetzen.

An den entsprechend gekennzeichneten Stellen bitte (relative!) Links setzen:

- zur Hauptdatei des Lernpfades (die sich im Unterverzeichnis "lernpfad" befindet)
- zu einer eventuellen pdf- oder doc - Version des didaktischen Kommentars (die im Unterverzeichnis "download" liegt)
- zu allen Download Dateien (Lernobjekte und weitere Dokumente im Unterverzeichnis "download")

4) Didaktischer Kommentar

Die Datei "did_kommentar.htm" im Ornder "lernpfad_paket" ist eine Vorlage für den didaktischen Kommentar des Lernpfades. Bitte diese Datei einfach in NVU öffnen und alle Texte in spitzen Klammern < Beispieltext > durch eigene Texte ersetzen.

Tipp: um eine doc - und pdf - Version des didaktischen Kommentars zu erstellen, kann man z.B. so vorgehen:

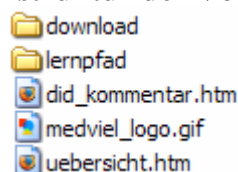
- zuerst HTML-Version schreiben mit "did_kommentar.htm",
- dann "did_kommentar.htm" in Word öffnen und eventuell
- nachbearbeiten. Speichern und "did_kommentar.doc"
- mit z.B. WordToPDF (<http://www.smile-to-me.de/tools.htm>) die doc - Datei in eine pdf - Datei umwandeln.

5) Lernpfad-Paket erstellen

Wenn alles fertig ist:

- bitte den Ordner "lernpfad_paket" umbenennen in
- den Namen des Lernpfades (z.B. "pythagoras1").
- Dann diesen Ordner in EINE zip - Datei packen (Name: z.B. "pythagoras1.zip").
- Die zip - Datei an markus.hohenwarter@sbg.ac.at schicken

Ordnerstruktur der Vorlagedateien



Vorlage: Didaktischer Kommentar



Didaktischer Kommentar: < Name des Lernpfades >

< Abstract (max. 500 Zeichen): Kurzvorstellung des Lernpfades, Methode, grobes Lernziel, eventuell Bild >

Kurzinformation	
Schulstufe	< am besten z.B. 7. Schulstufe (3. Klasse AHS / HS) >
Dauer	< ungefähre Angabe in Unterrichtsstunden >
Unterrichtsfächer	< wichtig für (eventuell) fächerübergreifende Lernpfade >
Verwendete Medien	< Applets, Animationen, CAS, DGS, Derive, Excel, GeoGebra, ... >
Technische Voraussetzungen	< Flash, Java, ...; Tabellenzeile löschen, wenn nicht nötig >
Autoren	< Namen der Lernpfadautoren >

< Bitte für alle weiteren Überschriften nur die Formatierungen "Überschrift 2" oder "Überschrift 3" verwenden.

Für den didaktischen Kommentar werden folgende Inhalte vorgeschlagen:

- ♦ Voraussetzungen: Welche Vorkenntnisse und Fertigkeiten brauchen die Schülerinnen und Schüler? (fachlich und technisch)
- ♦ Lernziele/Lerninhalte: Was sollen die SchülerInnen nach der Bearbeitung des Lernpfades können? Welche Grundvorstellungen - welches Basiswissen sollen die Schüler und Schülerinnen entwickeln.
- ♦ Verlaufsplan/Prozesshinweise: zeitlicher Ablauf, Sozialformen, verwendete Lernobjekte, Methoden
- ♦ Lernmedien der SchülerInnen (Heft, Lerntagebuch, Notebook, Lernplattform, ...)
- ♦ Leistungsbeurteilung
- ♦ Was bringen die neuen Medien? Warum werden verschiedene Medien kombiniert?
- ♦ Rolle des Lernpfades im Themenbereich
- ♦ fachlich-, didaktische Hintergrundinformationen
- ♦ Links zu Theorie (z.B. **mediendidaktische Konzepte**)
- ♦ Links zu Benutzerhinweisen
- ♦ Ideen zu Ausblick, Weiterführung, ... >

Vorlage: Übersichtsseite eines Lernpfades

< Name des Lernpfads >

< Abstract (max. 500 Zeichen): Kurzvorstellung des Lernpfads, Methode, grobes Lernziel, eventuell Bild >

Lernpfad und didaktischer Kommentar

- ♦ Lernpfad: **< Name des Lernpfads und Link zum Lernpfad im Unterverzeichnis "lernpfad" >**
- ♦ **Didaktischer Kommentar**

Kurzinformation	
Schulstufe	< z.B. 7. Schulstufe (3. Klasse AHS / HS) >
Dauer	< ungefähre Angabe in Unterrichtsstunden >
Unterrichtsfächer	< wichtig für (eventuell) fächerübergreifende Lernpfade >
Verwendete Medien	< Applets, Animationen, CAS, DGS, Derive, Excel, GeoGebra, ... >
Technische Voraussetzungen	< Flash, Java, ...; Tabellenzeile löschen, wenn nicht nötig >
Autoren	< Namen der Lernpfadautoren >

Lerninhalte, Methoden und Lernziele

< Hier soll KURZ auf Inhalte, Methoden und Lernziele hingewiesen werden. Dazu kann die folgende Tabelle oder einfacher Text verwendet werden. Bitte eventuelle die Überschrift ändern und die Tabelle löschen. Ausführliche Erklärungen bitte im didaktischen Kommentar angeben - hier bitte nur KURZ. >

Lerninhalt	Lernziel
< Lerninhalt >	< Lernziel >
< Lerninhalt >	< Lernziel >
< Lerninhalt >	< Lernziel >
< Lerninhalt >	< Lernziel >
< Lerninhalt >	< Lernziel >

Download der Lernobjekte

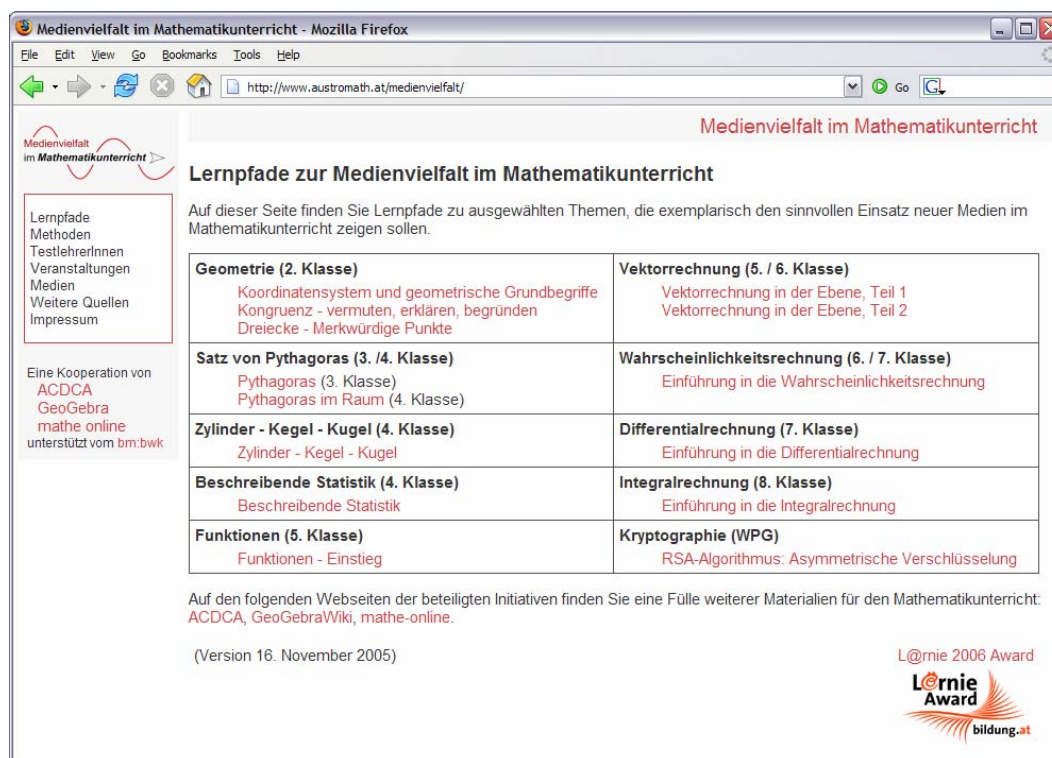
Lernobjekt	Beschreibung	Technische Voraussetzungen
< Link auf Lernobjekt im Unterverzeichnis "download" >	< Beschreibung des Lernobjekts >	< Java, Flash, usw. >
< Link auf Lernobjekt im Unterverzeichnis "download" >	< Beschreibung des Lernobjekts >	< Java, Flash, usw. >

Weitere Informationen

< Hier können vertiefende und weiterführende Ressourcen zum Thema angeboten werden. Falls nicht nötig, bitte die Überschrift und diesen Text löschen >

3.4.2.2. Navigationsstruktur der Homepage und der Lernpfade

Für die Projekt-Homepage (<http://www.austromath.at/medienvielfalt/>) wurde eine Framestruktur mit JavaScript - Menüsteuerung erstellt.



Die dafür verwendeten Dateien wurden auch den Lernpfadautoren zur Verfügung gestellt, sodass sie für die Lernpfade auch dieselbe Menünavigation verwenden konnten.

Download der Vorlagen unter: <http://www.geogebra.at/download/medienvielfalt>

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

- Übersicht
- Vorlage
- Linked Header
- Unlinked Header
- Vorlage
- Linked Header
- Unlinked Header
- Vorlage

Eine Kooperation von
ACDCA
GeoGebra
mathe online

Unterstützt vom **bm.bwk**

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

Framestruktur für die Medienvielfalts-Homepage

Diese Framestruktur besteht aus:

- Linker Frame: Navigationsmenü ("_navbar.htm") und Logo ("_logo.gif")
- Rechter oberer Frame: Banner ("_banner.htm")
- Rechter unterer Frame: Hauptfenster

Navigationsmenü

Um das Menü zu ändern, einfach die Liste in "_navbar.htm" anpassen (am besten in einem Texteditor). Alle Links werden im Hauptfenster geöffnet. **Hinweis:** Das Logo ist ebenfalls ein Link. In der Datei "_navbar.htm" sollte auch dieser Link angepasst werden.

Logo

Um das Logo zu ändern, einfach die Datei "_logo.gif" überschreiben.

Banner

Um den Banner zu ändern, einfach die Datei "_banner.htm" ändern (am besten in einem Texteditor).

Design

Zum Ändern von Farben, Schriftgröße, usw., einfach die CSS Datei "style.css" ändern.

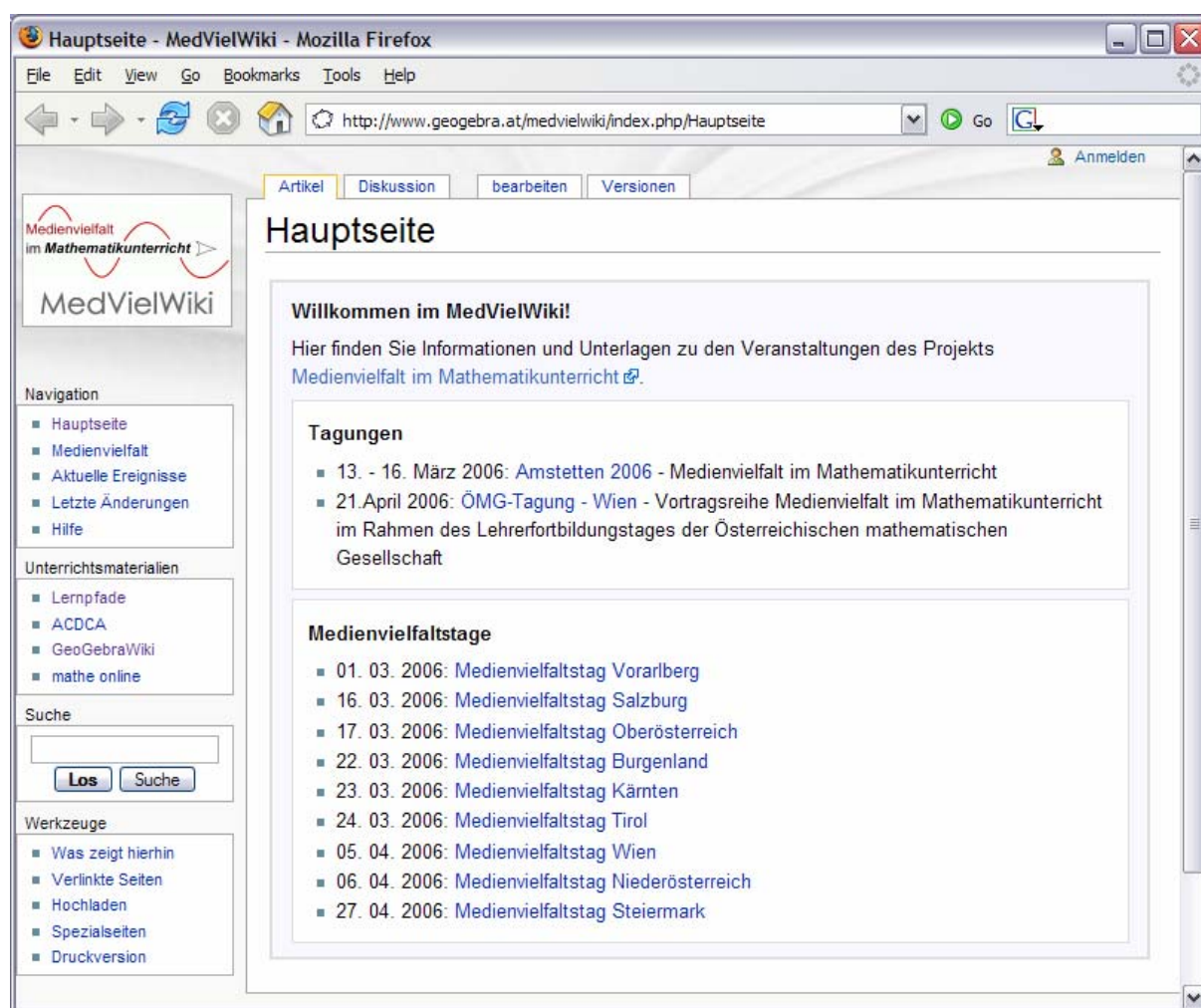
Vorlage für neue Seiten

Für neue Seiten ist eine Vorlagedatei "**vorlage.htm**" beigelegt. Darin ist alles weitere beschrieben.

Markus Hohenwarter, 2005

3.4.3. MedVielWiki

Das MedVielWiki (<http://www.geogebra.at/medvielwiki/>) wurde als Plattform für alle Veranstaltungen des Projekts Medienvielfalt im Mathematikunterricht eingerichtet. Dort sind Informationen und Materialien zu allen Medienvielfaltstagen und öffentlichen Tagungen des Projekts zu finden.



Technisch basiert das MedVielWiki auf der MediaWiki - Software (<http://www.mediawiki.org/>), welche die direkte Bearbeitung der Webseiten in einem Webbrowser ermöglicht. So konnten die Inhalte sehr effizient von allen beteiligten Person direkt und selbstständig eingestellt werden. Dadurch fällt der Umweg über eine redaktionelle Bearbeitung oder EINFÜGUNG der Inhalte weg.

Das MedVielWiki wurde von Markus Hohenwarter am Webserver der Initiative GeoGebra installiert und von Klaus Himpsl betreut.

3.4.4. CD-Produktion

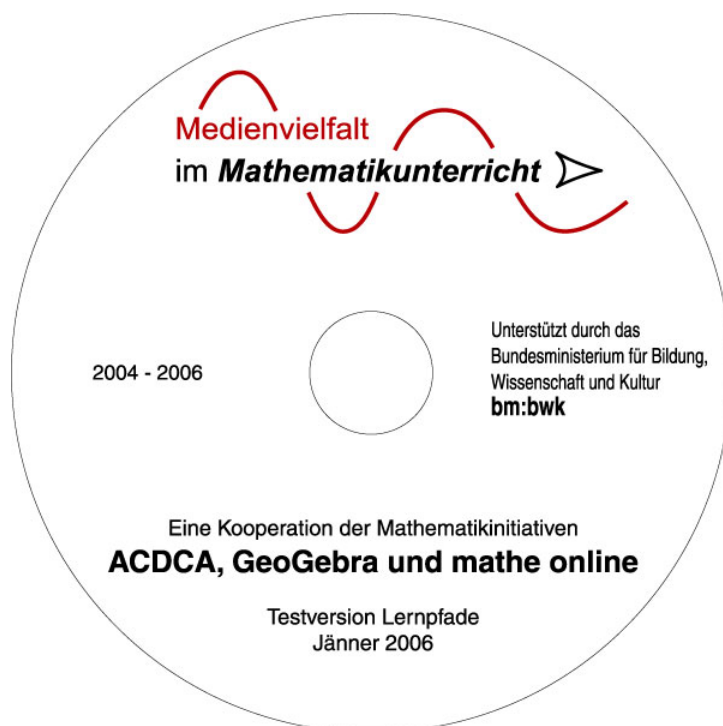
Um die Verbreitung der Lernpfade zu unterstützen, wurde eine Medienvielfalts-CD hergestellt. Diese wurde in einer Stückzahl von 1000 aufgelegt und bei den verschiedenen Veranstaltungen – hauptsächlich bei den Medienvielfaltstagen – an die Workshop Teilnehmer/innen ausgeteilt.

Die CD beinhaltet neben den 14 im Projekt erzeugten Lernpfaden Auszüge aus den Materialienpools der einzelnen Initiativen.

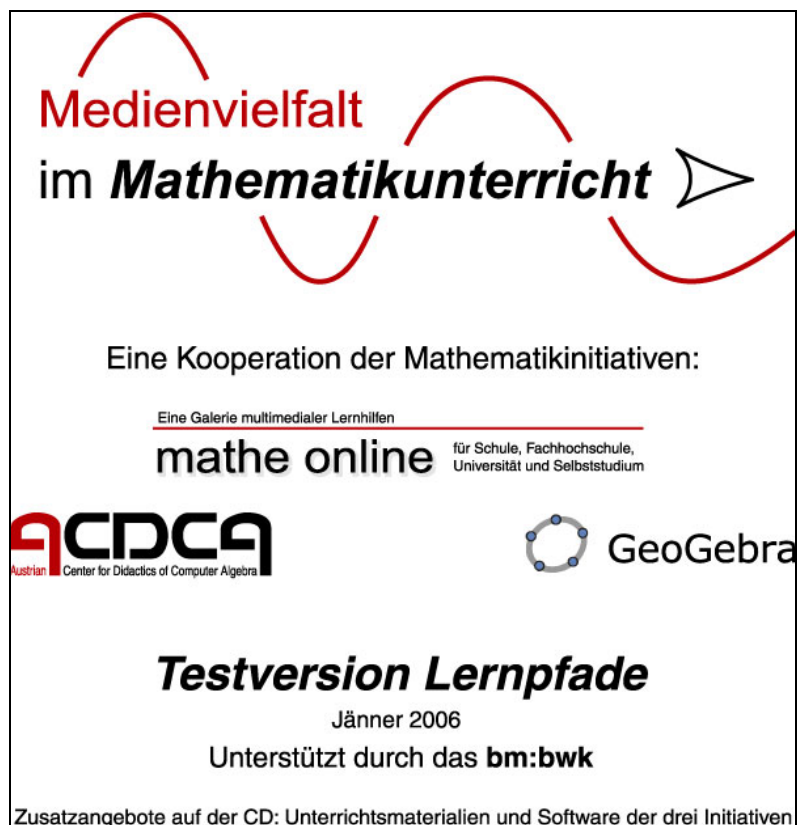
Daten zur CD-Erzeugung:

- Herstellung eines Rohlings (samt Cover) durch die Mitglieder des Projekts
- Vervielfältigung durch die Fa. CSM Production, Ton- & Datenträger GmbH

CD-Aufdruck:



CD-Cover, Vorderseite:



CD-Cover, Rückseite:

Lernpfade zur Medienvielfalt im Mathematikunterricht

Auf dieser CD finden Sie Lernpfade zu ausgewählten Themen, die exemplarisch den sinnvollen Einsatz neuer Medien im Mathematikunterricht zeigen.

Geometrie Koordinatensyst. u. geom. Grundbegriffe Kongruenz - vermuten, erklären, begründen Dreiecke - merkwürdige Punkte	Vektorrechnung Vektorrechnung in der Ebene, Teil 1 Vektorrechnung in der Ebene, Teil 2
Satz von Pythagoras Pythagoras (3. Klasse) Pythagoras im Raum (4. Klasse)	Wahrscheinlichkeitsrechnung Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechn.
Zylinder - Kegel - Kugel Zylinder - Kegel - Kugel	Differentialrechnung Einführung in die Differentialrechnung
Beschreibende Statistik Beschreibende Statistik (4. Klasse)	Integralrechnung Einführung in die Integralrechnung
Funktionen Funktionen - Einstieg (5. Klasse)	Kryptographie RSA-Algorithmus, Asymmetr. Verschlüsselung

<http://www.austromath.at/medienvielfalt>

Irma BIERBAUMER, Gabriele BLEIER, Anita DORFMAYR, Franz EMBACHER, Helmut HEUGL,
Thomas HIMMELBAUER, Markus HOHENWARTER, Gabriele JAUCK, Walter KLINGER, Andreas LINDNER,
Petra OBERHUEMER, Evelyn STEPANCIK, Walter WEGSCHEIDER

Projekt *Medienvielfalt im Mathematikunterricht* - eine Kooperation von ACDCA, mathe online und GeoGebra,
unterstützt vom bm:bwk (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur).
Die Urheberrechte liegen beim Autor / bei der Autorin. Verwendungs- und Nutzungsrechte: Die Unterrichtsmaterialien dürfen
im Schulungs- und Ausbildungsbereich frei eingesetzt werden.
Kontakt: Projekt *Medienvielfalt im Mathematikunterricht* - PI-Hollabrunn, Abt. AHS, Dechant-Pfeifer-Str. 3, 2020 Hollabrunn

CSM Production, Ton- & Datenträger GmbH
Vorgartenstr. 129-143, A-1020 Wien
Tel.: +43-(0)1-545 91 31-0
Fax: +43-(0)1-545 91 31-19
office@csmproduction.at

3.5. INTERNE PROJEKTKOMMUNIKATION

Die interne Kommunikation im Projekt wurde vom Pädagogischen Institut in Hollabrunn zentral verwaltet und erfolgte mehrschichtig. Neben den traditionellen Möglichkeiten (Telefon, schriftliche Aussendungen, Fax) wurden hauptsächlich elektronische Kommunikationsformen verwendet. Eine Mailingliste und ein Wiki wurden dazu eingerichtet.

3.5.1. Mailingliste

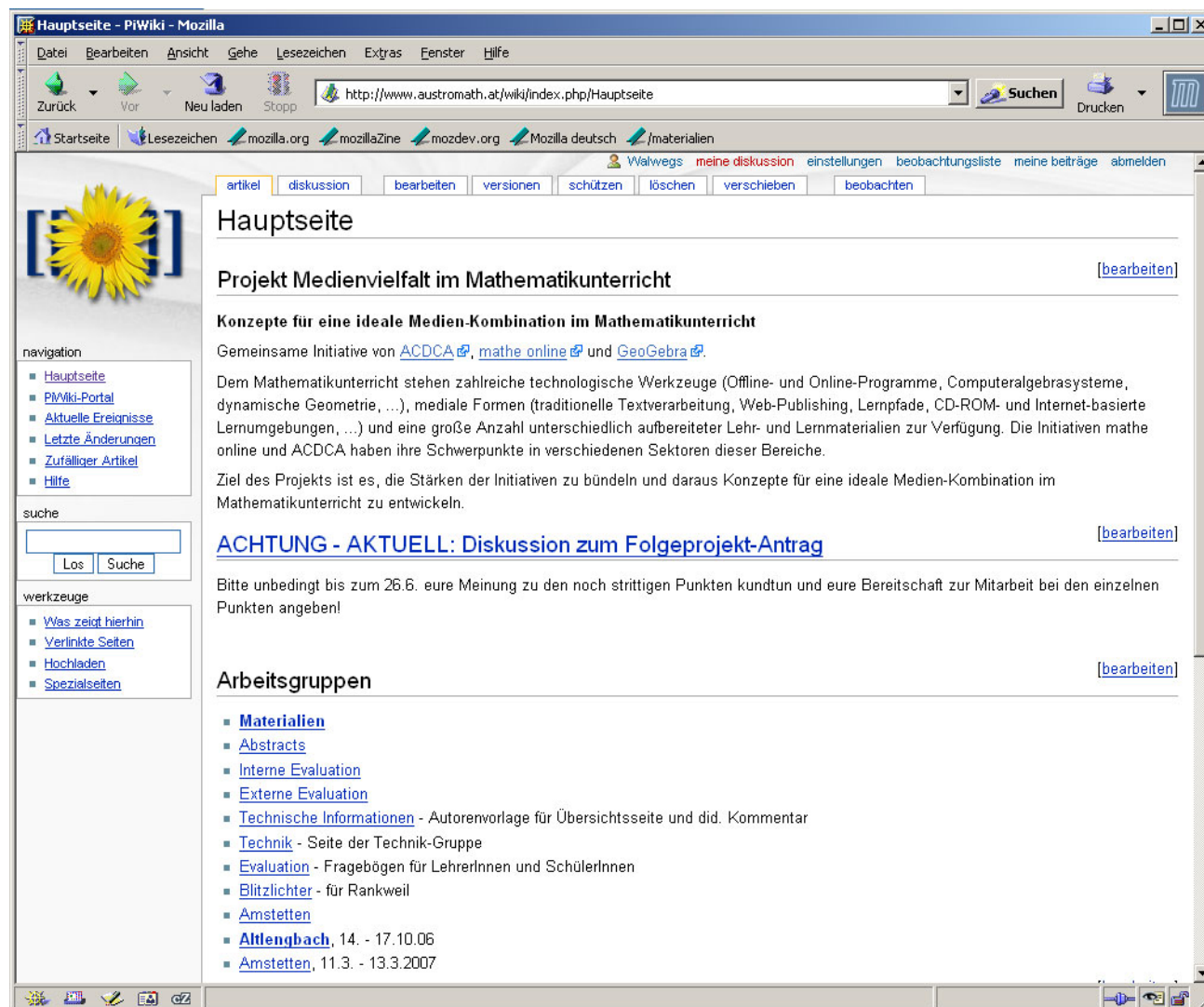
Alle Projektteilnehmer wurden in die Mailingliste aufgenommen. Sie wurde sowohl für allgemeine Projektmitteilungen und Informationen (meist ausgehend von Hollabrunn) als auch für die Kommunikation zwischen den Projektmitgliedern und Lernpfadgruppen verwendet. Dadurch wurde gewährleistet, dass alle Projektmitarbeiter/innen über den gesamten Entwicklungsstand informiert wurden und damit jederzeit in laufende Prozesse eingreifen konnten.

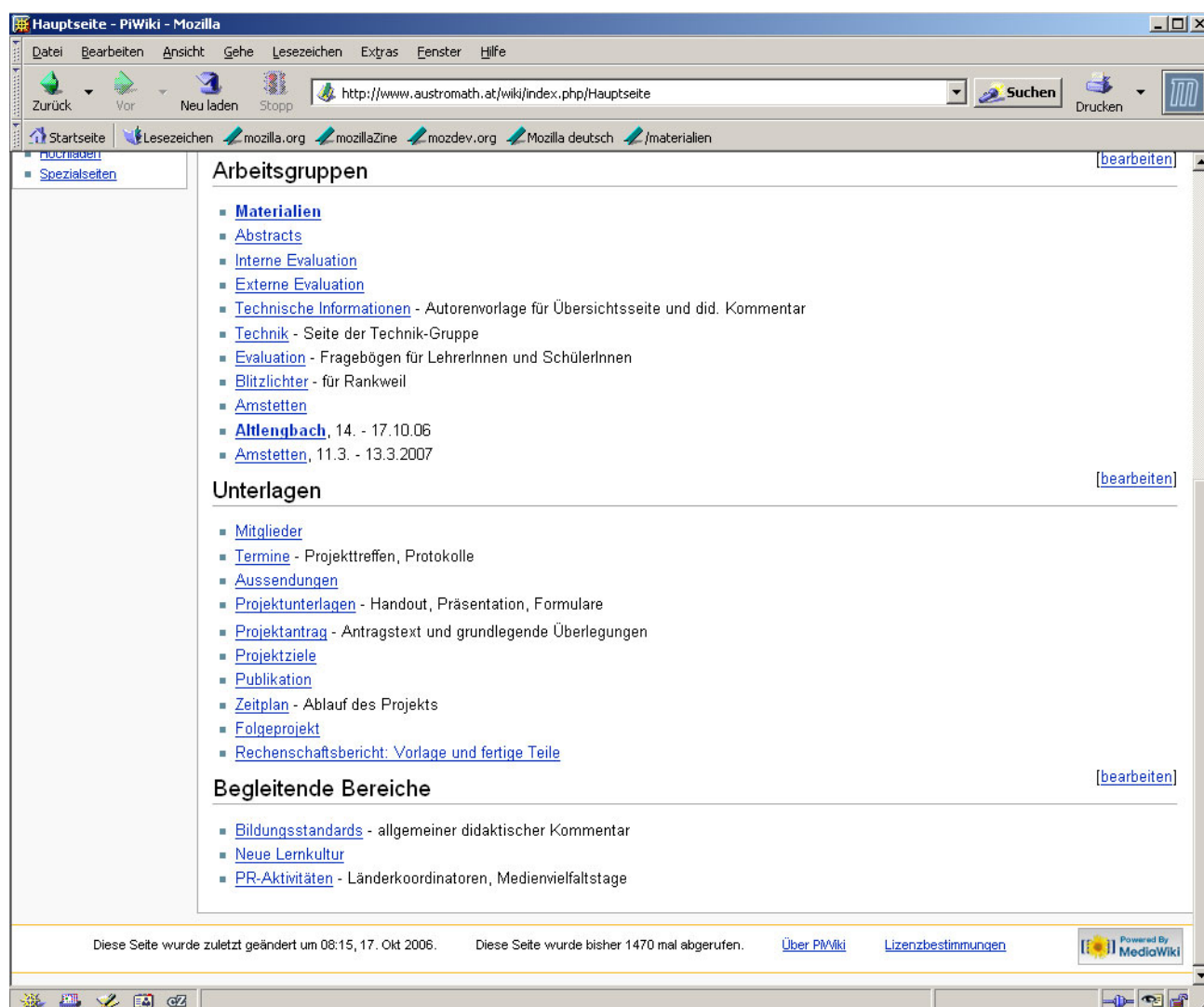
3.5.2. WIKI

Der Kommunikationsprozess wurde durch die Dokumentation in einem eigens dafür eingerichteten Wiki (auf Basis der Software Mediawiki) begleitet. Das Wiki wurde am E-Learning-Server des PI-Hollabrunn (www.austromath.at) eingerichtet.

Vorteile eines Wikis:

- Allgemein zugängliche Speicherung von Projektdokumenten mit integrierten Suchfunktionen
- Kollaborative Bearbeitung von Dokumenten (Verfolgen von Entwicklungen und Änderungen)
- Übersichtliche Information über Terminrückmeldungen und Arbeitsaufteilungen
- Begleitende Projektdokumentation





3.6. ORGANISATION DER ÄUßEREN EVALUATION

Für die äußere Evaluation der Lernpfade wurden ein Schüler/innen- und ein Lehrer/innen-Fragebogen mit jeweils etwa 30 Einzelfragen vorbereitet. Aufgrund der Erfahrungen aus den früheren CAS-Projekten wurden etwa 100 Lehrer/innen und 2000 Schüler/innen erwartet. Für die Durchführung und Auswertung einer Umfrage dieser Größenordnung wäre ein schriftliches Aussenden und manuelles Auswerten ein unzumutbarer Arbeitsaufwand gewesen, so dass sich das Projektteam für die Verwendung eines Online-Werkzeuges entschied.

Die Wahl fiel auf die Open Source Lernplattform ILIAS der Universität Köln. Das Learning Content Management System (LCMS) ILIAS wird seit 1999 entwickelt. Bei der Evaluation von LMS/LCMS im Auftrag des bm:bwk durch Baumgartner/Häfele (2003) wurde ILIAS als bestes Open Source-Produkt ausgezeichnet, so dass der E-Learning-Cluster Vorarlberg ILIAS am Vorarlberger Bildungsserver (VOBS) installierte und allen Bildungseinrichtungen als zentral gewartete Lernplattform anbot. Die VOBS-ILIAS-Installation stand dem Medienvielfaltsprojekt kostenlos zur Verfügung.

Seit der Version 3.0 bietet ILIAS seinen User/innen ein leistungsfähiges Test- und Umfragetool. Der ILIAS-Autor/die ILIAS-Autorin kann einen Fragenpool anlegen, in dem die gängigsten Fragetypen verwendet werden können:

- Single Choice-/Multiple Choice-Fragen
- Fragen mit Ordinalskala (z.B. regelmäßig-selten-nie)
- Fragen mit metrischer Skala (z.B. Eingabe des Alters oder von Arbeitsstunden)
- offene Textfragen

Anschließend können die Einzelfragen beliebig zu einer oder mehreren Umfragen kombiniert werden, wobei die ausgewählten Fragen in der gewünschten Reihenfolge angeordnet werden können. Dabei ist es auch möglich, abhängig von den Antworten des Users/der Userin durch die Umfrage zu navigieren, d.h. dass z.B. gewisse Fragen nur erscheinen, wenn eine vorherige Frage mit „JA“ beantwortet wurde. Ist ein Fragebogen vollständig zusammengestellt, so gibt es mehrere Möglichkeiten, diesen zur Verfügung zu stellen:

- öffentlich ohne Zugangskontrolle
- „öffentlich“ mit Zugangscode
- einer geschlossenen ILIAS-Lerngruppe (anonym und nicht anonym)

Die erste Methode schied natürlich aus, um die Daten nicht zu verfälschen.

Bei der Aussendung eines Zugangscodes sind alle Daten anschließend völlig anonym gespeichert und können nicht mehr zurückverfolgt werden. Auch diese Methode erschien dem Team nicht günstig, da sicher bei der Auswertung der Wunsch bestehen würde, die Ergebnisse z.B. nach Schulen aufzuteilen und auszuwerten. So blieb nur die dritte Methode mit einer ILIAS-Lerngruppe für alle Schüler/innen und Lehrer/innen, wobei die Benutzer/innen-Namen so gewählt wurden, dass die Ergebnisse einer Schule und Klasse zugeordnet werden können.

Im November 2005 richtete Klaus Himpsl als einer der Verantwortlichen für die VOBS-ILIAS-Plattform die Umfrage ein. Dabei wurde zunächst zusammen mit dem technischen Administrator des Servers ein eigener ILIAS-Mandant installiert, das bedeutet, dass die Benutzer/innen-Accounts und die Daten der Umfrageteilnehmer/innen völlig getrennt von allen anderen ILIAS-Benutzer/innen bleiben. Dies stellt sicher, dass die Teilnehmer/innen nur ihre Umfrage vorfinden und bietet die größtmögliche Sicherheit der Daten.

Die beiden Fragebögen für Schüler/innen und Lehrer/innen lagen zunächst im Textverarbeitungsformat vor, konnten aber, bis auf ein paar kleine Abweichungen, fast unverändert in das ILIAS-System übernommen werden. Klaus Himpsl erstellte in Absprache mit Evelyn Stepancik die Fragenpools und daraus die beiden Umfragen.

Nach erfolgreichen Testläufen wurden die Benutzer/innen-Accounts angelegt, wobei man sich auf folgendes Vorgehen einigte:

- jeder gemeldete Testlehrer/jede gemeldete Testlehrerin erhält drei Lehrer/innen-Accounts für bis zu drei Lernpfade und dazu jeweils 33 Schüler/innen-Accounts
- die Benutzer/innen-Namen der Accounts enthalten die Schulkennzahl und ein Lehrer/innen-Kürzel und können so einer Schulklasse zugeordnet werden
- die Passwörter zu den Accounts werden nach einem bestimmten Muster gebildet, das den beteiligten Lehrer/innen mit der Aussendung mitgeteilt wird

Nach diesen Vorgaben erstellte Walter Wegscheider eine Tabelle mit fast 500 Lehrer/innen-Accounts und über 16.000 Schüler/innen-Accounts, die von Klaus Himpsl im ILIAS-System angelegt und getestet wurden.

Für die Lehrer/innen wurde bei der Einladung zur Teilnahme an der Umfrage auch eine Kurzanleitung zur Verwendung der Online-Umfrage gesendet, wobei der Fragebogen selbst leicht zu bedienen ist. Auf der Seite <http://elearning.vobs.at/my> mussten lediglich die Benutzer/innendaten richtig eingegeben werden und man gelangte auf die Startseite der Umfrage. Es befanden sich jeweils mehrere Fragen auf einem Bildschirm, durch Klicken auf „Weiter“ wurden die Ergebnisse in der Datenbank gespeichert und man wurde zum nächsten Fragenblock weitergeleitet. Aufgrund dessen können auch bei Ausfällen der Internetverbindung keine Daten verloren gehen. Der Schüler/die Schülerin kann sich auch später erneut einloggen und den abgebrochenen Fragebogen fortsetzen, es können einmal getroffene Eingaben auch nachträglich geändert werden, solange der Fragebogen online ist.

Der Fragebogen war von Dezember 2005 bis Juni 2006 online. In dieser Zeit absolvierten 86 Testlehrer/innen und fast 1600 Schüler/innen die Umfrage.

Für die Auswertung der Daten stellt ILIAS mehrere Möglichkeiten zur Verfügung:

- eine graphische Darstellung der kumulierten Ergebnisse im HTML-Format
- einen Export der kumulierten Daten und der einzelnen Datensätze im MS-Excel-Format
- einen Export der kumulierten Daten und der einzelnen Datensätze im CSV-Format

Die Daten wurden nach Beendigung der Umfrage im Excel-Format exportiert, an Evelyn Stepancik weitergeleitet und von ihr zur weiteren Verwendung in das Statistik-Programm SPSS importiert. Dabei wurden kleine Mängel an der ILIAS-Exportfunktion festgestellt, die allerdings behoben werden konnten und keine weitere Auswirkung auf die Auswertung der Daten hatten. Die Mängel wurden dem ILIAS-Projektteam in Köln gemeldet und konnten so in den künftigen ILIAS-Releases vermieden werden.

3.7. KOORDINATIONS- UND KOMMUNIKATIONSABLÄUFE

zwischen dem Projekt und den Testlehrerinnen und Testerlehrern

Die Koordination wurde über das Pädagogische Institut in Hollabrunn durchgeführt.

3.7.1. Testlehrerinnen und Testlehrer - Anmeldung

Das Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Kunst unterstützte das Projekt durch eine offizielle Information an alle Landesschulräte / Stadtschulrat für Wien. Wir bedanken uns herzlich bei den zuständigen Personen: MR Dr. Christian Dorninger, SC Mag. Hermine Javurek, Mag. Eva Kasparovsky, MR Mag. Johann Wimmer.

Information an die Landesschulräte / Stadtschulrat für Wien:

Geschäftszahl: BMBWK-11.012/0196-I/2/2005 vom 2. August 2005

DAS ZUKUNFTSMINISTERIUM

bm:bwk

Bundesministerium für
Bildung, Wissenschaft
und Kultur

Geschäftszahl: BMBWK-11.012/0196-I/2/2005
SachbearbeiterIn: Mag. Eva Kasparovsky
Abteilung: I/2
E-mail: eva.kasparovsky@bmbwk.gv.at
Telefon/Fax: +43(1)53120-4456/53120-814456
Ihr Zeichen:

Antwortschreiben bitte unter Anführung der Geschäftszahl.

Medienvielfalt im Mathematik-Unterricht Suche nach Testschulen und Testlehrern Verständigung der Schulen

Betrifft: Bekannt machen und Unterstützen des Projektes „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“

Dem Mathematikunterricht stehen zahlreiche **technologische Werkzeuge** (Offline- und Online-Programme, Computeralgebrasysteme, dynamische Geometrie,...), **mediale Formen** (Lernpfade, CD-ROM- und Internet-basierte Lernumgebungen, ...) und eine große Anzahl unterschiedlich aufbereiteter **Lehr- und Lernmaterialien** zur Verfügung.

Medien können - geschickt eingesetzt - eine Hilfe sein, um sowohl **mathematische Handlungstypen** wie Modellieren, Operieren und Interpretieren zu stärken und zu unterstützen, **neue Zugänge zu mathematischen Inhalten** zu finden und auch **überfachliche Kompetenzen** wie Sozialkompetenz, Persönlichkeitskompetenz etc. zu fördern und zu steigern.

Zu diesem Thema wurde im Auftrag des BMBWK ein Projekt mit dem Titel
„Medienvielfalt im Mathematikunterricht“
gestartet.

Die Durchführung des Projektes erfolgt in Kooperation der Initiativen ACDCA, GeoGebra und mathe online. Aufbauend auf den unterschiedlichen Zugängen und Erfahrungen der beteiligten Initiativen werden **elektronische Lehr-/Lernhilfen für den Einsatz im Mathematikunterricht entwickelt**. Exemplarisch werden für jede Schulstufe Materialien in verschiedenen Medien angeboten und Unterrichtsvorschläge didaktisch reflektiert und aufbereitet. Es wird versucht, die Stärken der verschiedenen Werkzeuge und Medien zu nutzen. In Lernpfaden soll ein optimiertes Zusammenspiel dieser Werkzeuge und Medien erreicht werden.

Zur Optimierung der entwickelten Materialien benötigen wir Lehrerinnen und Lehrer an AHS und BHS, die in einer Testphase die entwickelten Materialien im Unterricht erproben.

Die Landesschulinspektorinnen und Landesschulinspektoren werden ersucht, dieses zukunftsweisende Projekt zu unterstützen, das beiliegende Informationsblatt (Medienvielfalt-Handout) an die Schulen weiter zu geben und in Kooperation mit den Direktoren interessierte Lehrerinnen und Lehrer zur Mitarbeit einzuladen.

Mitarbeiter des Projektteams werden als Landeskoordinatoren die Testlehrer betreuen. Die Namen der Landeskoordinatoren werden in den nächsten Tagen bekannt gegeben.

Wien, 2. August 2005

Für die Bundesministerin:

iV Mag. Johann Wimmer

Die Information zum Projekt und die Bitte um Teilnahme beim Projekt als Testlehrer/in erreichte die Schulen über die Landesschulräte der einzelnen Bundesländer bzw. den Stadtschulrat für Wien. Darüber hinaus informierten alle Initiativen jene Lehrerinnen und Lehrer, zu denen bereits aus vorhergehenden Aktivitäten Kontakte bestanden.

Beispiel für die Information im Bundesland – Steiermark:

LANDESSCHULRAT FÜR STEIERMARK

– Direktionen der
– AHS und BMHS
in der Steiermark

Sachbearbeiterin: Mag. Eva Ponsold
Tel.: (0316)345/161
Fax.: (0316)345/72
e-mail: eva.ponsold@lsr-stmk.gv.at

GZ.: IV Le 11/26 - 2005

Graz, am 02. September 2005

Bei Antwortschreiben bitte Geschäftszeichen (GZ) anführen!

Betreff: **Medienvielfalt im Mathematikunterricht – Gefördert vom bm:bwk**
<http://www.austromath.at/medienvielfalt/>

Sehr geehrte Frau Direktorin, sehr geehrter Herr Direktor!

Der Landesschulrat für Steiermark übermittelt in der Anlage eine Information des Medienvielfalt-Teams (Medienvielfalt im Mathematikunterricht) zur Kenntnis.

Mit freundlichen Grüßen

Für den Amtsführenden Präsidenten:

Mag. Ponsold

Anmeldung und Information für Testlehrerinnen und Testlehrer:

Eine Kooperation von
ACDCA, GeoGebra
und mathe online



<http://www.austromath.at/medienvielfalt/>

Dem Mathematikunterricht stehen zahlreiche **technologische Werkzeuge** (Offline- und Online-Programme, Computeralgebrasysteme, dynamische Geometrie,...), **mediale Formen** (Lernpfade, CD-ROM- und Internet-basierte Lernumgebungen, ...) und eine große Anzahl unterschiedlich aufbereiteter **Lehr- und Lernmaterialien** zur Verfügung.

Medien können - geschickt eingesetzt - eine Hilfe sein, um sowohl **mathematische Handlungstypen** wie Modellieren, Operieren und Interpretieren zu stärken und zu unterstützen, **neue Zugänge zu mathematischen Inhalten** zu finden und auch **überfachliche Kompetenzen** wie Sozialkompetenz, Persönlichkeitskompetenz etc. zu fördern und zu steigern.

Die Fragestellungen lauten daher: Wo liegen die **Stärken der verschiedenen Werkzeuge, Medien und Materialien**, und wie sieht **ein optimiertes Zusammenspiel** in einem zeitgemäßen Mathematikunterricht aus? Aufbauend auf den unterschiedlichen Zugängen und Erfahrungen der beteiligten Initiativen werden Lehr-/Lernhilfen für den Einsatz im Mathematikunterricht entwickelt. Exemplarisch werden für jede Schulstufe Materialien in verschiedenen Medien angeboten und Unterrichtsvorschläge didaktisch reflektiert und aufbereitet.

Folgende Themen sind zur Ausarbeitung und Erprobung vorgesehen:

- Geometrische Beweise (Unterstufe, Schwerpunkt 2. Klasse AHS)
- Satz von Pythagoras (Unterstufe, 3. und 4. Klasse AHS)
- Beschreibende Statistik (Unterstufe, 4. Klasse AHS)
- Funktionen (Oberstufe, Schwerpunkt 5. Klasse AHS, 1. Jahrgang BHS)
- Vektorrechnung (Oberstufe, Schwerpunkt 5. Klasse AHS, Einstieg und fächerübergreifender Unterricht)
- Ausgewählte Kapitel zur Wahrscheinlichkeitsrechnung (Oberstufe AHS und BHS)
- Ausgewählte Kapitel zur Differential- und Integralrechnung (Oberstufe AHS und BHS)
- Kryptographie (Oberstufe, Wahlpflichtfach Mathematik, Projektunterricht, AHS und BHS)

Für das **Testen** der erstellten Lehr-/Lernhilfen im Schuljahr 2005/06 **werden interessierte Kolleginnen und Kollegen gesucht**. Teilnehmerinnen und Teilnehmer bekommen im Laufe des Septembers weitere Informationen zur Testphase. Anfang November werden Materialien und didaktische Vorschläge für den Einsatz im Unterricht zur Verfügung gestellt. Diese sollen in der Klasse getestet und die Erfahrungen rückgemeldet werden. Der zeitliche Umfang wird 3 bis 6 Unterrichtseinheiten betragen.

Wenn Sie als Testlehrerin bzw. Testlehrer mitarbeiten möchten, schicken Sie bitte eine kurze Nachricht an Walter Klinger, klin@pinoe-hl.ac.at, mit folgenden Informationen:

Name und Schulevoraussichtliche Klasse(n) im Schuljahr 2005/06 bisher eingesetzte Werkzeuge und Medien (z.B. mathe online, GeoGebra, Derive, Voyage, MuPad, MathCad, Mathematica, Tabellenkalkulation, ...)

Wir freuen uns auf eine Zusammenarbeit
Helmut Heugl, Markus Hohenwarter, Franz Embacher
stellvertretend für das Medienvielfalt-Team

3.7.2. Informationen für Testlehrerinnen und Testlehrer

Gesamtanzahl der Testlehrerinnen und Testlehrer: 117

Aufteilung nach Schularten:

AHS ... 107
BHS ... 10

Aufteilung nach Bundesländern:

Burgenld.	Kärnten	NÖ	OÖ	Salzburg	Steiermk.	Tirol	Vorarlbg.	Wien
4	10	43	10	8	7	9	2	24

Nach der Anmeldung wurden die Testlehrer/innen über die genauen Modalitäten per E-Mail informiert.

Rundmail Mitte Oktober 2005:

Sehr geehrter Kollege, sehr geehrte Kollegin!

Herzlichen Dank für ihre Anmeldung als Testlehrer(in) beim Projekt "Medienvielfalt im Mathematikunterricht".

Die drei Mathematik-Initiativen ACDCA (Austrian Center for Didactics of Computer Algebra), mathe online und GeoGebra haben sich zusammengetan, um Unterrichtsmaterialien in Form von Lernpfaden zu entwickeln, die exemplarisch einen "idealen" Medienmix vorstellen wollen.

Wir haben uns entschlossen, Lernpfade zu folgenden Themen zu entwickeln und diese zu Testzwecken anzubieten:

*** Geometrie – vermuten, begründen, beweisen (2. Klasse) (drei Teile: Einstieg - Koordinatensystem, Kongruente Dreiecke - Kongruenzsätze, Merkwürdige Punkte im Dreieck)**

* Satz von Pythagoras (3. Klasse)

* Satz von Pythagoras (4. Klasse)

* Kegel/Zylinder (eventuell auch Kugel) (4. Klasse)) – Nicht völlig fertig, aber testfähig

*** Beschreibende Statistik (4. Klasse)**

* Funktionen – Einstieg (Oberstufe, 5. Klasse)

*** Vektorrechnung - Schwerpunkt fächerübergreifender Unterricht (5. Klasse – auch 6. Klasse)**

* Einstieg in die Differential- und Integralrechnung (Oberstufe 7. Klasse)

* Ausgewählte Kapitel zur Wahrscheinlichkeitsrechnung (Oberstufe 7. Klasse)

* Kryptographie - RSA (Oberstufe, Wahlpflichtfach - Projektunterricht)

Die Lernpfade sind so konzipiert, dass ein Zeitraum von 3 - 6 Unterrichtsstunden abgedeckt werden soll.

Die Materialien werden ab ca. Mitte November auf der Webseite <http://www.austromath.at/medienvielfalt> zum Test bereit stehen. Sie erhalten zu diesem Zeitpunkt auch didaktische Begleitinformationen eine genaue Beschreibung zur Art der Evaluation, dem Zeitrahmen etc.

Im März 2006 wird (voraussichtlich 13.-16.3.) in Amstetten ein Bundesseminar stattfinden, wo die Ergebnisse der Evaluation vorgestellt werden.

Viele von Ihnen haben bereits genaue Informationen (Klasse, Testthemen) per mail zugesendet. Wir bitten sie sich nochmals genau zu überlegen welche Lernpfade in welchen Klassen sie testen wollen. Deshalb befindet sich Im Anhang ein Rückmeldeformular, das uns eine genauere Planung ermöglichen soll. Wir bitten sie, dieses auszufüllen und per E-Mail (an die Adresse klin@pinoe-hl.ac.at) oder Fax (02952-4177-20) bis spätestens 20. Oktober 2005 an das PI-Hollabrunn Abt. AHS zu retournieren.

Herzliche Grüße,
Walter Klinger

Rückmeldebogen für die genaue Festlegung der Testklasse(n) und der zu testenden Lernpfade:

An das

Pädagogische Institut Hollabrunn, Abt. AHS

Dechant-Pfeifer-Str. 3, 2020 Hollabrunn

Tel. 02952-4177-34, Fax: 02952-4177-20

E-Mail: klin@pinoe-hl.ac.at

Anmeldung

Projektlehrer(in) für das Forschungsprojekt

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

Konzepte für eine ideale Medien-Kombination im Mathematikunterricht
der Initiativen ACDCA, mathe online, GeoGebra

NAME

.....

SCHULADRESSE

TELEFON

FAX / E-MAIL

.....

PRIVATADRESSE

TELEFON

FAX / E-MAIL

.....

Ich möchte als Projektlehrer(in) mit meiner Klasse (meinen Klassen) teilnehmen und bin bereit, die mir zur Verfügung gestellten Lernpfade in meiner Klasse (meinen Klassen) im Unterricht einzusetzen und zu evaluieren.

Klasse	Schulform	Lernpfad

.....

Datum

.....

Unterschrift

Meldetermin: **20. Oktober 2005**

Besondere Bemerkungen:

Rundschreiben vom 14. November 2005 – Start der Testphase:

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,

das Projekt "Medienvielfalt im Mathematikunterricht" der Initiativen ACDCA, GeoGebra und mathe online tritt in die nächste Phase.

Sie haben sich dankenswerterweise als Testlehrer/in für die Erprobung der von uns erstellten Lernpfade angemeldet. Ab dem 17. November 2005 können diese Lernpfade (Unterrichtsmaterialien mit methodisch-didaktischen Angeboten) unter der Adresse <http://www.austromath.at/medienvielfalt> aufgerufen und in der Klasse getestet werden. Die Testphase wird von 17. November bis Ende Februar gehen. Probleme mit den Terminsetzungen bitten wir, per E-Mail mit uns abzuklären (w.klinger@pinoe-hl.ac.at oder wegs@pinoe-hl.ac.at). Um eine konsistente Evaluation zu ermöglichen, bitten wir Sie, die Lernpfade möglichst vollständig auszuprobieren und nicht nur kleinere Einzelaspekte "herauszupicken".

Die Entscheidung über die Art und Weise der methodisch- didaktischen Umsetzung im Unterricht obliegt aber natürlich dem einzelnen Lehrer / der einzelnen Lehrerin. Diese Verantwortung können und wollen wir Ihnen selbstverständlich nicht abnehmen. Erst die durchdachte Umsetzung durch den betreuenden Lehrer / die betreuende Lehrerin kann - auch (hoffentlich) noch so perfekte - Unterrichtsmaterialien in erfolgreichen Unterrichtsertrag umwandeln. Sehr wohl finden Sie aber bei jedem Lernpfad mindestens einen von uns erstellten Vorschlag für eine mögliche Unterrichtsplanung, der ein Anhaltspunkt sein soll und auch helfen kann, die Intentionen der Autoren / Autorinnen des Lernpfads besser nachzuvollziehen. Wir bitten Sie, im Zuge der Evaluation des Einsatzes der Lernpfade uns Rückmeldungen über die Verwendung dieser Planungsvorschläge (manchmal auch "didaktische Drehbücher" genannt) zu geben. Falls diese nicht verwendet wurden, bitten wir Sie, uns Ihre Überlegungen zur methodisch-didaktischen Umsetzung mitzuteilen.

Bei einigen Planungsvorschlägen handelt es sich um Lernspiralen - hier ist eine Vorerfahrung oder Ausbildung des Lehrers / der Lehrerin zu Methoden des eigenverantwortlichen Lernens günstig. Notwendige Änderungen (Fehlerbereinigung) werden in geringem Ausmaß auch während der Testphase erfolgen. Sie können am angefügten Datum (Übersichtsseite und Offlineversion) erkennen, ob sich bei dem von Ihnen bearbeiteten Lernpfad etwas geändert hat.

Mitte Dezember erhalten Sie weitere Informationen über die Rückmeldung (Evaluation der Verwendung der Lernpfade). Soviel können wir schon verraten - es wird einen Online- Rückmeldebogen für Lehrer/innen und Schüler/innen geben. Die Zugangsdaten und die genaue Beschreibung der Art der Rückmeldung erhalten Sie dann im nächsten Rundschreiben.

Herzliche Grüße,
die Projektleitung "Medienvielfalt im Mathematikunterricht"

Rundschreiben vom 19. Dezember 2005 - Evaluationsanleitung

Liebe Testlehrerinnen, liebe Testlehrer!
Die Testphase kann beginnen!

Vielen Dank, dass so viele (mehr als 120 Testlehrer/innen) sich bereit erklärt haben, die Lernpfade des Projekts „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“ zu testen und an der Evaluationsphase teilzunehmen. Im Anhang befindet sich die dreiseitige Anleitung als *PDF-Datei* für die Durchführung des Online-Tests (für Schüler/innen und Lehrer/innen) im Rahmen der Evaluation der Lernpfade. Diese Anleitung kann bei Bedarf auch als *Word-Datei* unter der Adresse:

http://www.austromath.at/medienvielfalt/TestlehrerInnen/MV_Umfragehinweise.doc

geladen werden.

Wir ersuchen, folgende Schritte einzuhalten:

- 1) lassen Sie nach Durchführung des Lernpfades in der Klasse nicht mehr als 3 - 4 Wochen bis zur Evaluation verstreichen.
- 2) versuchen Sie, eine Rückmeldung bis Ende Februar durchzuführen
- 3) absolvieren Sie zuerst nach Beendigung des Unterrichtseinsatzes die Lehrer/innen-Umfrage und führen Sie erst dann die Schüler/innen-Befragung durch.

Es ist uns allerdings bewusst, dass unsere Terminwünsche in manchen Fällen nicht einzuhalten sind. Daher: auch spätere Online-Rückmeldungen sind möglich und erwünscht. Wir planen, die Online-Rückmeldung bis mindestens Mitte Mai aktiv zu halten.

Wir wünschen Ihnen viel Freude beim Einsatz von Medienvielfalt im Mathematikunterricht und wünschen ein frohes Fest und einen guten Rutsch ins neue Jahr (und uns viele Rückmeldungen!).

Für das Medienvielfaltsteam
Walter Wegscheider

Anleitung zur Online-Evaluation des Projektes:

Sehr geehrte Testlehrer/innen!

Vielen Dank, dass Sie die von uns erstellten Lernpfade so zahlreich testen. Wir hoffen, Ihnen damit einen interessanten und innovativen Unterricht zu ermöglichen.

Wie schon in der Ausschreibung zur Anmeldung angekündigt war, wird es nun eine Evaluation der vorliegenden Lernpfade und entsprechenden Begleitmaterialien geben.

Diese Anleitung ist in **drei Teile** gegliedert:

1. Allgemeine Vorbemerkungen
2. Hinweise zum Ausfüllen des Online-Fragebogens
3. Hinweise zu den Schüler/innen- und Lehrer/innen-Accounts für die Umfrage

1. Allgemeine Vorbemerkungen

Wir bitten um Verständnis, falls Sie durch die Verwendung eines Online-Fragebogens etwas mehr Umstände haben, aber die Auswertung einer Umfrage in schriftlicher Form wäre bei der großen Zahl der teilnehmenden Klassen nur schwer möglich gewesen!

Wir ersuchen Sie, für **jeden einzelnen Lernpfad**, den Sie in Ihrem Unterricht eingesetzt haben, **einen** Online-Fragebogen auszufüllen!

Wir ersuchen Sie auch, Ihren Klassen im Unterricht die Möglichkeit zu einem Feedback hinsichtlich der Lernpfade zu geben. Jeder Schüler / jede Schülerin soll einen Online-Fragebogen zum bearbeiteten Lernpfad beantworten.

Bitte absolvieren Sie nach Beendigung des Unterrichtseinsatzes des Lernpfads **zunächst selbst** die Lehrer/innen-Umfrage. Nehmen Sie sich dafür etwa 30 Minuten Zeit zur Beantwortung der Fragen!

Machen Sie sich anschließend damit vertraut, wie die Benutzernamen und Passwörter für Ihre Schüler/innen lauten. Wir empfehlen, die Online-Fragebögen mit den Schüler/innen **im Unterricht** durchzuführen! Dabei ist es unter Umständen günstig, wenn die Lernmaterialien und Hinweise dazu in einem zweiten Browserfenster geöffnet werden (<http://www.austromath.at/medienvielfalt>).

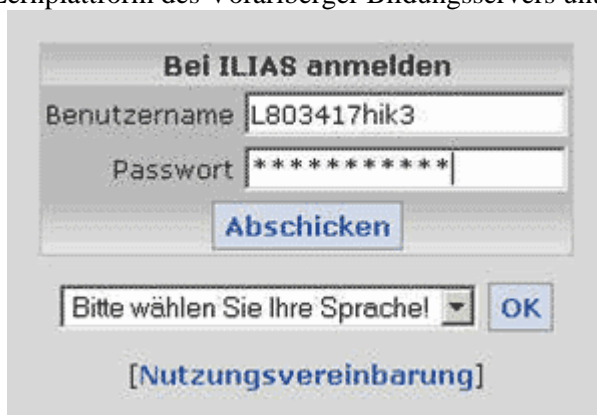
Die Daten der Schüler/innen sind **anonym**, wir können bei der Auswertung lediglich zurückzuverfolgen, zu welcher Schule die Datensätze gehören.

2. Hinweise zum Ausfüllen des Online-Fragebogens

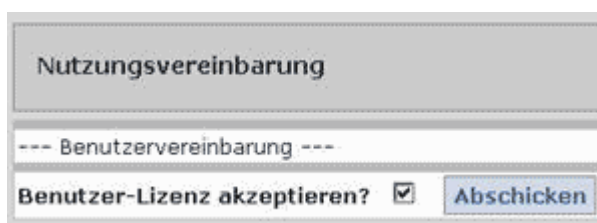
Der Fragebogen findet sich innerhalb einer ILIAS-Lernplattform des Vorarlberger Bildungsservers unter

<http://elearning.vobs.at/mv>

Tragen Sie bei **Benutzername** und **Passwort** Ihre Daten ein (eine Hilfe dazu gibt es in den „Hinweisen“ weiter unten), beantworten Sie die einzelnen Fragen und klicken Sie abschließend auf „**Umfrage beenden**“.



Beim **ersten Einloggen** erscheint ein Hinweis auf eine Nutzungsvereinbarung, diese hat keine weitere Bedeutung, ist aber systembedingt notwendig. **Akzeptieren** Sie bitte diese Vereinbarung.



Sie befinden sich anschließend auf dem **persönlichen Schreibtisch** Ihres Benutzeraccounts. Dort sollten Sie einen Link **Umfrage_LehrerInnen** sehen (falls nicht, siehe weiter unten). Klicken Sie darauf, damit beginnt die Umfrage!



Bitte beantworten Sie jede Frage sorgfältig, viele Fragen sind Pflichtfragen und müssen beantwortet werden! Sie können im Laufe der Umfrage beliebig vorwärts und rückwärts **navigieren** und alte Eingaben auch noch einmal abändern (Achtung: die Buttons „Vorwärts“ und „Zurück“ werden erst dann aktiv, wenn das aktuelle Fragenblatt ausgefüllt wurde). Alle einmal getätigten Eingaben bleiben erhalten (auch bei vorzeitigem Verlassen der Umfrage).

Wenn Sie allerdings nach der letzten Frage auf „**Umfrage beenden**“ klicken, können Sie keine Änderungen mehr vornehmen und die Umfrage auch nicht mehr aufrufen.

Die Umfrage ist absolviert, Ihre Daten sind automatisch gespeichert und Sie können die Plattform über „Logout“ wieder verlassen.

Sollten Sie zu Beginn auf dem persönlichen Schreibtisch keine Umfrage sehen, so klicken Sie auf „**Magazin**“ und anschließend auf die Kategorie „**LehrerInnen**“, danach sollte die Umfrage auf jeden Fall sichtbar sein.

3. Hinweise zu den Schüler/innen- und Lehrer/innen-Accounts

Beiliegend finden Sie als Hilfe eine Excel-Tabelle mit den grundlegenden Daten der Lehrerzugänge. Falls Sie mehrere Lernpfade verwendet haben, benutzen Sie bitte auch **mehrere Accounts**. Bis zu drei werden direkt unterstützt – falls Sie mehr als drei Lernpfade getestet haben, bitten wir um Kontaktaufnahme unter der E-Mail-Adresse wegs@pinoe-hl.ac.at.

Die Zugangsnamen haben folgenden **Aufbau**:

- 3 Lehrer/innen-Accounts
(für max. 3 getestete Lernpfade - bei höherem Bedarf bitte um Kontaktaufnahme mit uns) der Form: **L#####xxy#**
- 99 Schüler/innen-Accounts
(für max. 3 getestete Lernpfade - dabei ist es egal, ob es sich um eine Klasse handelt, in der mehrere Pfade getestet wurden, oder um mehrere Klassen)
der Form: **S#####xxy##**

Bei Benutzernamen und Passwort ist der gleiche Code einzugeben!

Erklärung:

#####	... Schulkennzahl
xx	... die ersten beiden Buchstaben des Nachnamens (kleingeschrieben)
y	... der erste Buchstabe des Vornamens (kleingeschrieben)
#	... (bei Lehrer/innen-Accounts) - 1, 2 oder 3
##	... (bei Schüler/innen-Accounts) - 01, 02, ... , 99

Beispiel: für *Walter Wegscheider, BG/BRG Klosterneuburg* (Schulkennzahl 324016)

Lehreraccounts: *L324016wew1 / L324016wew2 / L324016wew3*

L + Schulkennzahl + die ersten beiden Buchstaben des Nachnamens (kleingeschrieben) + der erste Buchstabe des Vornamens (kleingeschrieben) + eine Zahl aus {1,2,3}

Schüleraccounts: *S324016wew01 bis S324016wew99*

S + Schulkennzahl + die ersten beiden Buchstaben des Nachnamens (kleingeschrieben) + der erste Buchstabe des Vornamens (kleingeschrieben) + eine Zahl aus {01,02, ..., 99}

Die Schülerzugänge müssen von Ihnen zugewiesen werden. Um unter Umständen auch mehrere Lernpfade (mehrere Pfade in einer Klasse oder mehrere Klassen) beurteilen zu können, stehen Ihnen insgesamt 99 Schüleraccounts zur Verfügung.

Viel Erfolg,

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

ein Projekt der Initiativen ACDCA, GeoGebra und mathe online

Ergänzung zum Rundschreiben „Online-Evaluation“:

Sehr geehrte Kolleginnen, sehr geehrte Kollegen,
liebe Testlehrer/innen im Projekt Medienvielfalt im Mathematikunterricht

Vielen Dank für die bereits erfolgten Rückmeldungen. Es konnten noch nicht alle Kolleg/innen, die sich bereit erklärt haben, die im Projekt entstandenen Lernpfade zu testen, die Umsetzung in der Klasse fertig stellen. Daher werden wir, wie schon im ersten Rundschreiben angekündigt, die Möglichkeit zur Evaluation bis (mindestens) Mitte Mai öffnen.

Eine Bemerkung gilt noch einer missverständlichen Passage in der Anleitung. Die Schülerzugänge lauten S#####xy** (##### = Schulkennzahl, ** = 01 .. 99), wobei mit xx die ersten beiden Buchstaben des Nachnamens bzw. mit y der erste Buchstaben des Vornamens des Lehrers gemeint sind. Einige haben dies so aufgefasst, dass hier Vor- und Nachnamen des jeweiligen Schülers einsetzen sind – da wir die dazugehörigen Daten gar nicht kennen, geht das aber nicht. Gemeint sind hier die analogen Buchstaben zur jeweiligen Lehrerkennung. Das Kennwort ist immer gleich lautend zum Account.

Für das Medienvielfaltsteam
Walter Wegscheider

Rundschreiben vom 1. Juni 2006 – Schließung der Evaluationsmöglichkeit:

Sehr geehrte Testlehrerinnen, sehr geehrte Testlehrer!

Wir möchten uns bereits jetzt sehr herzlich für die rege Teilnahme am Projekt „*Medienvielfalt im Mathematikunterricht*“ bedanken. Bisher haben 85 Lehrerinnen und Lehrer mit ca. 1600 Schülerinnen und Schülern Rückmeldungen in die Evaluationsplattform gestellt. Diese wird – wie angekündigt – bald geschlossen.

Um die Möglichkeit für weitere Rückmeldungen noch zu eröffnen, wird die Plattform bis **Montag, 19. Juni** aktiv sein. Danach erfolgt die Auswertung der Rückmeldungen. Diese Auswertung Ihrer Beiträge wird im Rahmen des Rechenschaftsberichtes Ende 2006 über unsere Homepage

<http://www.austromath.at/medienvielfalt>

veröffentlicht. Genauere Informationen dazu erhalten Sie im Herbst.

Die Planungsgruppen der einzelnen Lernpfade führen aufbauend auf Ihre Feedback- Bögen eine innere Evaluation durch. Auch diese Ergebnisse werden im Rechenschaftsbericht nachzulesen sein. Weiters ist daran gedacht, ein Folgeprojekt durchzuführen. Wir würden uns freuen, wenn wir auch in Zukunft gemeinsam an didaktisch-methodischen Überarbeitungen und Neuentwicklungen im Zusammenhang mit Technologieeinsatz im Mathematikunterricht arbeiten könnten.

Eine erfreuliche Information zum Schluss: die Lernpfade des Projekts wurden 2006 mit dem L@rnie-Award ausgezeichnet!

Die drei Initiativen **ACDCA**, **Geogebra** und **mathe online** bedanken sich für die rege Beteiligung und gute Zusammenarbeit!

Herzliche Grüße,
Walter Wegscheider

3.7.3. Probleme – Support

3.7.3.1. Serverprobleme

Leider erwies sich die Kapazität der Internetanbindung am PI-Hollabrunn (Domain Austromath) in der „heißen“ Phase der Testung der Lernpfade als unzureichend. Das Problem konnte durch eine Spiegelung am GeoGebra-Server an der Universität Salzburg gelöst werden (Verteilung der Last).

Auch die Universität Salzburg blieb von Problemen nicht ganz verschont - die GeoGebra-Seite wurde mehrmals Opfer von Hackern und musste daher neu aufgesetzt werden.

3.7.3.2. Java – Applets

Durch die Einbindung von interaktiven Elementen (Java-Applets) erfordern manche Lernpfadseiten moderne Browsereinstellungen bzw. die Installation von Software (Java-Runtime). Ein geringer Prozentsatz der testenden Schulen hatte mit diesen Erfordernissen Probleme. Hier erwiesen sich zu strikte Beschränkungen der EDV-Räume in manchen Schulen als Hindernis.

3.7.3.3 Zeitliche Probleme

Einige Testlehrerinnen und Testlehrer konnten durch zeitliche Probleme (Lehrstoff, Verfügbarkeit von Informatikräumen, ...) nur Teile der Lernpfade durchführen und schieden dadurch für die Evaluation aus. Erfreulicherweise erhielten wir auch von diesen Teiltestungen Rückmeldungen und Verbesserungsvorschläge per E-Mail oder im Rahmen von Veranstaltungen.

3.7.3.4. Anlegen der Accounts in ILIAS

Der Umgang mit der Lernplattform ILIAS und die Aktivierung der bereits angelegten Lehrer/innen- und Schüler/innen-Accounts erwies sich als ernstes – allerdings überbrückbares – Hindernis. Die erste Hilfestellung zur Benutzung der Plattform musste durch erhebliche persönliche Hilfestellungen und eine ausführlichere Erklärung erweitert werden.

3.8. ORGANISATION DER INNEREN EVALUATION

Bereits in einem sehr frühen Stadium wurde die innere Evaluation als wesentliches Ergebnis des Projekts angesehen. Diese Beschäftigung führte zu einem internen Evaluationsbogen und zu einer genauen Verteilung der Arbeitsaufträge.

Speziell der interne Evaluationsrückmeldebogen lieferte eine geeignete Vorerhebung zur Lernpfadkritik und leistet einen Beitrag zur systematischeren Betrachtung von Lernpfaden in der Zukunft.

Leitfaden für die innere Evaluation:

Leitfragen für die interne Lernpfad-Evaluation

Name des Lernpfads:	
Hersteller/innen:	
Evaluationsteam:	
Protokollführer/innen:	

Fragestellungen zum didaktisch/methodischen Kommentar:

a) Didaktischer Kommentar zum Lernpfad

1)	Welcher Phase entspricht der betrachtete Lernpfad: Erarbeiten von neuen Inhalten, Vertiefen oder Üben?	
2)	Werden die Lerninhalte und Lernziele genau angeführt?	
3)	Wird notwendiges Vorwissen für die Schüler/innen angeführt und adäquat formuliert?	
4)	Dient der Lernpfad ausschließlich der heuristischen Begriffsbildung oder werden die Begriffe innerhalb des Lernpfades auch präzisiert?	
5)	Sind die Formulierungen im didaktischen Kommentar verständlich?	
6)	Werden die Lehrer/innen ausreichend über das notwendige technologische Umfeld informiert?	
7)	<i>Gibt es Nachschlagemöglichkeiten für auftretende Probleme mit Technologie für Lehrer/innen - FAQs?</i>	
8)	<i>Gibt es Anknüpfungspunkte zu Schulbüchern bzw. sind sie möglich oder empfehlenswert?</i>	

b) Methodische Anleitungen zum Lernpfad – „Drehbücher“

1)	Gibt es methodische Vorschläge für Lehrer/innen - und wo befinden sie sich (Lernpfad oder Drehbücher)?	
2)	Welche methodischen Vorschläge werden bereits als „Drehbücher“ angeboten?	
3)	Sind die methodischen Vorschläge - Arbeitspläne ausreichend formuliert und für Schüler/innen und Lehrer/innen nachvollziehbar und umsetzbar?	
4)	Sind die Anleitungen in den Drehbüchern lernzielorientiert (nicht nur handlungsorientiert)?	

5)	Sind die methodischen Vorschläge flexibel genug formuliert und organisiert, dass individuelle Veränderungen durch Lehrer/innen einfach machbar sind?	
6)	Gibt es Hilfestellungen bei auftretenden Problemen mit methodischen Vorschlägen für Lehrer/innen - FAQs?	

Fragestellungen zum Lernpfad

a) Mathematik

1)	Sind die Inhalte mathematisch korrekt formuliert?	
2)	Werden im Lernpfad die mathematischen Begriffe konsistent verwendet?	
3)	Werden die mathematischen Lernziele im Lernpfad für Schüler/innen transparent gemacht?	
4)	Gibt es konkret-operative Phasen des Lernens (z.B. Konstruieren mit Zirkel und Lineal, Basteln, Bewegung, ...), wenn es der Inhalt erlaubt? - Werden verschiedene Lerntypen angesprochen? - bildhaft, lesend, schreibend, hörend, aktives Tun	
5)	Gibt es ausreichend Anleitungen und Möglichkeiten für Schüler/innen, über Mathematik zu sprechen?	
6)	Gibt es heuristisch-experimentelle Phasen?	
7)	Folgt eine Phase der Exaktifizierung bzw. Verallgemeinerung im Lernpfad?	
8)	<i>Wird notwendiges mathematisches Vorwissen für die Schüler/innen im Lernpfad aktiviert?</i>	
9)	<i>Werden verschiedene Möglichkeiten zur Veranschaulichung mathematischer Inhalte genutzt?</i>	
10)	<i>Gibt es Hinweise auf andere Schreibweisen (in Schulbüchern)?</i>	

b) Methoden

1)	Werden die notwendigen methodischen Vorkenntnisse und Fertigkeiten der Schüler/innen im Lernpfad aktiviert?	
2)	Gibt es ausreichende Anleitungen für Schüler/innen zu Arbeitsformen, eigenverantwortliches Arbeiten und Dokumentation? - Werden soziale Arbeitsformen ausreichend unterstützt? - Werden verschiedene Formen der Wissenspräsentation gefordert und angeregt?	

3)	<i>Gibt es ausreichende Hilfestellungen für Schüler/innen bei der Verwendung technologischer Hilfsmittel?</i>	
4)	Bietet der Lernpfad Differenzierungsmöglichkeiten?	
5)	<i>Gibt es Wahlaufgaben/Zusatzmaterial?</i>	
6)	Werden die Schüler/innen zur Informationssuche angehalten?	

c) Organisation und Technik

1)	Ist die Gliederung sinnvoll und übersichtlich?	
2)	Sind Zusammenfassungen des Wissens vorhanden, an der richtigen Stelle und ausreichend hervorgehoben?	
3)	Sind die Handlungsanweisungen zu Applets und anderen dynamischen Elementen ausreichend genau formuliert?	
4)	Wo befinden sich für die einzelnen Lernschritte und Tätigkeiten verständliche Arbeitsaufforderungen (Lernpfad, Drehbuch, ...)? - Was ist wann, wo und wie zu tun? - Wenn nicht im Lernpfad vorhanden, sollten begleitende Materialien (im Drehbuch angeführt - Schulbücher, Links etc.) dies abdecken!	
5)	Fehler: Layout - Tippfehler - ...	

Festigung des Wissens - Wissensüberprüfung - Leistungsfeststellung/-beurteilung

1)	Enthält der Lernpfad Übungs- und Festigungsphasen? - Gibt es ein ausreichendes Angebot an Übungsbeispielen? - Gibt es im Lernpfad Hinweise für Hausübungen?	
2)	Enthält der Lernpfad Möglichkeiten zur Selbstkontrolle / Wissensüberprüfung? - Gibt es Lösungen dazu – wie ist die Selbstkontrolle organisiert? - <i>Gibt es bei der Selbstkontrolle Möglichkeiten der Fehlerdiagnose?</i>	
3)	Werden Hinweise auf Leistungsmessung und Leistungsbeurteilung gegeben?	
4)	Gibt es Vorschläge zur nachträglichen Überprüfung bzw. Sicherung des Erlernten? - <i>Gibt es Möglichkeiten zur Messung des Lernzuwachses durch Prätest und Posttest?</i> - <i>Gibt es Vorschläge für eine langfristige Wissensmessung durch Aufgaben aus den Standardtests?</i>	

normale Schrift ... muss in jedem Lernpfad vorkommen und besprochen werden (falls nicht vorhanden, muss hier zumindest ein Kommentar darauf hinweisen)

kursive Schrift ... kann in Lernpfaden enthalten sein und besprochen werden

Gruppeneinteilung - Innere Evaluation, Vorschlag (jeweils Parallelgruppen!)

	Bleier	Bierb.	Dorf.	Embach.	Heugl	Jauck	Klinger	Lindner	Oberh.	Stepan.	Wegsch.	Hohenw.	Himpsl
2. Klasse Div.		P	H				HE	E				E	
3. Klasse Pythagoras	P	E	P				E			H			
4. Klasse Pythagoras	E	E	H				H			P			
4. Klasse Statistik	H			H	E	E		E	P	H	P		
4. Klasse runde Körper	P	E	P				E			H			
5. Klasse Funktionen	P	H		H	H		E			P	E		
5. Klasse Vektoren			HE		E	P		H	P			H	P
6. Klasse Stochastik	HE			P	E	H			E	E	P	H	P
7. Klasse Diff.Rechn.				E	E	H		P	P		E	H	E
8. Klasse Int.Rechn.				E	P	H		H	P		E	H	E
Kryptographie			E	H		P		E	H		H		P

Rechenschaftsbericht - Innere
Evaluation

R

R

R

R

R

R

H ... Hersteller

E ... Evaluation

P ... Protokollführung

R ... Rechenschaftsbericht

Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

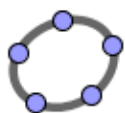
Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

TEIL 4

LERNPFADE und lernpfadspezifische Evaluation

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

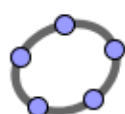
Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

TEIL 4

LERNPFAD KOORDINATENSYSTEM

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

Lernpfad: Einführung – Koordinatensystem und geometrische Grundbegriffe

6. Schulstufe

Autoren/innen: Anita Dorfmayr, Walter Klinger

1. Motivation – Warum wurde das Thema gewählt?

Da die Geometrie in der 6. Schulstufe einen Schwerpunkt darstellt, erscheint der Einsatz eines Dynamischen Geometrieprogramms pädagogisch – didaktisch wertvoll. Neben der gesteigerten Motivation der Schüler/innen ermöglicht der Einsatz des Computers auch die verstärkte Selbsttätigkeit und das experimentelle Arbeiten der Schüler/innen.

Der Einsatz eines Dynamischen Geometrieprogrammes fördert genaues und systematisches Arbeiten. Der Einsatz von Konstruktionsprotokollen erzieht die Schüler/innen zum genauen Dokumentieren ihrer Arbeit und schult das Lesen / Verstehen mathematischer Anleitungen.

Speziell GeoGebra ermöglicht eine sehr frühe Schulung elementarer Beziehungen zwischen algebraischen und geometrischen Sichtweisen. Auch das Experimentieren mit Abhängigkeiten von Objekten und das Erleben der Auswirkungen von Veränderungen von Größen sind erst dadurch möglich.

2. Didaktischer Kommentar

Mit diesem Lernpfad sollen neben einem ausführlichen Kennenlernen von GeoGebra geometrische Grundbegriffe eingeführt und / oder gefestigt werden. Besonderes Augenmerk wird auf die Beschreibung eines Konstruktionsvorgangs gelegt. Dabei werden Konstruktionsprotokolle zuerst abgearbeitet und dann von den Schüler/innen selbst erstellt. Durch die Verwendung von Variablen sollen neue (abhängige) Objekte aus bestehenden erzeugt werden. Die dynamische Veränderung von Objekten soll erlebt und durchgeführt werden.

Kurzinformation	
Schulstufe	6. Schulstufe
Dauer	5 - 6 Stunden
Unterrichtsfächer	Mathematik
Verwendete Medien	Dynamische Geometrie Software (DGS), Java Applets, Internet
Technische Voraussetzungen	Java, Internet
Autoren	Anita Dorfmayr, Walter Klinger

Voraussetzungen

- Technische Voraussetzungen: GeoGebra (kostenlos von www.geogebra.at), Java (kostenlos von www.java.com), Internet
- Vorwissen der SchülerInnen: Geometrische Grundbegriffe aus der 1. Klasse
- Technisches Vorwissen der SchülerInnen: Elementarer Umgang mit dem Computer

Lerninhalte und Lernziele

Lerninhalt	Lernziel
Arbeiten mit Figuren	Geometrische Objekte selbst erzeugen und verbinden können
Koordinatensystem	Lage von Punkten mit Hilfe kartesischer Koordinaten beschreiben können (in allen 4 Quadranten)
Konstruieren von Figuren	Konstruktionsprotokolle für Figuren, die aus Kreisen und Vierecken bestehen, abarbeiten und erzeugen können
Arbeiten mit Variablen	aus bestehenden Objekten durch die Verwendung von Variablen neue (abhängige) Objekte erzeugen können dynamische Veränderungen und Abhängigkeiten erfassen können

Didaktischer Hintergrund

Dieser Lernpfad versucht durch motivierende Beispiele geometrische Grundbegriffe und deren Beziehungen zu festigen und dabei die wesentlichen Fähigkeiten eines Dynamischen Geometrie-Programms zu vermitteln. Die Schüler/innen sollen nach einer begleitenden Einführung zu einem möglichst hohen Grad von Selbsttätigkeit geführt werden. Für den Transfer des neu Erlernten auf ähnliche Aufgabenstellungen soll ausreichend Zeit zur Verfügung stehen.

Einsatz im Unterricht

Grundsätzlich wäre für ein effizientes Arbeiten pro Schüler/Schülerin ein PC notwendig; allerdings ist auch eine Partnerarbeit an einem Gerät bei entsprechender Abstimmung der Lerngeschwindigkeiten der beiden Partner durchaus möglich. Einzelne Module können auch ohne PC in der Klasse vorbereitet und / oder durchgeführt werden.

Dieser Lernpfad ist relativ streng sequentiell aufgebaut. Neben nötigen Lehrer-Inputs und vielen verpflichtenden Modulen werden nur wenige zusätzliche Materialien angeboten. Für Schüler/innen wird ein **Lernparcours** angeboten. Für Lehrer/innen zusätzlich noch begleitende Informationen zu diesem Lernparcours.

Kombination der Medien

In dem vorliegenden Lernpfad wird versucht, durch den Einsatz von interaktiven Internetseiten und der Software GeoGebra das selbsttätige Lernen der Schüler/innen zu fördern. Die neu gewonnenen Erkenntnisse sollen auch durch händisches Zeichnen im traditionellen Sinn gefestigt werden (speziell bei Hausübungen).

Lernmedien der Schüler/innen

Die Schüler arbeiten mit diesem Lernpfad nicht nur am Computer. Ihre Tätigkeiten und Ergebnisse sollen sie meist auf Arbeitsblättern festhalten.

Leistungsbeurteilung

Nicht die Ergebnisse, sondern der Lernprozess, also der Grad der Selbsttätigkeit und die Selbstorganisation, stehen im Zentrum. Die Evaluation erfolgt über eine Wiederholung mit eingebautem Transfer.

3. Vorteile des Medieneinsatzes – exemplarische Beschreibung der Materialien

Intuitiver Einstieg – GeoGebra

Reihenhaus

1. Öffne das dynamische Arbeitsblatt in GeoGebra und vervollständige das zweite Reihenhaus.
2. Zeichne danach das dritte Reihenhaus fertig.
3. Für Profis: Zeichne noch ein viertes Reihenhaus.
Hinweis: Du musst etwas verändern, damit du alle 4 Häuser sehen kannst.

[Öffne GeoGebra](#)

Du kannst verschiedene Farben verwenden (lasse nur das Dach und den Rauchfang gleich).

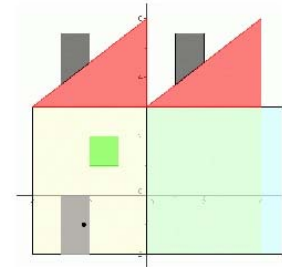


Abbildung 1: Reihenhaus - Angabe

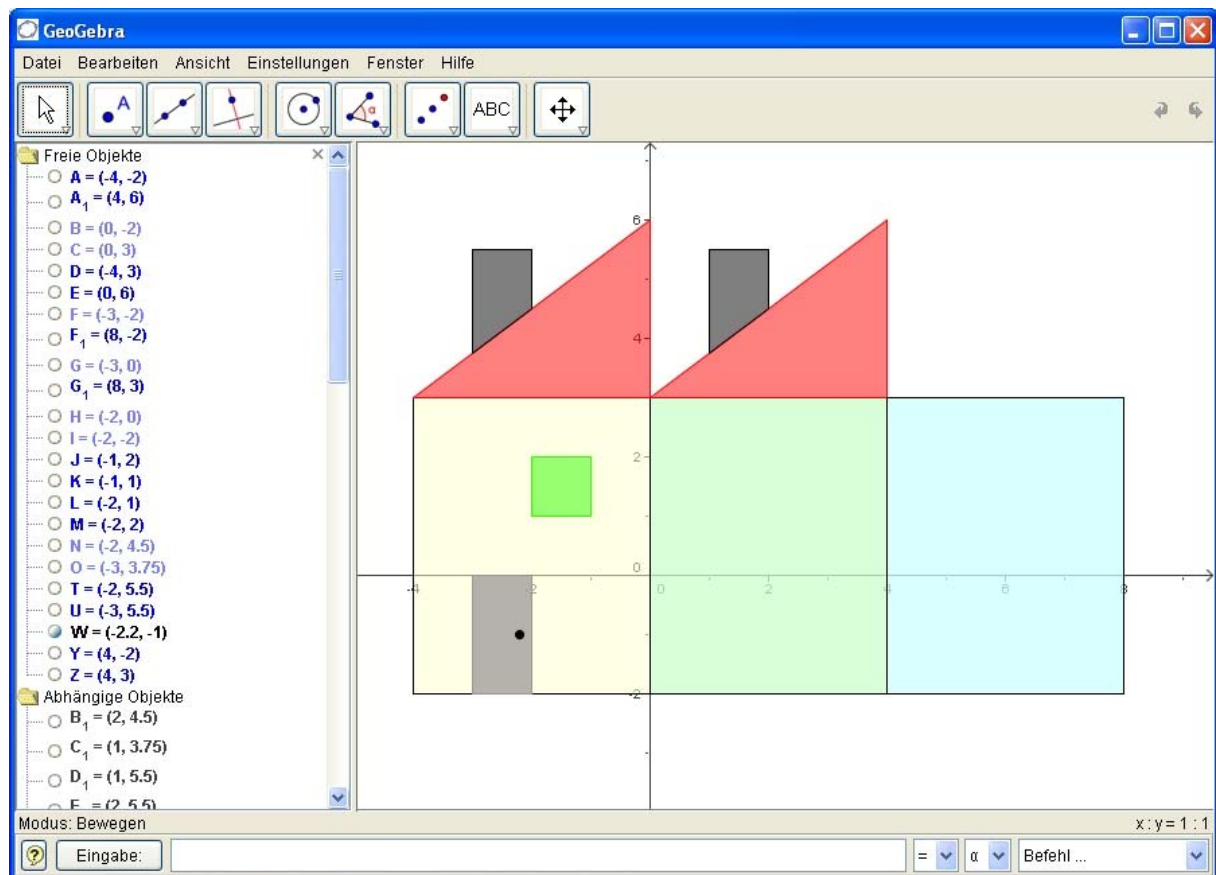


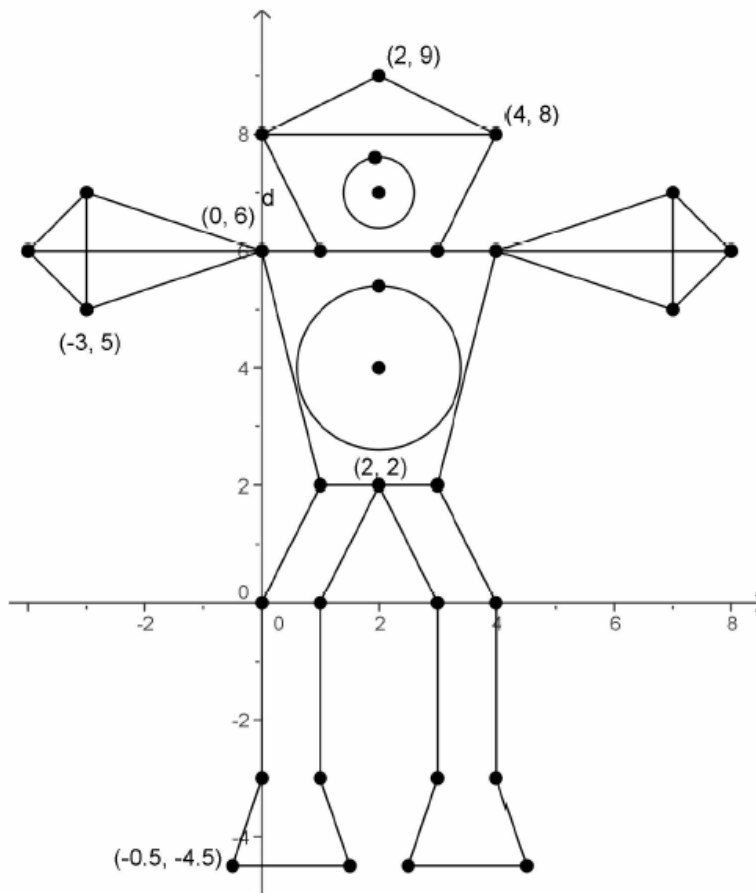
Abbildung 2: Reihenhaus - Arbeiten mit GeoGebra

Direkte Eingabe und Zusammenspiel von algebraischer und geometrischer Darstellung – Koordinatensystem

Arbeitsblatt: Roboter



Öffne GeoGebra und zeichne diesen Roboter. Zeichne dazu zuerst alle Punkte ein und verbinde dann diese Punkte durch Strecken. Versuche dabei, einzelne Punkte und Strecken auch direkt einzugeben, z.B.: $B=(2,9)$ oder $\text{Strecke}[A,B]$ (wenn A und B bereits eingegeben sind).



Vervollständige auf dem Arbeitsblatt die fehlenden Koordinaten (x,y) der Punkte für deinen Roboter (ohne Bezeichnungen).

Weitere Aufgaben:

- Lasse dir in GeoGebra die Werte der einzelnen Koordinaten anzeigen und kontrolliere so, ob du am Arbeitsblatt alle Koordinaten richtig eingetragen hast.
- Blende am Ende alle Bezeichnungen von Punkten und Strecken aus.
- Male einzelne Teile an (Vielecke).
- Blende auch „störende“ Punkte aus und belasse nur die Linien auf dem Bildschirm.
So machst du das: Rechtsklick auf den Punkt oder die störende Linie, dann *Objekt anzeigen* weghaken

Abbildung 3: Roboter – Arbeitsblatt

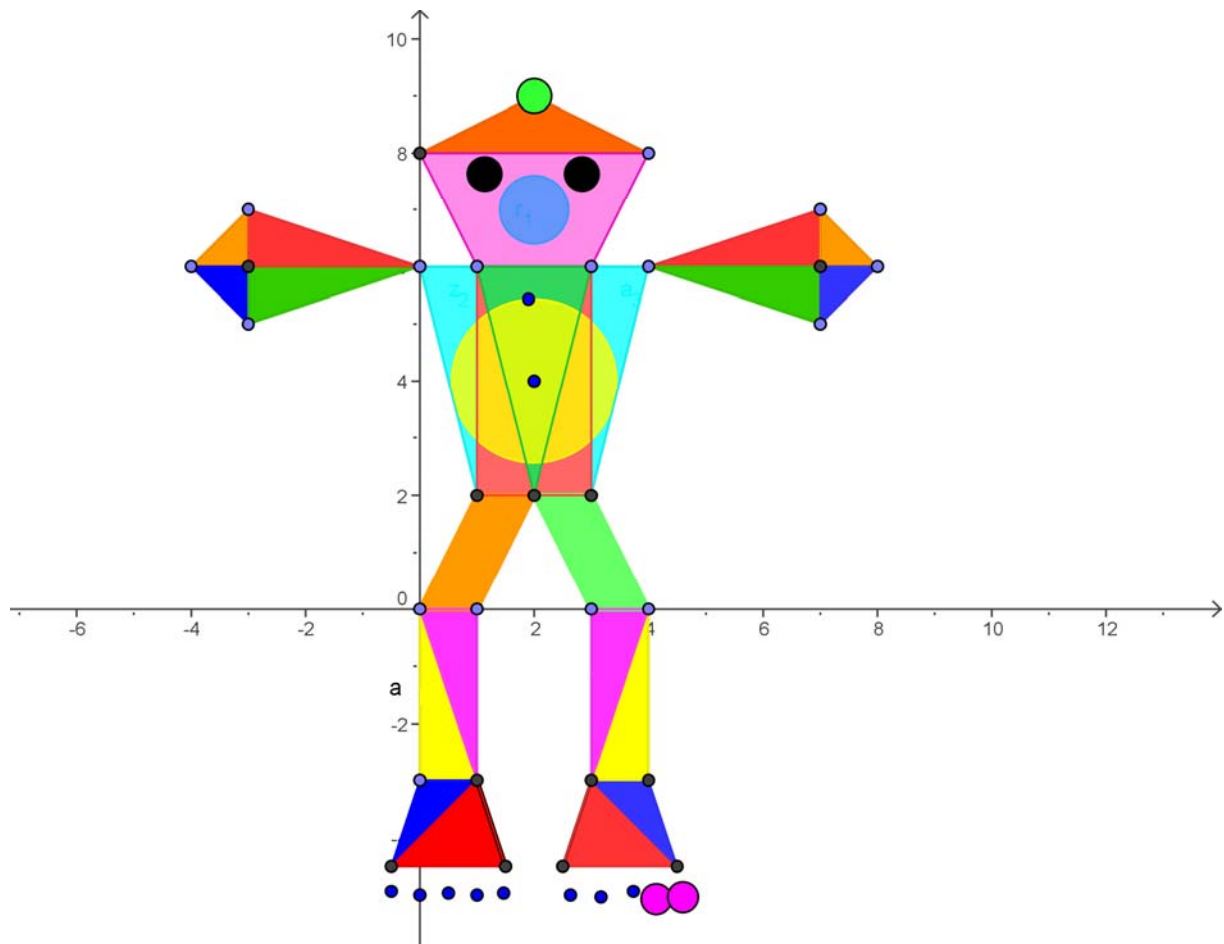


Abbildung 4: Schülerarbeit - Roboter

Systematisches Arbeiten und Abhängigkeit von Objekten – Konstruktionsprotokoll

**Einführung in systematisches Arbeiten mit Konstruktionsprotokollen
und Erkennen von Abhängigkeiten – Beispiel: Olympische Ringe**

Abhängigkeiten und Konstruktionsprotokolle

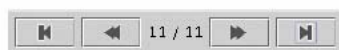
Olympische Ringe



1. Zeichne die Olympischen Ringe mit GeoGebra:
 - a) Blende das Algebra-Fenster und die Koordinatenachsen aus (unter [Ansicht]).
 - b) Gib in der Eingabezeile den Radius ein: $r = 4$
 - c) Zeichne folgende Punkte ein: A (5 / 8), B (11 / 8), C (17 / 8), D (8 / 4), E (13 / 4). Verwende dazu die direkte Eingabe in der Eingabezeile, z.B. A = (5 , 8)
VORSICHT: Achte genau darauf, wie die Eingabe der Koordinaten zu erfolgen hat!
 - d) Zeichne jetzt die Olympischen Ringe mit dem Werkzeug *Kreis mit Mittelpunkt und Radius*.
 - e) Jetzt musst du die Kreise nur noch richtig einfärben und die Mittelpunkte ausblenden.
Verwende dazu das Eigenschaftsfenster (rechter Mausklick auf Objekt, ...).
2. Blende das Algebra-Fenster durch [Ansicht][Algebrafenster] wieder ein! Verändere die Koordinaten der Punkte und den Radius mit dem Werkzeug *Bewegen* direkt im Algebra-Fenster (Doppelklick).
 - a) Was passiert, wenn du die Koordinaten eines oder mehrerer Punkte veränderst?
 - b) Schaffst du es, die Olympischen Ringe ein Stückchen nach rechts oder nach oben zu verschieben? Wie?
 - c) Was passiert, wenn du den Radius vergrößerst oder verkleinerst?
 - d) Schaffst du es, nur die unteren beiden Ringe etwas kleiner zu machen? Begründe!
3. Unter [Ansicht] [Konstruktionsprotokoll] versteckt sich folgende Tabelle. Erkläre, was diese Tabelle bedeutet. ACHTUNG: Keine Sorge – du kannst hier noch nicht alles verstehen.

Konstruktionsprotokoll			
Datei Ansicht Hilfe			
Nr.	Name	Definition	Algebra
1	Zahl r		$r = 4$
2	Punkt A		$A = (5, 8)$
3	Kreis c	Kreis mit Mittelpunkt A und Radius r	$c: (x - 5)^2 + (y - 8)^2 = 16$
4	Punkt B		$B = (11, 8)$
5	Kreis d	Kreis mit Mittelpunkt B und Radius r	$d: (x - 11)^2 + (y - 8)^2 = 16$
6	Punkt C		$C = (17, 8)$
7	Kreis e	Kreis mit Mittelpunkt C und Radius r	$e: (x - 17)^2 + (y - 8)^2 = 16$
8	Punkt D		$D = (8, 4)$
9	Kreis f	Kreis mit Mittelpunkt D und Radius r	$f: (x - 8)^2 + (y - 4)^2 = 16$
10	Punkt E		$E = (13, 4)$
11	Kreis g	Kreis mit Mittelpunkt E und Radius r	$g: (x - 13)^2 + (y - 4)^2 = 16$

4. Experimentiere mit den Pfeilen am unteren Rand des Konstruktionsprotokolls! Was kannst du damit machen?



5. BONUS: Was bedeuten die verschiedenen Farben der 5 Olympischen Ringe? Mache eine Internetrecherche!

Abbildung 5: Olympische Ringe - Arbeitsblatt

Vertiefung in systematischem Arbeiten mit vorgegebenen Konstruktionsprotokollen – Beispiel: Wunderblume

Arbeitsblatt: Wunderblume



1. Führe alle Konstruktionsschritte aus, die im folgenden Konstruktionsprotokoll gegeben sind! Welche Figur entsteht?

Nr.	Name	Definition	Algebra
1	Zahl r		$r = 4$
2	Punkt M		$M = (8.6, 8.4)$
3	Kreis c	Kreis mit Mittelpunkt M und Radius r	$c: (x - 8.6)^2 + (y - 8.4)^2 = 16$
4	Punkt A	Punkt auf c	$A = (7.63, 4.52)$
5	Kreis d	Kreis mit Mittelpunkt A und Radius r	$d: (x - 7.63)^2 + (y - 4.52)^2 = 16$
6	Punkt B	Schnittpunkt von d, c	$B = (4.75, 7.3)$
6	Punkt C	Schnittpunkt von d, c	$C = (11.48, 5.62)$
7	Kreis e	Kreis mit Mittelpunkt B und Radius r	$e: (x - 4.75)^2 + (y - 7.3)^2 = 16$
8	Punkt D	Schnittpunkt von c, e	$D = (7.63, 4.52)$
8	Punkt E	Schnittpunkt von c, e	$E = (5.72, 11.18)$
9	Kreis f	Kreis mit Mittelpunkt E und Radius r	$f: (x - 5.72)^2 + (y - 11.18)^2 = 16$
10	Punkt F	Schnittpunkt von f, c	$F = (4.75, 7.3)$
10	Punkt G	Schnittpunkt von f, c	$G = (9.57, 12.28)$
11	Kreis g	Kreis mit Mittelpunkt G und Radius r	$g: (x - 9.57)^2 + (y - 12.28)^2 = 16$
12	Punkt H	Schnittpunkt von c, g	$H = (5.72, 11.18)$
12	Punkt I	Schnittpunkt von c, g	$I = (12.45, 9.5)$
13	Kreis h	Kreis mit Mittelpunkt I und Radius r	$h: (x - 12.45)^2 + (y - 9.5)^2 = 16$
14	Kreis k	Kreis mit Mittelpunkt C und Radius r	$k: (x - 11.48)^2 + (y - 5.62)^2 = 16$

2. Öffne das Dynamische Arbeitsblatt und blende die Navigationsleiste ein. Du findest sie direkt unter dem Geometrie-Fenster.



Blende dann das Konstruktionsprotokoll ein und gehe schrittweise durch die Konstruktion. Vergleiche mit deiner Lösung. Hast du alles richtig gemacht?

3. Gestalte deine Konstruktion farbig.

4. BONUS: Verbinde alle Punkte, die auf dem inneren Kreis liegen! Welche Figur entsteht?

Abbildung 6: Wunderblume - Arbeitsblatt

Wunderblume - Konstruktionsprotokoll

Verwende die Pfeiltasten unter dem Geometrie-Fenster und gehe schrittweise durch die Konstruktion.

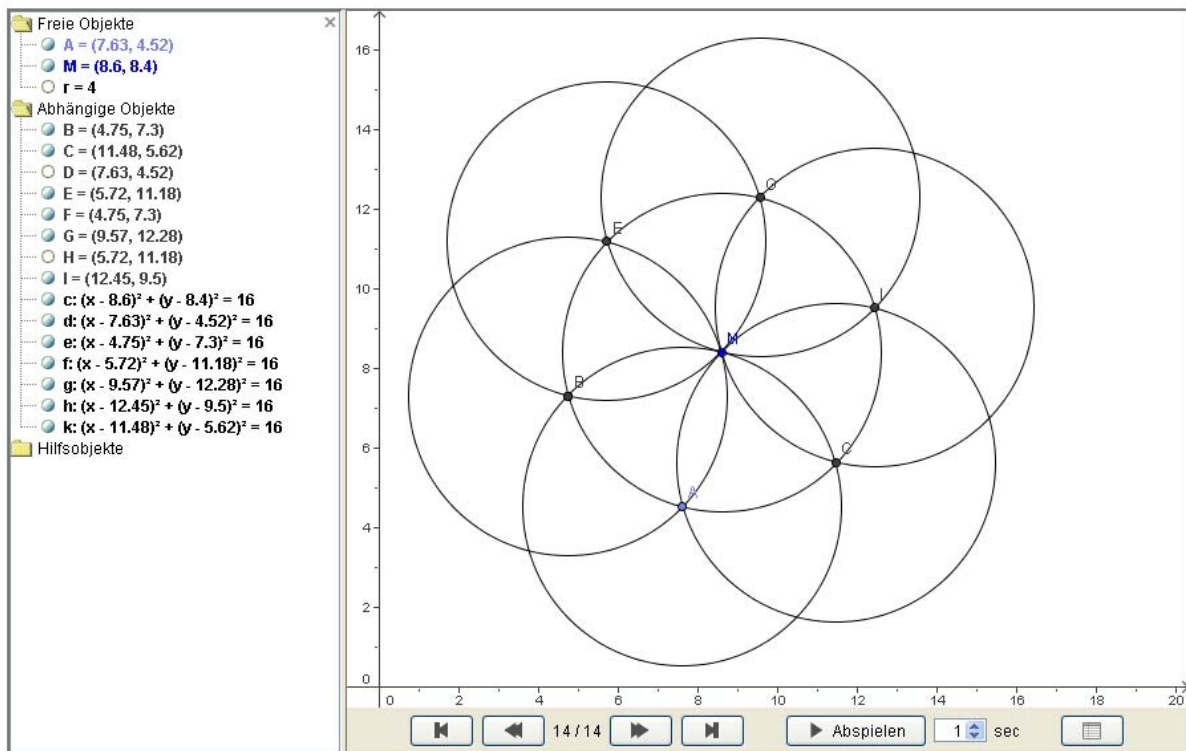
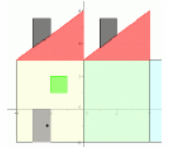


Abbildung 7: Wunderblume – Lösung

4. Drehbuch / Drehbücher – Methodisch-didaktische Anleitungen

Unterrichtsorganisation – Arbeitsanweisungen für Schüler/innen

Für die Schüler/innen wurde ein „Lernparcours“ entwickelt (siehe Abbildung 8 bis 10). Dieser Arbeitsplan gibt einen Überblick über den Lernpfad (Pflicht- und Wahlaufgaben), beinhaltet Informationen über die Aktivität der Schüler/innen, Arbeitsaufträge und Sozialform, sowie die Art der Kontrollmöglichkeiten.



Kursive Anleitungen

Dein Lehrer / deine Lehrerin sagt dir, wie's geht ...

Nr.	Titel	Aktivität	Schülerzahl	Arbeitsauftrag / Lerninhalte	P/N/W	Kontrolle
LA	Kennenlernen von GeoGebra			Bedienung von GeoGebra: Fenster, Icons Werkzeuge kennen lernen: Punkt, Strecke, Vieleck	Input	-
1	Reihenhaus		oder	Arbeitsblatt: Führe die Anleitung durch und verwende das Eigenschafts-Fenster (rechter Mausklick).	P	Selbstkontrolle
LB	Koordinatensystem			Besprechung: Ursprung, Koordinatenachsen, Quadranten	Input	-
LC	Direkte Eingabe und Bewegen von Objekten			Arbeiten mit der Eingabezeile: Punkt $A=(x,y)$ und Strecke $[A,B]$ 3 Möglichkeiten des Bewegens von Objekten: Bewegen-Modus, Algebra-Fenster, direkte Eingabe	Input	-
2	Roboter		oder	Arbeitsblatt: Führe die Anleitung durch und vervollständige auf dem Arbeitsblatt die fehlenden Koordinaten der Punkte.	P	Selbstkontrolle
3	Sahara		und	Arbeitsblatt: Führe die Anleitung durch. Welches Forscherteam ist den kürzesten Weg gegangen? Vergleiche mit einem Partner / einer Partnerin.	P	Partnerkontrolle
4	Winkel am Ziffernblatt		oder	Lade das dynamische Arbeitsblatt und bearbeite die Aufgabenstellung.	W	Selbstkontrolle

Abbildung 8: Lernparcours für Schüler/innen - Seite 1



5	Olympische Ringe		oder	Arbeitsblatt: Konstruiere die Olympischen Ringe! Was verbirgt sich hinter einem Konstruktionsprotokoll?	P	Selbstkontrolle
6	Wunderblume			Arbeitsblatt: Führt die Konstruktionsschritte aus und kontrolliert! Tipp: Verwendet dieses Werkzeug:	N	Selbstkontrolle
7	Rechteck und Quadrat		und	Arbeitsblatt: Führe die Anweisungen aus. Vergleiche dein Konstruktionsprotokoll mit einem Partner / einer Partnerin.	P	Partnerkontrolle
8	Uhrmacher		und	Arbeitsblatt: Baue deine eigene Uhr an Hand des Konstruktionsprotokolls.	P	Selbstkontrolle
9	Kann ich das?			Konstruiere ein Quadrat ABCD $[A(-3/-1), s=5E]$ und zeichne jenen Kreis ein, auf dem alle 4 Eckpunkte des Quadrates liegen. Schreibe selbst auf einem Blatt ein Konstruktionsprotokoll.	P	Lehrerkontrolle
10	Bin ich ein Profi?			Verwende deine Konstruktion aus Aufgabe 9. Konstruiere ein Quadrat, welches den Kreis von außen berührt.	N	Lehrerkontrolle

Abbildung 9: Lernparcours für Schüler/innen - Seite 2



Lernparcours

Einführung – Koordinatensystem und Geometrische Grundbegriffe



Erklärung der Abkürzungen und Symbole

N ... für Profis: Hebe dein Niveau!
P ... Pflicht
W ... Wiederholung



Schreiben



GeoGebra



Dynamisches Arbeitsblatt aufrufen



Internet-Recherche



schwierig



Lehrer-Input



gesamte Klasse



Einzelarbeit



Partnerarbeit

Abbildung 10: Lernparcours für Schüler/innen - Seite 3

Anleitungen für Lehrer/innen

Diese Zusatzinformationen für Lehrer/innen (siehe Abbildungen 11 und 12) sollen den Ablauf des Unterrichtsprojektes unterstützen.



Zusatzinformationen zum Lernparcours

Einführung – Koordinatensystem und Geometrische Grundbegriffe



Kursive Anleitung

LehrerInnen-Input nötig

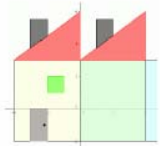
Nr.	Titel	Zusatzinformation
LA	Kennenlernen von GeoGebra	Vorschlag siehe Beilage und Skriptum
1	Reihenhaus	<p>Die Schüler werden dazu angehalten, selbsttätig ihre Versuche Punkte, Strecken, Vielecke durchzuführen. Hilfestellungen sind möglicherweise bei dem Werkzeug Vielecke nötig (oft wird das Schließen der Punktkette vergessen).</p> <p>Hier sollte man zum ersten Mal das Eigenschaftsfenster öffnen und die Beschriftung bei einzelnen Objekten ausschalten bzw. die Füllfarbe von Vielecken ändern. Zwischendurch ist eine kurze Phase des Lehrerinputs dazu günstig.</p> <p>Durch die unterschiedliche Arbeitsgeschwindigkeit werden nicht alle Schülerinnen und Schüler das 4. Reihenhaus beginnen können.</p> <p>Hinweis: Um Platz für weitere Reihenhäuser zu schaffen, ist es nötig, das Koordinatensystem zu verschieben und / oder die Skalierung zu verändern.</p>
LB	Koordinatensystem	<p>Obwohl im Lehrplan der 2. Klasse nur der 1. Quadrant als Lernziel festgelegt ist, erscheint durch die Benützung von GeoGebra der natürlichere Zugang zu allen 4 Quadranten sinnvoll.</p> <p>Diese Besprechung und händisch durchgeführte Arbeitsaufträge können auch in der Klasse durchgeführt werden.</p>
LC	Direkte Eingabe und Bewegen von Objekten	<p>3 Möglichkeiten des Bewegens von Objekten:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Bewegen-Modus 2) im Algebra-Fenster durch Doppelclick (im Bewegen-Modus) 3) direkte Eingabe, z.B. $A = (3, -2.5)$ oder Strecke[A,B] (ACHTUNG: DezimalPUNKT und Trennstrich-KOMMA)
2	Roboter	<p>Zum Vergleichen der Koordinaten wird im Eigenschaftsfenster die Möglichkeit für die Bearbeitung mehrerer Objekte vorgestellt (alle Beschriftungen ausblenden / anzeigen, verschiedene Arten der Beschriftung Wert / Name / Name und Wert).</p> <p>Mögliche Differenzierung: zusätzliche „Verschönerungs“-Aufträge</p>

Abbildung 11: Zusatzinformation für Lehrer/innen - Seite 1



Zusatzinformationen zum Lernparcours

Einführung – Koordinatensystem und Geometrische Grundbegriffe




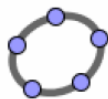
3	Sahara	Die Schüler sollen dazu angehalten werden, die direkte Eingabe von Punkten und Strecken zu verwenden. Tipp: Um unerwünschte Veränderungen des Anfangspunktes A zu verhindern, könnte der Punkt A fixiert werden (im Eigenschaftsfenster).
4	Winkel am Ziffernblatt	Wiederholung von Winkelarten, einfacher Umgang mit GeoGebra
5	Olympische Ringe	Hier wird zum ersten Mal das Algebra-Fenster ausgeschaltet. Hier wird zum ersten Mal das Konstruktionsprotokoll eingesehen und abgearbeitet. WICHTIG: Bei diesem Beispiel soll der Unterschied zwischen freien und abhängigen Objekten ausführlich thematisiert werden. Die Form der Dokumentation der Internetrecherche erfordert eine zusätzliche Lehreranweisung.
6	Wunderblume	Hier wird zum ersten Mal das Konstruktionsprotokoll – noch dazu mit einem neuen Werkzeug (Kreis mit festem Radius) – eingesetzt. Manche Punkte auf Kreisen sind „bedingt“ freie Objekte. Zur Unterscheidung von freien, „bedingt“ freien und abhängigen Objekten ist ein Hinweis auf das Algebra-Fenster (farbliche Unterlegung) erforderlich. WICHTIG: Hier müssen die SchülerInnen erstmals das Werkzeug „Schnitt zweier Objekte“  verwenden. Eventuell ist hier ein kurzer LehrerInnen-Input nötig.
7	Rechteck und Quadrat	Neue Werkzeuge werden eingeführt: normale Gerade, ev. auch parallele Gerade; Kreis mit festem Radius (für jene Schülerinnen und Schüler, die die Wunderblume nicht gemacht haben)
8	Uhrmacher	Erstmals müssen die Schülerinnen und Schüler Texte einfügen. Neue Werkzeuge: Strecke mit fester Länge (ACHTUNG: Im Konstruktionsprotokoll steht „Punkt auf Kreis[A, 5.5]“) Winkel: Im Eigenschaftsfenster muss eingegeben werden, dass ein erhabener Winkel zulässig ist!
9	Kann ich das?	Lernzielkontrolle: Hier wird einerseits Bekanntes (Konstruktion eines Quadrates) gefordert, andererseits aber auch der Transfer auf Neues (Umkreis). Zeitlimit vorgeben!
10	Bin ich ein Profi?	Diese Aufgabe ist schwer. Die Überprüfung muss durch den Lehrer / die Lehrerin direkt am Computer erfolgen (Ergebnis wirklich durch Zoomen oder Bewegen von Eckpunkten überprüfen).

Abbildung 12: Zusatzinformation für Lehrer/innen - Seite 2

Weitere Materialien

Da auch die Einführung in die Handhabung des Dynamischen Geometrieprogrammes GeoGebra Ziel dieses Lernpfades ist, wurde ein Kurzsriptum für Schüler/innen sowie eine Beilage zu diesem Skriptum für Lehrer/innen angeboten.



GeoGebra - Skriptum für die 2. Klasse

- Neu gezeichnete Objekte werden automatisch beschriftet. Es wird immer der nächste Buchstabe im Alphabet verwendet, z.B.: Punkte mit Großbuchstaben (A,B,C...), Strecken und Geraden mit Kleinbuchstaben (a,b,c,...), Winkel mit griechischen Buchstaben ($\alpha, \beta, \gamma, \dots$).
- Jede Tätigkeit kann rückgängig gemacht werden.
- Koordinaten (z.B.: A=(1,2), ...), Längen (z.B.: a=9,...), Flächen (z.B.: P=20,4,...), werden im Algebra-Fenster automatisch eingetragen.

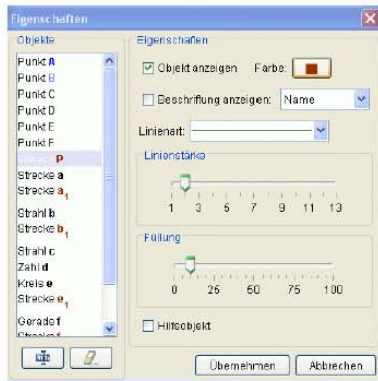
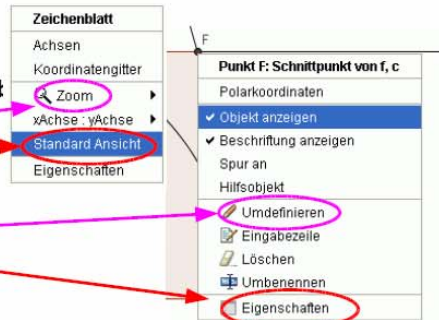
Icon	Was wird damit gemacht?	Direkte Eingabe:
	Neuer Punkt	z.B.: (2,3) oder A=(2,3)
	Strecke zwischen zwei Punkten	Strecke[A,B] <i>Strecke zwischen A und B</i>
	Gerade durch zwei Punkte	Gerade[A,B] <i>Gerade durch A und B</i>
	Kreis mit Mittelpunkt durch Punkt	Kreis[M,X] <i>Mittelpunkt M, Punkt X</i>
	Kreis mit Mittelpunkt und Radius	Kreis[M,r] <i>Mittelpunkt M, Radius r</i>
	Vieleck <i>Hinweis: Anfangspunkt = Endpunkt</i>	z.B.: Vieleck[A,B,C]
	Bewegen von Objekten, Änderungen von Daten im Algebrafenster (Doppelklick)	z.B.: A = (5,-4)
	Verschiebe Zeichenblatt	
	vergrößern <i>Beachte die Einheiten auf den Achsen!</i>	
	verkleinern <i>Beachte die Einheiten auf den Achsen!</i>	
	Schneide zwei Objekte <i>Klicke nacheinander auf die beiden Objekte oder klicke ungefähr auf den Schnittpunkt.</i>	Schneide[a,b] Ergebnis: alle Schnittpunkte
	Parallele Gerade	
	Senkrechte Gerade (Normale)	Senkrechte[A, Gerade[B,C]]
	Strecke mit fester Länge vom Punkt aus	Strecke[A,r] <i>Punkt A, Länge r</i>
	Strahl durch zwei Punkte	Strahl[F,A] <i>Strahl mit Anfangspunkt F durch A</i>
	Winkel <i>(Schenkelpunkt – Scheitel – Schenkelpunkt der Reihe nach anklicken)</i>	Winkel[A,B,C] <i>Winkel mit B als Scheitel</i>
	Winkel mit fester Größe <i>(mit dem oder gegen den Uhrzeigersinn: Punkt auf Scheitel, dann Schenkel anklicken, dann Größe mit „°“ angeben)</i>	Winkel[A,B, α°] <i>(gegen den Uhrzeigersinn)</i>
	Mittelpunkt	Mittelpunkt[A,B] <i>Mittelpunkt der Strecke AB</i>

Abbildung 13: GeoGebra - Skriptum - Seite 1

Verändern von Eigenschaften

Mit **Rechtsklick** (auf ein Objekt bzw. auf das Zeichenblatt) können wichtige Optionen ausgeführt werden:

- **Standardansicht**
- **Zoom**
- **Umdefinieren** – Einsicht in die direkte Eingabe
- **Eigenschaften** (z.B.: Farbe, Beschriftung, Füllung).



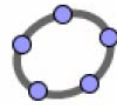
Über das **Eigenschaftsfenster**

(siehe links) können auch Eigenschaften mehrerer Objekte gleichzeitig verändert werden. Markiere dazu die gewünschten Objekte nacheinander bei gedrückter [STRG] – Taste (auf einer englischen Tastatur: [CTRL] – Taste).

Im **Menü Ansicht** kann das **Konstruktionsprotokoll** eingesehen und die Konstruktion schrittweise durchgeführt werden. Ein Konstruktionsprotokoll sieht etwa so aus:

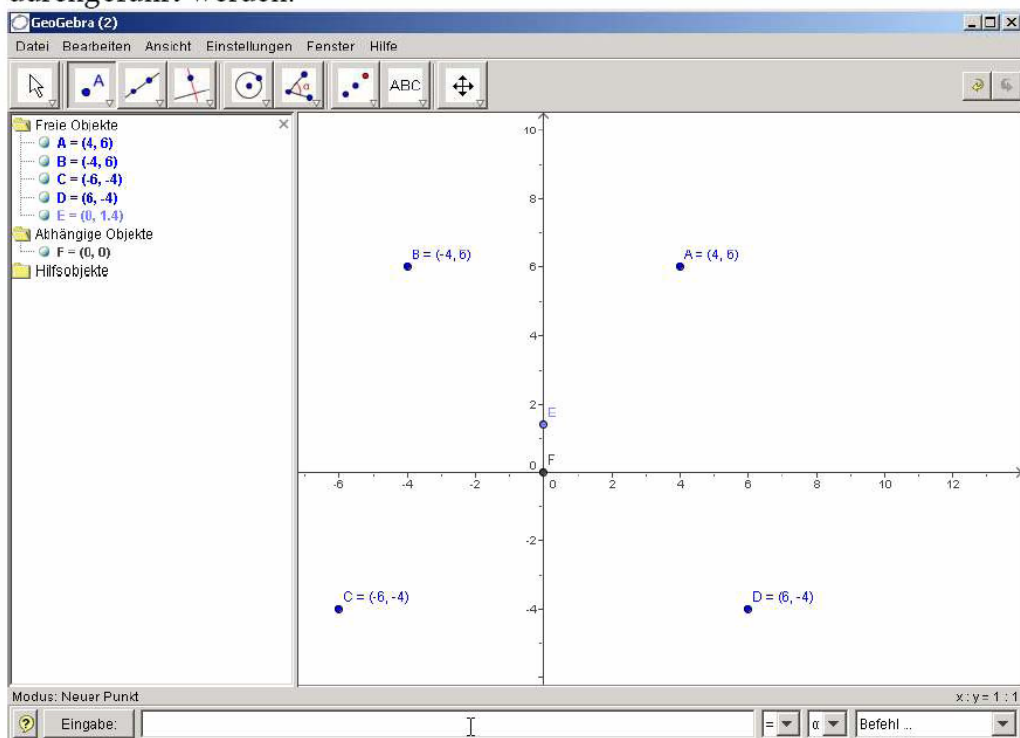
Nr.	Name	Definition
1	Punkt A	
2	Punkt B	
3	Strecke a	Strecke[A, B]
4	Punkt C	B gedreht um den Winkel 68° um A
5	Strahl b	Strahl durch A, C
6	Winkel α	Winkel zwischen B, A, C
7	Punkt D	A gedreht um den Winkel 286° um B
8	Winkel β	Winkel zwischen D, B, A
9	Strahl c	Strahl durch B, D
10	Zahl d	
11	Kreis e	Kreis mit Mittelpunkt A und Radius d
12	Punkt E	Schnittpunkt von e, b
13	Gerade f	Gerade durch E parallel zu a
14	Punkt F	Schnittpunkt von f, c
15	Viereck P	Viereck A, B, F, E
15	Strecke a ₁	Strecke[A, B] von Viereck P
15	Strecke b ₁	Strecke[B, F] von Viereck P
15	Strecke f ₁	Strecke[F, E] von Viereck P
15	Strecke e ₁	Strecke[E, A] von Viereck P

Abbildung 14: GeoGebra - Skriptum - Seite 2



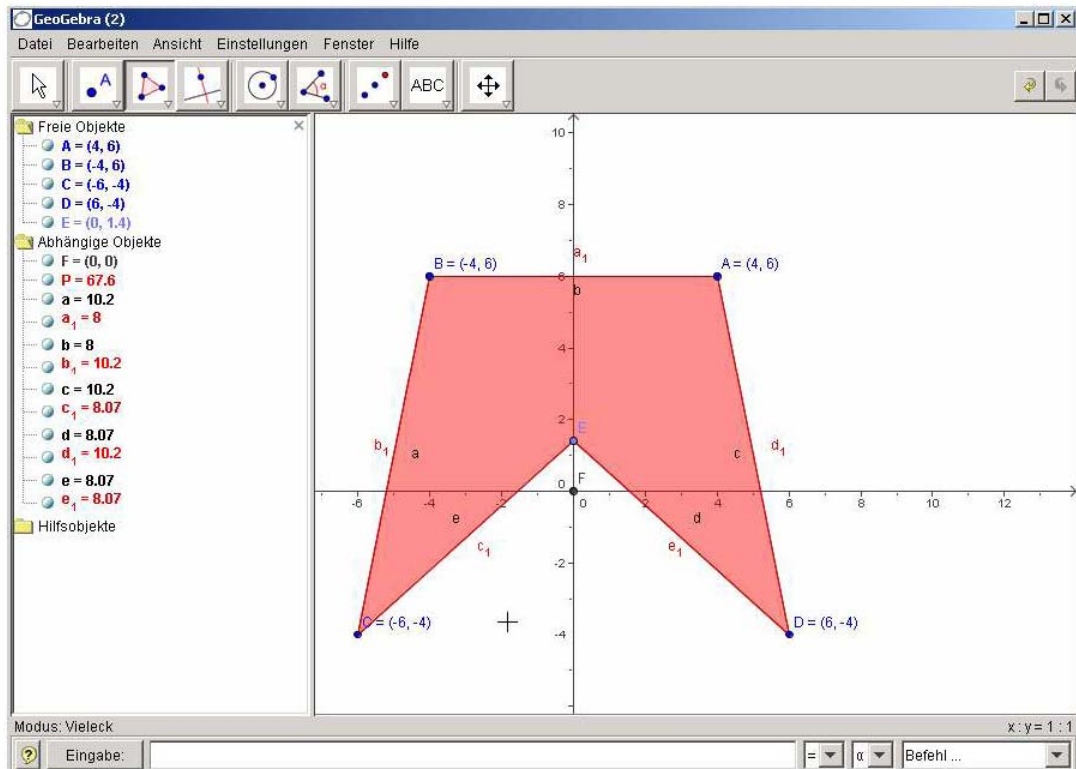
Kurzanleitung für LehrerInnen

1. Skriptum austeilen und erklären - zuerst nur die Icons in der Symbolleiste vorstellen, ansehen.
2. Aufklappfenster vorzeigen und selbst aufklappen lassen
3. Algebrafenster und Geometriefenster besprechen
4. Eingabe von Punkten (Symmetrie – Quadranten) Koordinatensystem (Punkt mit Werkzeug verändern/verschieben)
5. 4 Quadranten – Koordinatenachsen besprechen (Koordinaten auf diesen Koordinatenachsen sind nicht völlig frei) – Koordinatenursprung (0,0) – abhängiges Objekt - genau im Algebrafenster hinsehen!
6. Thematisieren der abhängigen und der freien Variablen kann auch erst später durchgeführt werden.



7. Weitere Bearbeitung (mit Werkzeugen: Strecken einzeichnen, Vieleck einzeichnen – im Eigenschaftenfenster: Füllfarbe ändern)

Abbildung 15: GeoGebra - Kurzanleitung für Lehrer/innen - Seite 1



8. Wenn Zeit bleibt, kann man im Eigenschaftsfenster eine Bezeichnung löschen (oder andere Anzeige vorzeigen).
9. Konstruktionsprotokoll herzeigen und kurz besprechen.
WICHTIG: SchülerInnen darauf hinweisen, dass sie in der Spalte „Algebra“ nicht alles verstehen können (insbesondere Geraden- und Kreisgleichungen).
10. WICHTIG: 2. Seite des Skriptums (Konstruktionsprotokoll) im Detail besprechen! Vor allem:
 - a) Strecke fester Länge – vergleich mit „Abschlagen mit dem Zirkel“
 - b) Winkel fester Größe
 - Die Schenkel müssen nachträglich selbst gezeichnet werden, GeoGebra erzeugt jeweils nur einen Schenkelpunkt.
 - Angabe des Uhrzeigersinns
11. Danach den Lernparcours besprechen und wenn nötig kopiert austeilten (als Übersicht für die Führung einer Projektmappe)

Abbildung 16: GeoGebra - Kurzanleitung für Lehrer/innen - Seite 2

5. Ergebnisse der internen Evaluation

Fragestellungen zum didaktischen/methodischen Kommentar

Der Lernpfad dient zur Einführung und Festigung von geometrischen Grundbegriffen und dem Kennenlernen von Geogebra. Neue Begriffe werden vorwiegend heuristisch erarbeitet. Lerninhalte, Lernziele, das notwendige mathematische und technologische Vorwissen der Schüler/innen sowie das notwendige technologische Umfeld werden im didaktischen Kommentar formuliert.

Für die Bedienung von Geogebra wird ein Kurzsriptum für Schüler/innen und Lehrer/innen angeboten. Als methodisches Drehbuch steht ein Lernparcours mit Wahl- und Pflichtstationen zur Verfügung. Bei jedem Lernschritt werden die Sozialform und eine Kontrollmöglichkeit vorgeschlagen. Es finden sich auch Hinweise zur Leistungsmessung und Leistungsbeurteilung.

Fragestellungen zum Lernpfad

Im Lernpfad dominieren handlungsorientierte Phasen. Die Schüler/innen werden dazu angehalten ihren Lernprozess im Heft zu dokumentieren. Neben dem Übungs- und Festigungscharakter im Bereich der Geometrie werden parallel dazu Grundkonzepte der elementaren Algebra vorbereitet.

Das methodische Vorwissen muss durch den Lehrer/ die Lehrerin geschehen. Die unterschiedlichen Lern- und Arbeitsgeschwindigkeiten der Schüler/innen werden berücksichtigt. Schüler/innen können sich bei Partnerarbeit gegenseitig unterstützen. Es gibt inner- und außermathematische Zusatzangebote.

Die Lernschritte sollten wie beim Lernparcours durchnummeriert werden. Außerdem sollten alle Arbeitsblätter als zip-Datei zur Verfügung gestellt werden.

Festigung des Wissens – Wissensüberprüfung

Es gibt Übungs- und Festigungsaufgaben, aber keine Hinweise für Hausübungen. Selbstkontrolle wird durch das Konstruktionsprotokoll unterstützt. Die Sicherung des Erlernten bleibt dem Lehrer/ der Lehrerin überlassen.

6. Äußere Evaluation

Feedback der Schüler/innen

Dieser Abschnitt fasst die Rückmeldungen von 198 Schüler/innen aus 8 Klassen zusammen.

Die Navigation innerhalb des Lernpfades wird als sehr gut eingeschätzt. Auch das Layout wird von den Schüler/innen sehr positiv bewertet. Sprache des Lernpfades wird als sehr verständlich bewertet.

Die Bedienung der Software Geogebra bereitet 85% der Schüler/innen keinerlei Probleme (siehe Abbildung 17). Etwa 70% der Schüler/innen meinen, dass die interaktiven Übungen ihnen beim Verstehen der mathematischen Inhalte geholfen haben (siehe Abbildung 18).

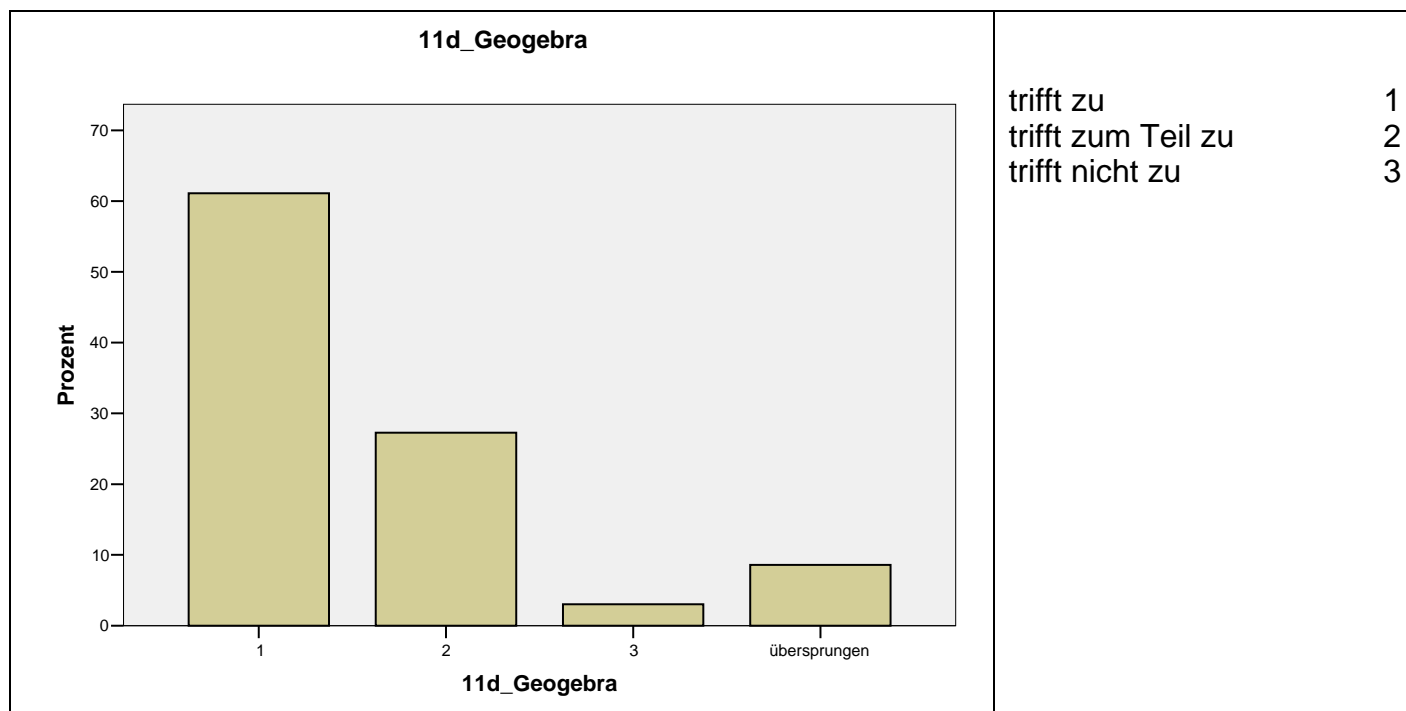


Abbildung 17: Die Software GeoGebra war leicht zu handhaben.

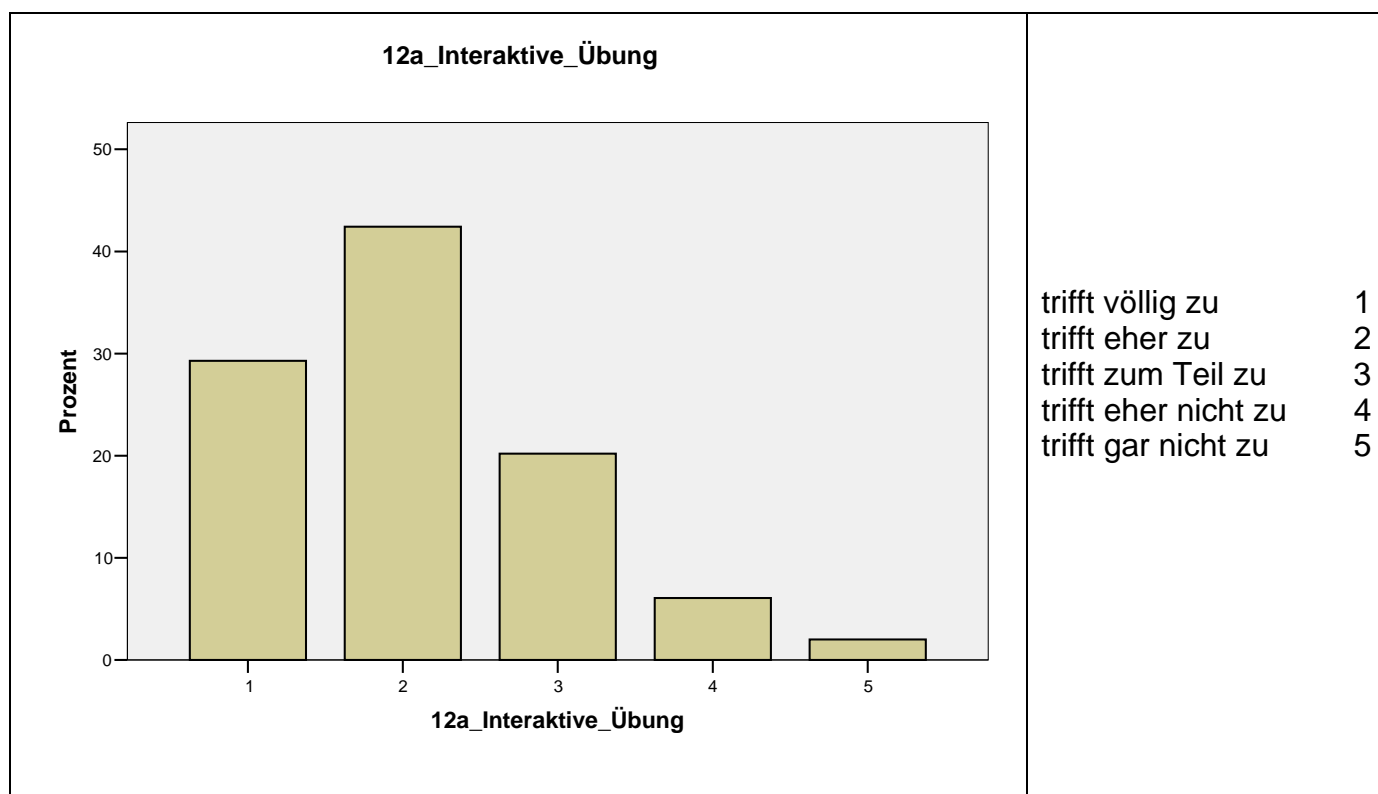


Abbildung 18: Die interaktiven Übungen haben mir beim Verstehen geholfen.

Mehr als die Hälfte der Schüler/innen haben mindestens manchmal zu Hause mit dem Lernpfad gearbeitet. Abbildung 19 zeigt, dass fast 40% mit dem Lernpfad für die Schularbeit geübt haben.

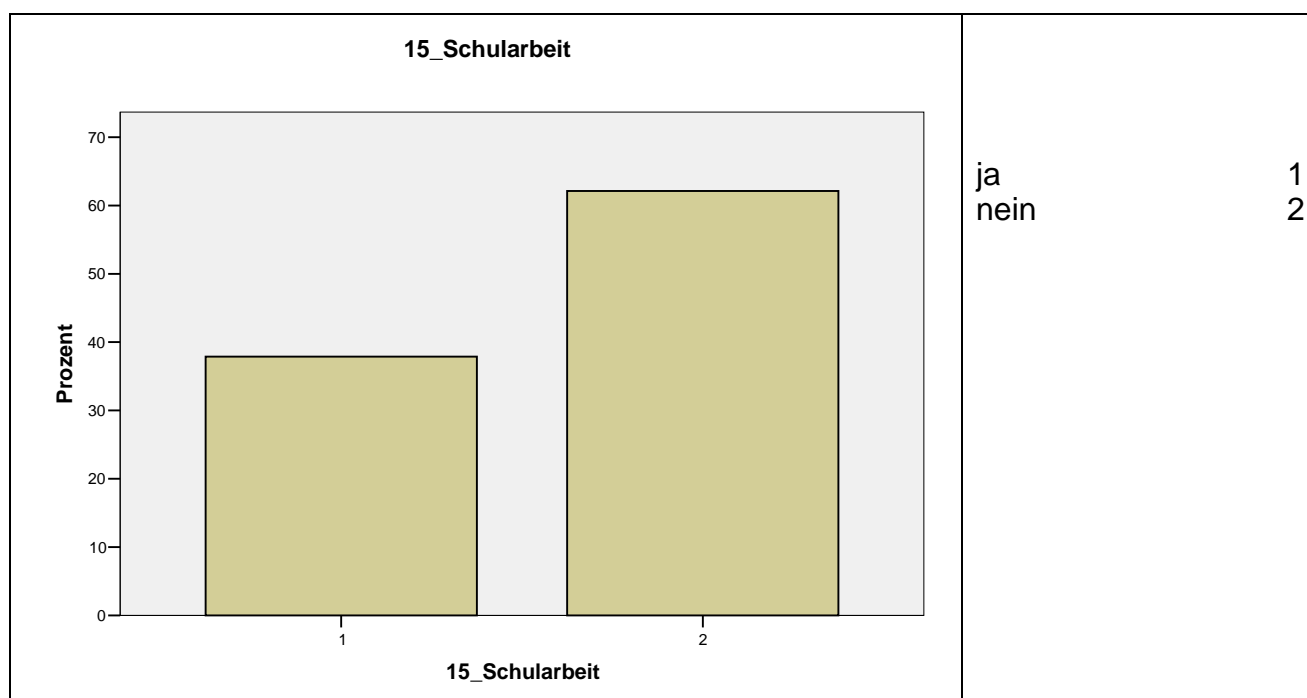


Abbildung 19: Ich habe den Lernpfad zum Üben für die Schularbeit verwendet.

Fast 90% der Schüler/innen geben an, dass sie im Mathematikunterricht gerne wieder mit einem Lernpfad arbeiten möchten (siehe Abbildung 20).

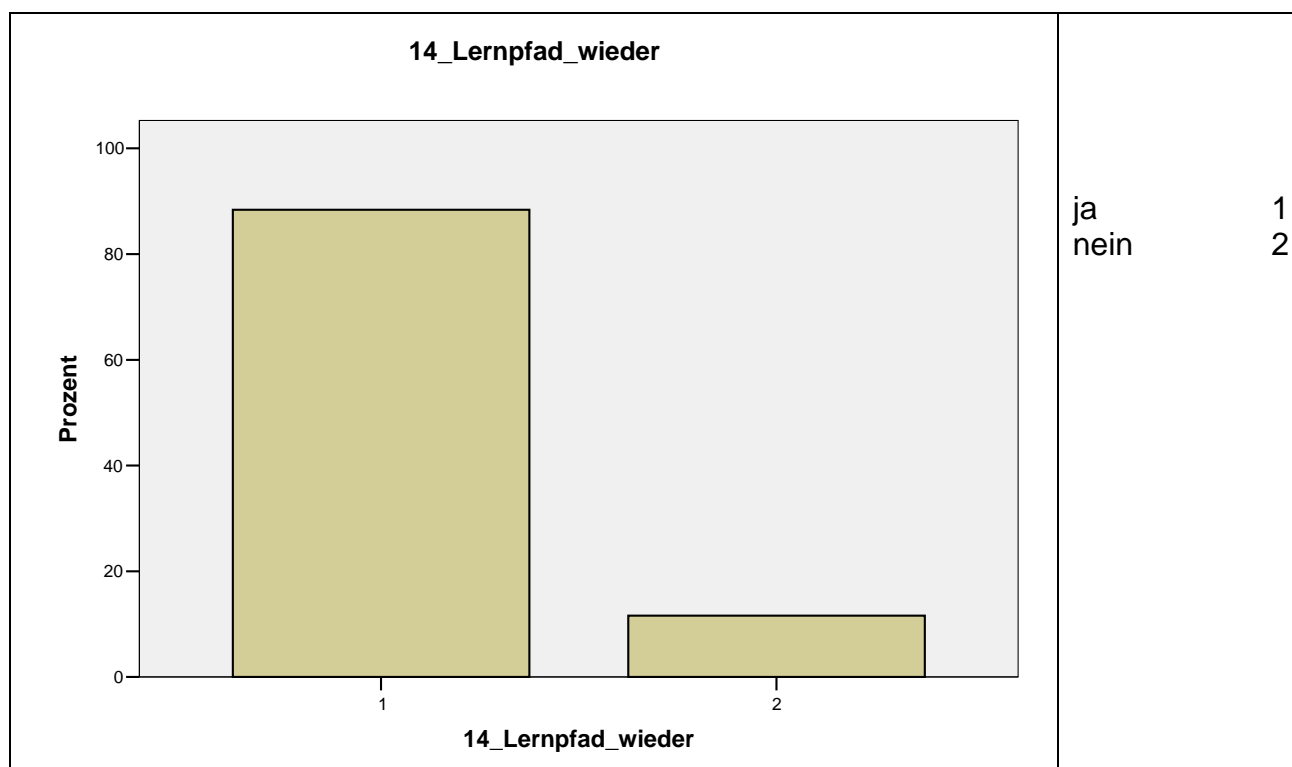


Abbildung 20: Ich möchte im Mathematikunterricht wieder mit einem Lernpfad arbeiten.

Das Verstehen der mathematischen Inhalte war laut Rückmeldung der Schüler/innen für das Arbeiten mit dem Lernpfad entscheidend. Laut Selbsteinschätzung haben über 90% der Schüler/innen die in diesem Lernpfad vermittelten Lerninhalte verstanden (siehe Abbildung 21).

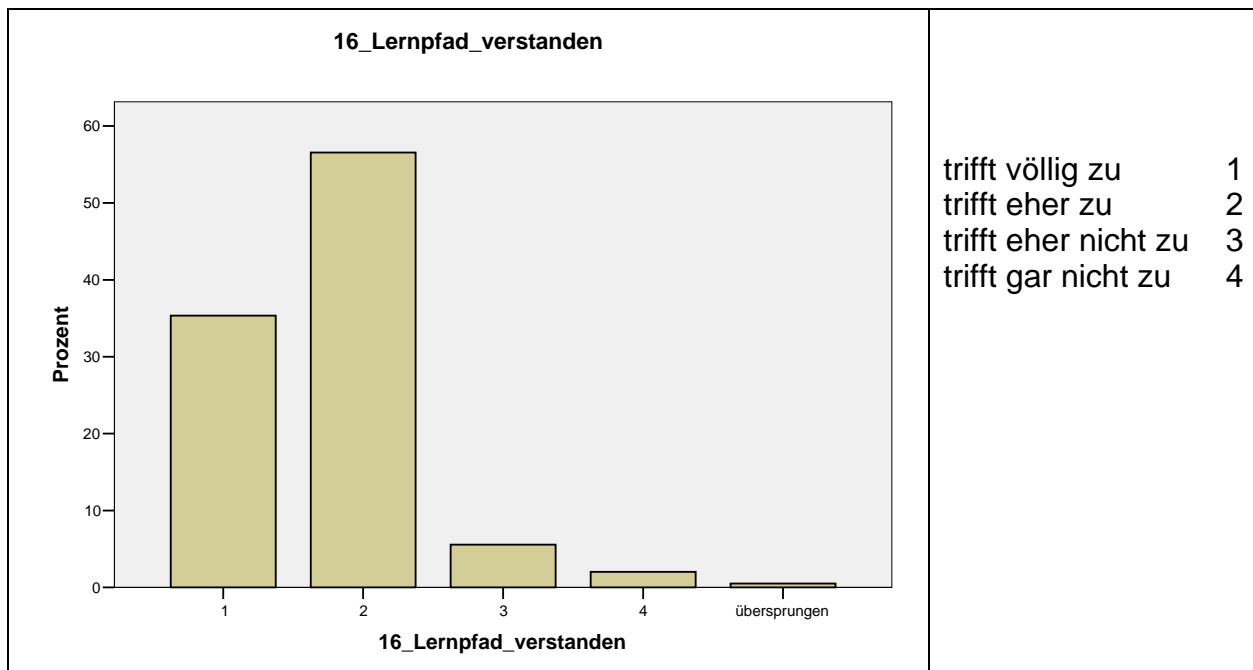


Abbildung 21: Ich habe alle wichtigen mathematischen Inhalte des Lernpfades verstanden.

Fast 90% der Schüler/innen meinen, dass sie die Möglichkeit hatten über mathematische Inhalte mit anderen zu sprechen (auch das Verstehen der mathematischen Inhalte sowie das gegenseitige Helfen wird als wichtig und mögliche angesehen).

Fast 80% der Schüler/innen hatten die Gelegenheit über mathematisches Tun nachzudenken. Sie hatten auch das Gefühl, dass ihre eigenen Gedanken berücksichtigt wurden. Fast 80% der Schüler/innen haben mit Neugier, Engagement sowie Lust am Denken und mathematisches Tun den Lernpfad absolviert. Etwa 85% der Schüler/innen geben an, dass sie für ihren Lernfortschritt und den Lernprozess selbst verantwortlich waren.

Negativ wird von einigen Schüler/innen Zeitmangel bei der Bearbeitung genannt. Insgesamt ist die Zufriedenheit mit dem Lernpfad aber sehr hoch, was auch das positive Feedback der Schüler/innen zeigt. Einige Zitate von Schüler/innen:

„Dass man mit diesem Programm leichter lernen kann als mit dem Buch.“

„Dass man so viele Hilfen hatte!!!“

„Kompliment!“

Feedback der Testlehrer/innen

Insgesamt haben 8 Testlehrer/innen den Rückmeldebogen zum hier besprochenen Lernpfad ausgefüllt. Davon unterrichten vier in eLSA – Schulen, zwei haben bereits MNI-Projekten koordiniert und / oder bei solchen mitgearbeitet. Alle Testlehrer/innen haben bereits Vorerfahrungen auf dem Gebiet der neuen Lernkultur (Stationenbetrieb und / oder EVA-Lernspiralen) und E-Learning. 6 von ihnen haben bereits Lernplattformen im Unterricht eingesetzt.

Alle Testlehrer/innen haben den didaktischen Kommentar vollständig gelesen. Abbildung 22 zeigt, dass die Lehrer/innen die begleitenden Vorschläge zur Umsetzung des Lernpfades im Unterricht ausnahmslos sehr positiv bewertet haben. Ein ähnliches Ergebnis stellt sich bei der Frage dar, ob die methodischen Anleitungen als hilfreich empfunden wurden (siehe Abbildung 23).

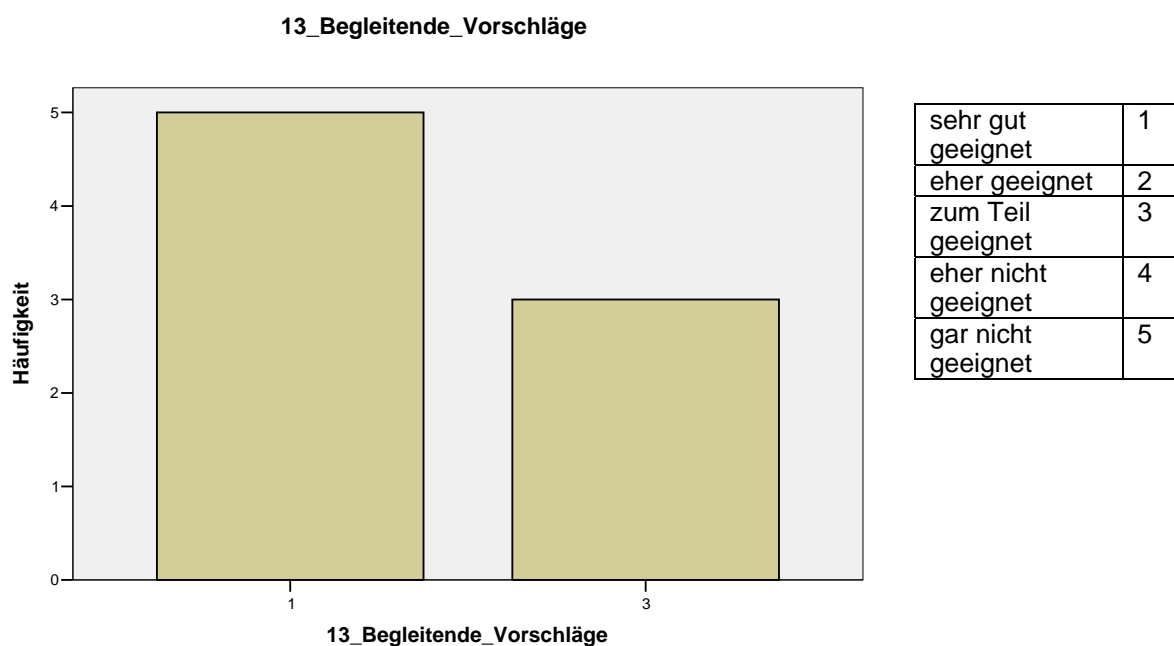


Abbildung Sind die begleitenden Vorschläge zur Umsetzung (Lernspirale, Themenplan, Arbeitsanleitung, ...) des Lernpfads im Unterricht für technologieunterstützten Unterricht geeignet?

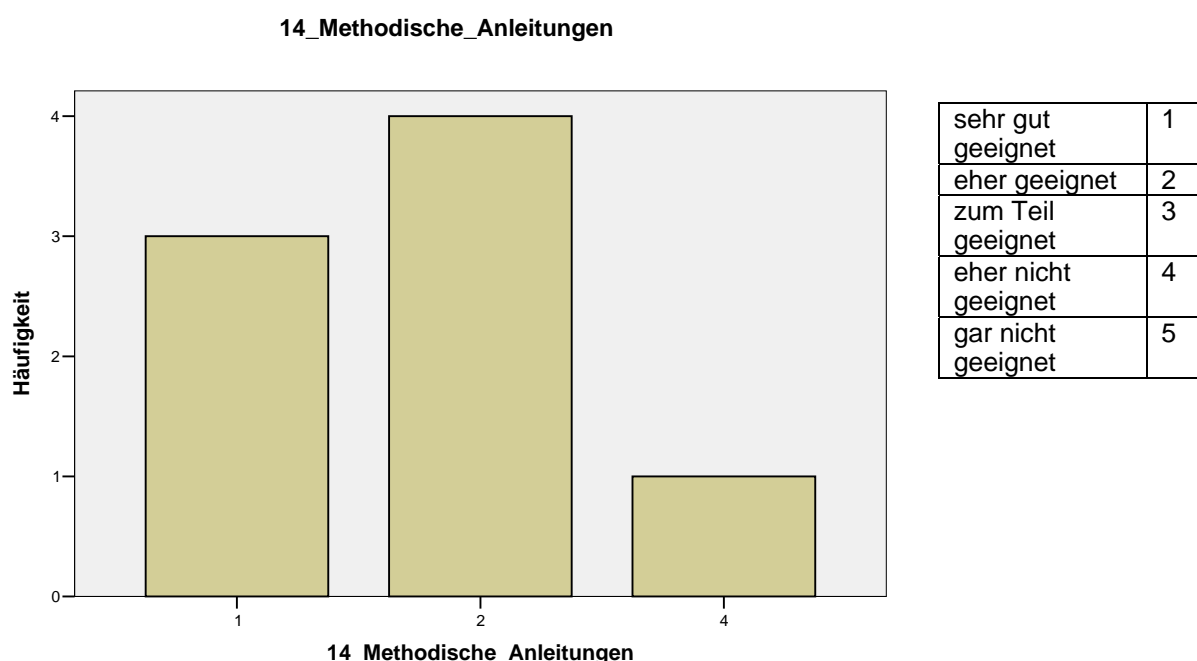


Abbildung 23: Die methodischen Anleitungen waren für mich sehr hilfreich.

Überdurchschnittlich viele Lehrer/innen (etwa die Hälfte gegenüber weniger als 25% im Durchschnitt) hätten die Zusammenstellung des Lernpfads gerne geändert.

Alle Lehrer/innen geben an, dass der Lernpfad das Reflektieren der Schüler/innen über ihr eigenes Tun ermöglicht (siehe Abbildung 24).

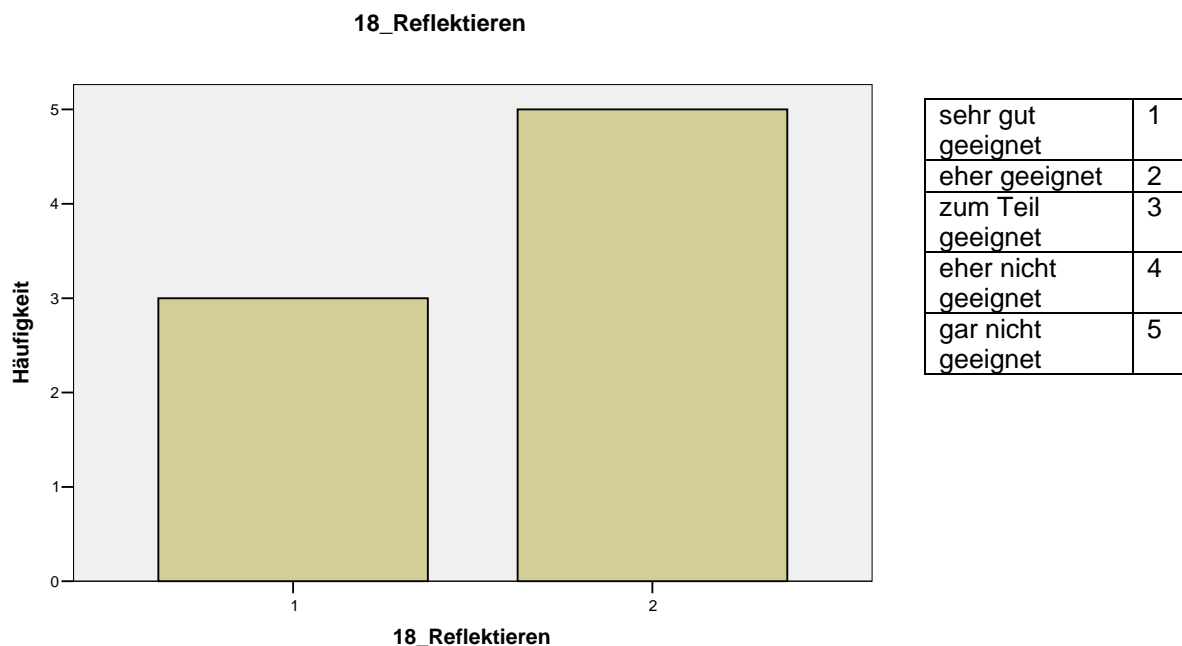


Abbildung 24: Der Lernpfad ermöglicht Schüler/innen das Reflektieren über ihr mathematisches Tun.

Abbildung 25 zeigt, dass laut Meinung der Lehrer/innen der Lernpfad individuelle und unterschiedliche Lösungswege der Schüler/innen ermöglicht. Außerdem erleben die Schüler/innen Mathematik hier als Erkundungsprozess, der von Austausch von Ideen und Argumenten geprägt ist (siehe Abbildung 26).

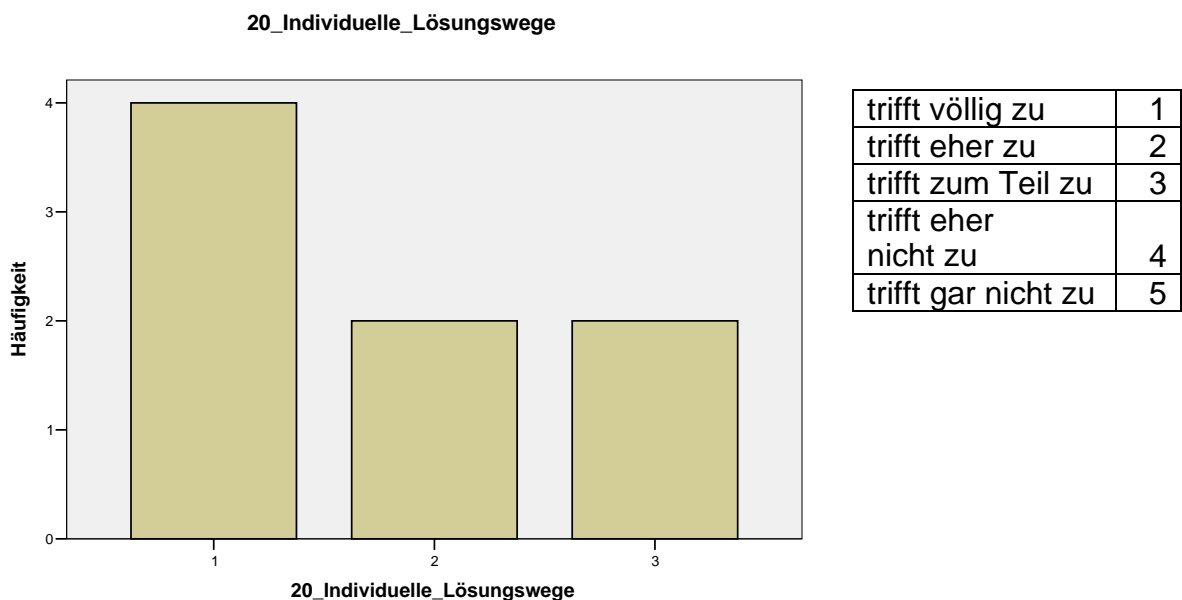


Abbildung 25: Der Lernpfad ermöglicht Schüler/innen unterschiedliche und individuelle Lösungswege.

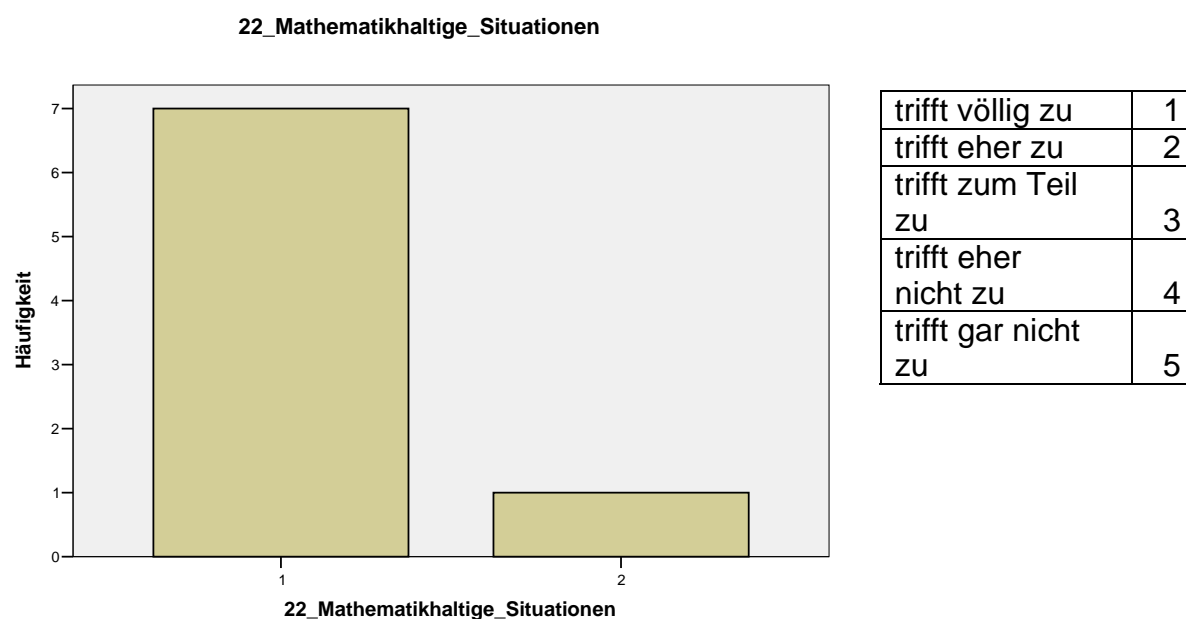


Abbildung 26: Mit diesem Lernpfad erleben Schüler/innen Mathematiklernen als Erkundungsprozess, der allein oder gemeinsam mit anderen in intensivem Austausch von Ideen und Argumenten vollzogen werden kann:

7. Überblick über den Erstellungsprozess

Am Beginn stand die Diskussion möglicher Themen, bei denen der Medieneinsatz besonders vorteilhaft erscheint. Ideen für mögliche Beispiele und Bereiche wurden in einem Mindmap zusammengefasst. Dabei kristallisierten sich bereits mehrere Themen, die für Kurzprojekte geeignet erschienen, heraus (Koordinatensystem und Einführung von GeoGebra, Kongruenzbegriff und Dreieckskonstruktion, Merkwürdige Punkte im Dreieck). Die Grobplanung des Konzeptes für das Thema *Koordinatensystem und Einführung von GeoGebra* inklusive Ablauf des Projektes in verschiedenen Phasen ergab folgende aufeinander folgende Bereiche:

- Einführung in die Bedienung von GeoGebra
- Einstieg in das Koordinatensystem
- Vertiefen der Kenntnis von GeoGebra
- Verwenden algebraischer und geometrischer Darstellungsformen
- Dokumentieren und systematisches Arbeiten mit Konstruktionsprotokollen
- Erleben der Auswirkungen von Veränderungen abhängiger und unabhängiger geometrischer Objekte
- Vertiefen und Trainieren der neu erworbenen Fertigkeiten an Hand verschiedenartiger Aufgabenstellungen (auf gehobenem Niveau)

Eine umfangreiche Internet-Recherche zu dem Thema verlief ergebnislos. Daher zeigte sich die Notwendigkeit der Neuentwicklung aller benötigten Ressourcen. Beispiele zu den einzelnen Bereichen wurden besprochen und arbeitsteilig erstellt. Die Materialienerstellung (Dynamische Arbeitsblätter, Anleitungen für Schüler/innen, GeoGebra-Dateien) sowie die technische Implementierung mit Frame-Navigation erwiesen sich als besonders zeitaufwändig. Neben der individuellen Arbeit waren mehr als 10 Treffen notwendig.

Die didaktische Aufbereitung der Materialien, sowie die Erstellung eines Arbeitsplanes (Lernparcours) gingen zügig vor sich. Parallel wurden ein GeoGebra – Skriptum und Begleitmaterialien für Lehrer/innen entwickelt.

Geringfügige Veränderungen (Tippfehler) wurden nach einer Pilottest-Phase durchgeführt.



Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

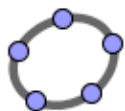
Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

TEIL 4

LERNPFAD KONGRUENZ

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

Lernpfad: Kongruenz – vermuten, erklären, begründen

6. Schulstufe

Autoren/innen: Anita Dorfmayr, Walter Klinger

1. Motivation – Warum wurde das Thema gewählt?

Da geometrische Figuren, insbesondere Dreiecke, in der 6. Schulstufe einen Schwerpunkt darstellen, bietet sich der Einsatz eines Dynamischen Geometrieprogramms besonders an. Neben der gesteigerten Motivation der Schüler/innen ermöglicht der Einsatz des Computers auch die verstärkte Selbsttätigkeit und das experimentelle Arbeiten der Schüler/innen.

Das selbstständige Forschen, Vermuten, Dokumentieren, Begründen, Argumentieren und exaktes mathematisches Formulieren sollen gefördert werden und stellen Herausforderungen an die Gestaltung des Unterrichts dar. Der Einsatz des Computers kann durch dynamische Applets und andere interaktive Materialien vor allem das Experimentieren und mathematische Vermuten unterstützen. Das Führen eines „wissenschaftlichen Protokolls“ soll exaktes Arbeiten und die genaue Interpretation von Fallunterscheidungen fördern.

2. Didaktischer Kommentar

Mit diesem Lernpfad soll der Begriff Kongruenz definiert und gefestigt werden. Kongruente Figuren (besonders Dreiecke) sollen erkannt und die Kongruenz begründet werden. Das Zeichnen von kongruenten Figuren und Konstruktionsaufgaben zu Dreiecken (auch im vollständigen Koordinatensystem) sollen durchgeführt werden und die Kongruenzsätze hergeleitet werden können. Unmöglichkeiten von Dreieckskonstruktionen (Dreiecksungleichung) und Mehrdeutigkeiten von Lösungen sollen zu einer möglichst exakten Begründung der Kongruenz von Dreiecken und zu den Kongruenzsätzen führen. Weitere Anwendungen sollen durchgeführt werden.

Kurzinformation	
Schulstufe	6. Schulstufe
Dauer	4 - 5 Stunden
Unterrichtsfächer	Mathematik
Verwendete Medien	Dynamische Geometrie Software (DGS), Java Applets, Internet
Technische Voraussetzungen	Java, Internet
Autoren	Anita Dorfmayr, Walter Klinger

Voraussetzungen

- Technische Voraussetzungen: GeoGebra (kostenlos von www.geogebra.at), Java (kostenlos von www.java.com), Internet
- Vorwissen der SchülerInnen: Geometrische Grundbegriffe aus der 1. Klasse, Arbeiten mit und Erstellen von Konstruktionsprotokollen
- Technisches Vorwissen der SchülerInnen: Elementarer Umgang mit dem Computer, Bedienung von GeoGebra

Lerninhalte und Lernziele

Lerninhalt	Lernziel
Arbeiten mit Figuren	kongruente Dreiecke herstellen können die Kongruenz von Dreiecken begründen können
Konstruieren von Figuren	Dreiecke skizzieren und konstruieren können Konstruktionsprotokolle für Dreiecke erzeugen können Erkennen ob Angaben mehrdeutig sind oder überhaupt nicht in Konstruktionen umgesetzt werden können

Didaktischer Hintergrund

Im Zentrum dieses Lernpfades stehen das

- Experimentieren
- Argumentieren
- Begründen
- kritische Hinterfragen und Erkennen von Mehrdeutigkeiten bzw. Unmöglichkeiten

Das Ziel ist die Entwicklung eines möglichst umfassenden **Kongruenzbegriffs**.

Durch das eigenständige Verfassen von Konstruktionsprotokollen (Beschreiben von Konstruktionswegen) sollen die Schüler/innen lernen, Dreiecke mit unterschiedlichen Angaben auch händisch zu konstruieren.

Einsatz im Unterricht

Grundsätzlich wäre für ein effizientes Arbeiten pro Schüler/Schülerin ein PC notwendig; allerdings ist auch eine Partnerarbeit an einem Gerät bei entsprechender Abstimmung der Lerngeschwindigkeiten der beiden Partner durchaus möglich.

Kombination der Medien

In dem vorliegenden Lernpfad wird versucht, durch den Einsatz der Software GeoGebra und von interaktiven Internetseiten das selbsttätige Lernen der Schüler/innen zu fördern. Die neu gewonnenen Erkenntnisse sollen schriftlich beschrieben und - speziell bei Hausübungen - durch händisches Zeichnen gefestigt werden.

Lernmedien der Schüler/innen

Die Schüler arbeiten mit diesem Lernpfad nicht nur am Computer. Ihre Tätigkeiten und Ergebnisse sollen sie schriftlich (im Heft oder auf Arbeitsblättern) festhalten.

Leistungsbeurteilung

Das Ergebnis (Kenntnis des Kongruenzbegriffs) und der Lernprozess, also der Grad der Selbsttätigkeit und die Selbstorganisation, sollen gleichwertig in die Leistungsbeurteilung einfließen. Die Evaluation erfolgt über die schriftliche Dokumentation der Schüler/innen und durch schriftliche Überprüfung bei der darauf folgenden Schularbeit.

3. Vorteile des Medieneinsatzes – exemplarische Beschreibung der Materialien

Vom Experiment zur Vermutung - Dreiecksungleichung

Drei Seiten - ein Dreieck?

Stelle die Seitenlängen richtig ein und versuche, durch Bewegung der Punkte C und C' ein Dreieck zu erzeugen. Arbeite sehr genau! Verwende - wenn nötig - auch die Zoom-Funktion.

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a) $a=4, b=5, c=3$ | b) $a=4, b=2, c=7$ |
| c) $a=3, b=5, c=8$ | d) $a=5, b=5, c=5$ |
| e) $a=5, b=9, c=3$ | f) $a=9, b=4, c=7$ |

[Öffne GeoGebra](#)

Schreibe eine Vermutung auf, unter welchen Bedingungen du aus der Angabe von drei Seitenlängen eindeutig ein Dreieck konstruieren kannst. Wann geht das nicht?

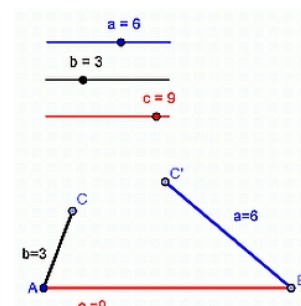


Abbildung 1: Aufgabenstellung - Dreiecksungleichung

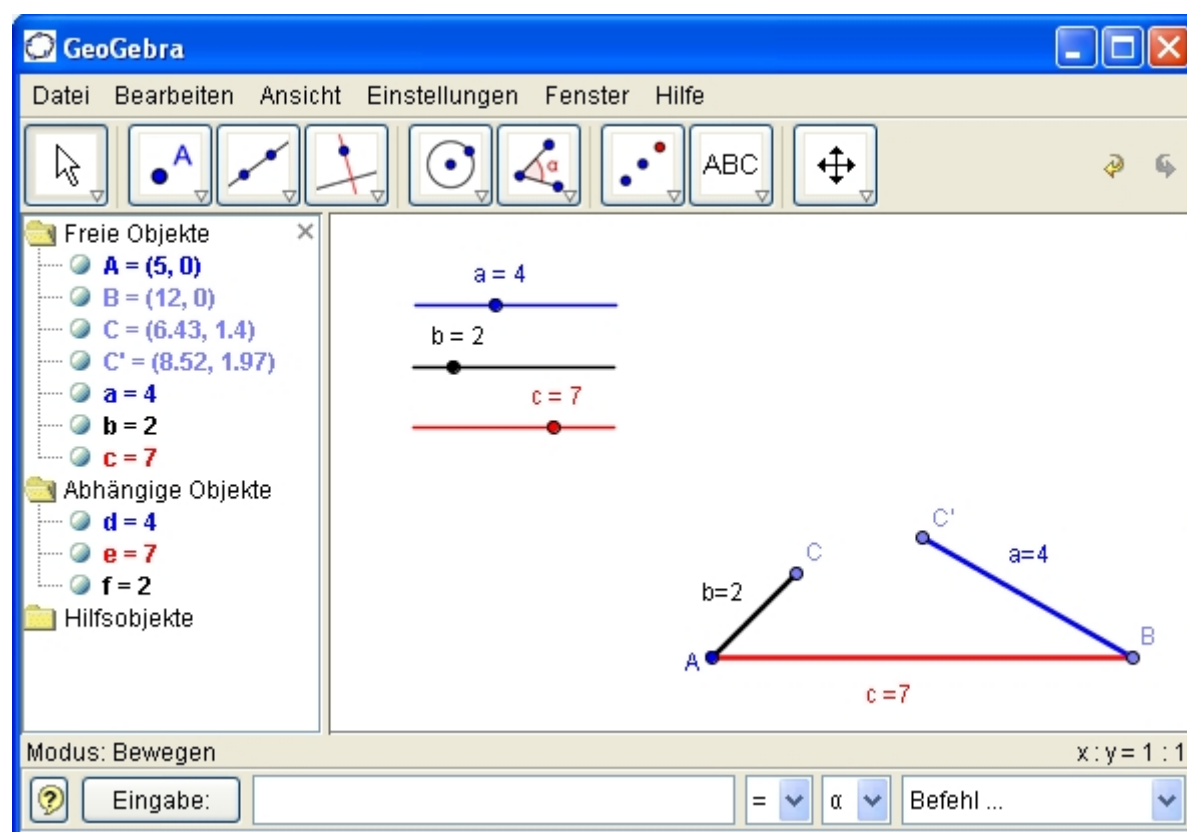


Abbildung 2: Experimentieren mit GeoGebra

Begriffsbildung erleben - Kongruenz

Das gelbe Dreieck

Gegeben sind je drei gleich lange Strecken. Du kannst jede Strecke bei den Endpunkten anfassen und so verschieben und drehen.

1. Schritt:

Erzeuge mit diesen Strecken drei Dreiecke. Verwende dabei jeweils drei Strecken von unterschiedlicher Länge.

2. Schritt:

Das gelbe Dreieck kannst du auch verschieben und drehen. Beobachte, was passiert, wenn du den Drehpunkt **schnell** bewegst. Probiere das aus!

3. Schritt:

Lege das gelbe Dreieck über jedes deiner Dreiecke und vergleiche sie. Was erkennst du? Schreibe deine Beobachtung auf.

[Öffne GeoGebra](#)

Schreibe auf, was bei diesen vier Dreiecken gleich ist.

Abbildung 3: Arbeitsanleitung - Gelbes Dreieck

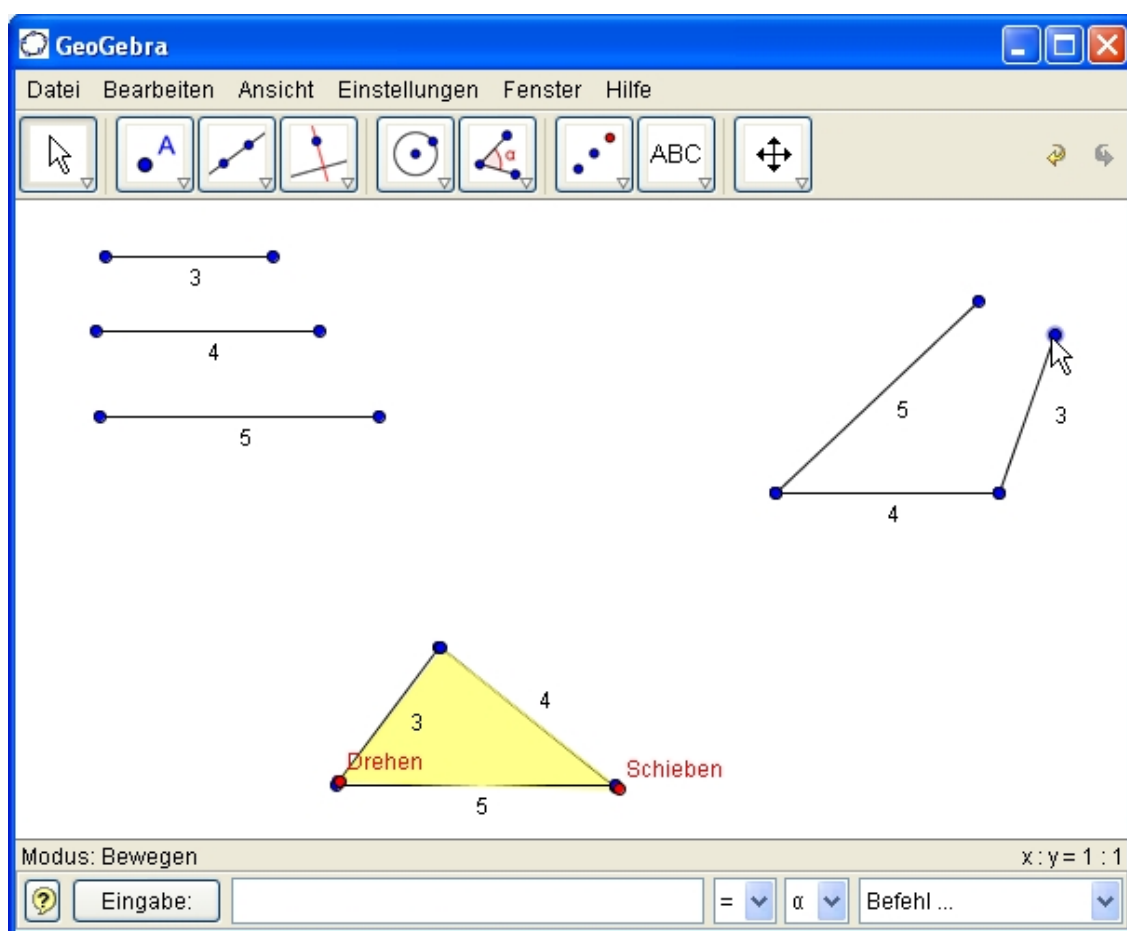


Abbildung 4: Experimentieren mit GeoGebra - Gelbes Dreieck

Forschen und Dokumentieren – Dreieckskonstruktion / Kongruenzsätze

ALLES IST MACHBAR

Konstruktionen jeder Art

Das **Konstruktionsbüro** unserer Firma
kann mit allen Angaben ein eindeutiges Dreieck konstruieren

e-mail: **alles.ist.machbar@aim.sofort**

Wir haben einen Auftrag der ÖMGG

Die **Österreichisch Mathematisch-Geometrische Gesellschaft** (ÖMGG) hat einen Forschungsauftrag vergeben und unsere Firma **AIM** wird als erste und einzige alle diese Fragestellungen beantworten können.

alles ist konstruierbar!

Gleichzeitig werden **junge Forscherteams** gesucht, die ebenfalls untersuchen sollen ob und welche Dreiecksangaben zu eindeutigen Lösungen führen. Hat die Firma AIM Recht?

Forschungsauftrag der Österreichisch Mathematisch-Geometrischen Gesellschaft



Fragestellung: Mit welchen Angaben lassen sich Dreiecke eindeutig zeichnen?

Untersuchen sie diese Aufgabenstellungen durch geeignete Konstruktionen, führen sie ein wissenschaftliches Protokoll (siehe Beilage) und beantworten sie die gestellte Frage möglichst mathematisch exakt!

Aufgabe 1: Gegeben sind drei Seiten: $a=4$ E, $b=7$ E, $c=5$ E.

Kann man einen SSS-Satz (es sind drei Seiten eines Dreiecks gegeben –
Voraussetzung die Dreiecksungleichung ist erfüllt) allgemein gültig formulieren?

Aufgabe 2: Gegeben sind zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel: $a=5$ E, $c=7$ E, $\beta=50^\circ$.

Existiert ein allgemeingültiger SWS-Satz?

Aufgabe 3: Gegeben sind zwei Seiten und ein Winkel der der größeren Seite gegenüber liegt: $a=6$ E, $c=8$ E, $\gamma=65^\circ$.

Gilt einen SsW-Satz?

Aufgabe 4: Gegeben sind zwei Seiten und ein Winkel der der kleineren Seite gegenüber liegt: $c=10$ E, $b=7$ E, $\beta=25^\circ$

Gibt es einen sSw-Satz?

Aufgabe 5: Gegeben sind eine Seite und die beiden anliegenden Winkel gegenüber liegt: $\alpha=80^\circ$, $\beta=30^\circ$, $c=6$ E

Gibt einen WSW-Satz?

Aufgabe 6: Gegeben sind eine Seite und zwei Winkel wobei einer nicht an die Seite anliegt : $\alpha=50^\circ$, $\beta=90^\circ$, $c=7$ E

Gibt einen SWW-Satz?

Aufgabe 7: Gegeben sind alle Winkel eines Dreiecks: $\alpha=70^\circ$, $\beta=60^\circ$, $\gamma=50^\circ$

Gibt einen WWW-Satz?

Die gefunden allgemeingültigen Sätze werden unter den Begriff KONGRUENZSÄTZE in die mathematische Forschung eingehen

Die ÖMGG bedankt sich für die aktive Mitarbeit bei dieser wichtigen Forschungsangelegenheit von gehobenem öffentlichem Interesse

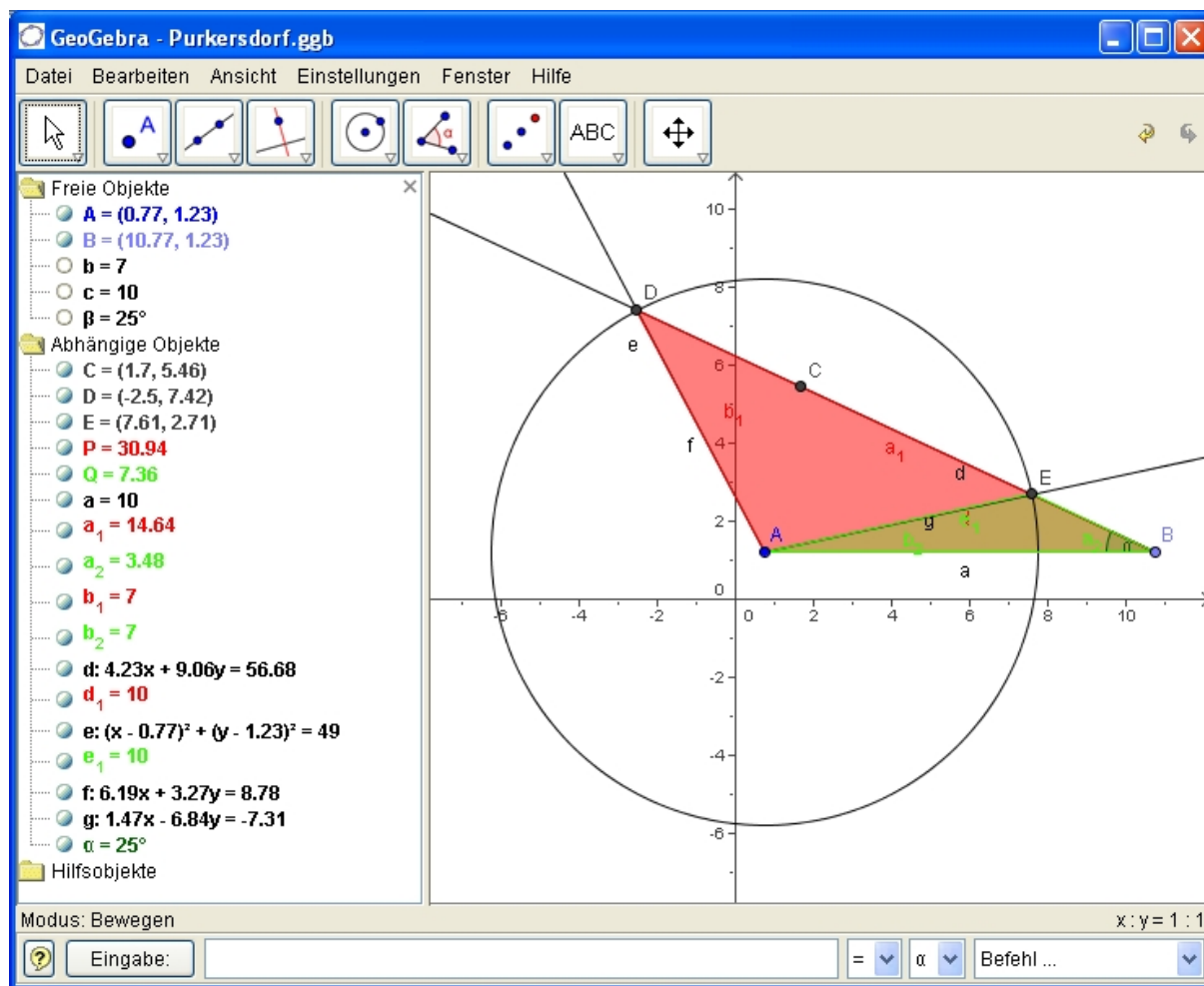


Abbildung 5: Forschen mit GeoGebra - Schülerarbeit

Wissenschaftliches Protokoll - Kongruenzsätze

Durch welche Angaben sind Dreiecke eindeutig festgelegt, durch welche nicht?

Mögliche Angaben	Meine erste Vermutung:		Schreibe deine Untersuchungsergebnisse auf! Ist die Angabe eindeutig?	Kongruenzsätze in Worten und in Kurschreibweise (XXX-Satz):	Zu keinen eindeutigen Lösungen führen:	Gibt es Fallunterscheidungen?
3 Seiten	<input type="radio"/> Ja	<input type="radio"/> Nein				<input type="radio"/> Ja
2 Seiten 1 Winkel	<input type="radio"/> Ja	<input type="radio"/> Nein				<input type="radio"/> Ja
1 Seite 2 Winkel	<input type="radio"/> Ja	<input type="radio"/> Nein				<input type="radio"/> Ja
3 Winkel	<input type="radio"/> Ja	<input type="radio"/> Nein				<input type="radio"/> Ja

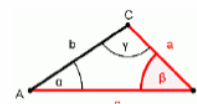
4. Drehbuch / Drehbücher – Methodisch-didaktische Anleitungen

Unterrichtsorganisation – Arbeitsanweisungen für Schüler/innen



Kongruenz-Spürnasen

Kongruenz – vermuten, erklären, begründen



Beachte: Auf der Seite **Übersicht** erfährst du, welche Stationen Voraussetzung für andere Stationen sind.

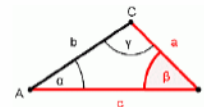


Nr.	Titel	Aktivität	Schülerzahl	Arbeitsauftrag / Lerninhalte	P/W	Kontrolle
DREIECKSUNGLEICHUNG						
1	Drei Seiten – ein Dreieck? Schieberegler			Öffne das dynamische Arbeitsblatt und schreibe eine Vermutung auf.	WP mit 3	Selbstkontrolle
2	Schieberegler?			Wie wurde das Arbeitsblatt in Station 1 erzeugt? Bastle es selbst und verwende dazu das Konstruktionsprotokoll von Station 1 und das Werkzeug <i>Schieberegler</i> .	W	Lehrerkontrolle
3	Drei Seiten – ein Dreieck? Dreiecksungleichung überprüfen			Öffne das dynamische Arbeitsblatt und schreibe eine Vermutung auf.	WP mit 1	Selbstkontrolle
4	Dreiecksungleichung - Konstruktion			Kannst du aus drei Streckenlängen immer ein Dreieck konstruieren? Versuche mit Hilfe der angegebenen Längen Dreiecke zu zeichnen. Stelle Vermutungen auf und schreibe sie auf.	P	Selbstkontrolle
5	Dreiecksungleichung – Überprüfe dein Wissen			Bearbeite alle Aufgabenstellungen am Arbeitsblatt. Arbeite zuerst alleine und dann gemeinsam mit einem Partner / einer Partnerin.	WP mit 6	Partnerkontrolle
6	Dreiecksungleichung - Multiple Choice Quiz			Führe das Multiple Choice Quiz aus. Bei jeder Frage können auch mehrere Antworten richtig sein.	WP mit 5	Selbstkontrolle

Abbildung 6: Arbeitsplan für Schüler/innen - Seite 1

Kongruenz-Spürnasen

Kongruenz – vermuten, erklären, begründen



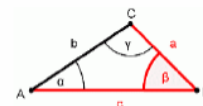
7	Vom Vermuten zum Merksatz			Suche in deinem Mathematikbuch Informationen über die Dreiecksungleichung. Formuliere selbst einen möglichst genauen Merksatz darüber und schreibe ihn auf ein A4-Blatt. Vergleiche deine Vermutungen mit dieser Formulierung!	P	Lehrerkontrolle
KONGRUENZBEGRIFF und KONGRUENZSÄTZE						
8	Das Gelbe Dreieck			<ol style="list-style-type: none"> 1. Einzelarbeit: Bearbeite die Aufgabenstellung und formuliere eine Vermutung. 2. Vergleiche dann deine Vermutung mit den anderen Gruppenmitgliedern. 3. Einigt euch auf eine gemeinsame Formulierung und schreibt sie auf. Zeigt diese Formulierung eurem Lehrer / eurer Lehrerin. 	P	Lehrerkontrolle
9	Kongruenz			Schreibe auf, was ein Mathematiker unter <i>kongruenten Dreiecken</i> versteht und was ein <i>Kongruenzsatz</i> ist.	P	Selbstkontrolle
ALLES IST MACHBAR						
10	Auftrag der ÖMGG			Lies dir das Informationsblatt über das Konstruktionsbüro AIM und den Forschungsauftrag der ÖMGG durch! Verwende zur Dokumentation deiner Forschungsarbeit das wissenschaftliche Protokoll.	P	Selbstkontrolle
10A	Aufgabe 1 – SSS?			Bearbeitet den Forschungsauftrag und dokumentiert eure Ergebnisse genau. Verwendet auch das wissenschaftliche Protokoll.	W	Partnerkontrolle
10B	Aufgabe 2 – SWS?			Bearbeitet den Forschungsauftrag und dokumentiert eure Ergebnisse genau. Verwendet auch das wissenschaftliche Protokoll.	P	Partnerkontrolle

Abbildung 7: Arbeitsplan für Schüler/innen - Seite 2



Kongruenz-Spürnasen

Kongruenz – vermuten, erklären, begründen



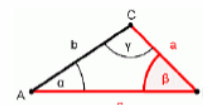
10C	Aufgabe 3 – SsW?			Bearbeitet den Forschungsauftrag und dokumentiert eure Ergebnisse genau. Verwendet auch das wissenschaftliche Protokoll.	P	Partnerkontrolle
10D	Aufgabe 4 – Ssw?			Bearbeitet den Forschungsauftrag und dokumentiert eure Ergebnisse genau. Verwendet auch das wissenschaftliche Protokoll.	P	Partnerkontrolle
10E	Aufgabe 5 – WSW?			Bearbeitet den Forschungsauftrag und dokumentiert eure Ergebnisse genau. Verwendet auch das wissenschaftliche Protokoll.	P	Partnerkontrolle
10F	Aufgabe 6 – SWW?			Bearbeitet den Forschungsauftrag und dokumentiert eure Ergebnisse genau. Verwendet auch das wissenschaftliche Protokoll.	W	Partnerkontrolle
10G	Aufgabe 7 – WWW?			Bearbeitet den Forschungsauftrag und dokumentiert eure Ergebnisse genau. Verwendet auch das wissenschaftliche Protokoll.	W	Partnerkontrolle
11	Plenum			Vergleicht - nach Anleitung durch eure Lehrerin / euren Lehrer - eure wissenschaftlichen Protokolle und vervollständigt diese. Entwickelt daraus die gültigen Kongruenzsätze .	P	Lehrerkontrolle

Abbildung 8: Arbeitsplan für Schüler/innen - Seite 3



Kongruenz-Spürnasen

Kongruenz – vermuten, erklären, begründen



Erklärung der Abkürzungen und Symbole



Schreiben



GeoGebra



Dynamisches Arbeitsblatt aufrufen



schwierig



Lesen



Sprechen über Mathematik



gesamte Klasse



Einzelarbeit



Partnerarbeit



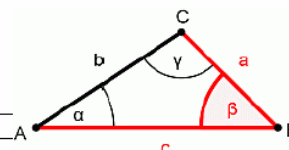
Gruppenarbeit

Abbildung 9: Arbeitsplan für Schüler/innen - Seite 4

Anleitungen für Lehrer/innen



Zusatzinformationen zu Kongruenz-Spürnasen



Nr.	Titel	Zusatzinformation
1	Drei Seiten – ein Dreieck? Schieberegler	Eventuell ist eine kurze Besprechung zum Umgang mit Schiebereglern nötig. Möglicherweise muss auch die Zoom-Funktion von GeoGebra besprochen werden.
2	Schieberegler?	Wenn die Schülerinnen und Schüler vorher noch nie mit dem Werkzeug <i>Schieberegler</i> in Berührung gekommen sind, wird nach einiger Zeit eine Hilfestellung nötig sein.
3	Drei Seiten – ein Dreieck? Dreiecksungleichung überprüfen	Alternativer Zugang zur Station 1.
4	Dreiecksungleichung - Konstruktion	Konstruieren mit GeoGebra. Nicht alle Angaben führen auf Dreiecke.
5	Dreiecksungleichung – Überprüfe dein Wissen	Es muss darauf geachtet werden, dass die Reihenfolge von Einzelarbeit und anschließender Partnerarbeit eingehalten wird. Der Lehrer / die Lehrerin dient als Anlaufstelle bei Streitfällen am Ende des Arbeitsauftrags.
6	Dreiecksungleichung - Multiple Choice Quiz	Vorzeitige Kontrolle führt zu einer Reduktion der Prozentpunkte (Strafpunkte). ACHTUNG: Viele Schülerinnen und Schüler versuchen, auch negative Prozentzahlen zu erreichen. Dieses Schülerverhalten sollte am besten NICHT thematisiert werden.
7	Vom Vermuten zum Merksatz	Hier sollen die Schülerinnen und Schüler ihre Vermutungen mit den Informationen im Schulbuch vergleichen und eventuell nötige Korrekturen und Ergänzungen vornehmen.
8	Das Gelbe Dreieck	Die Zusatzinformation „ziehe den Drehpunkt schnell nach unten“ ersetzt das Spiegeln des gelben Dreiecks. Dies ist eine Eigenheit von GeoGebra, die in den neuesten Versionen von GeoGebra nicht mehr auftritt.
9	Kongruenz	Begriff der Kongruenz wird hier definiert, außerdem steht hier, was ein Kongruenzsatz ist. - nötig für die Aufgaben 10A – 10G!
10	Auftrag der ÖMGG	Eventuell sollte den Schülerinnen und Schülern der Projektauftrag und das wissenschaftliche Protokoll in Papierform zur Verfügung gestellt werden.
10A	Aufgabe 1 – SSS?	Konstruktionsaufgabe in GeoGebra
10B	Aufgabe 2 – SWS?	Konstruktionsaufgabe in GeoGebra
10C	Aufgabe 3 – SsW?	Konstruktionsaufgabe in GeoGebra: Fallunterscheidung!
10D	Aufgabe 4 – Ssw?	Konstruktionsaufgabe in GeoGebra: Fallunterscheidung! Ssw – Satz existiert nicht
10E	Aufgabe 5 – WSW?	Konstruktionsaufgabe in GeoGebra
10F	Aufgabe 6 – Sww?	Konstruktionsaufgabe in GeoGebra Die Lösungsdatei kommt ohne Winkelsumme aus. Die Schülerinnen und Schüler können jedoch auch andere Wege gehen.
10G	Aufgabe 7 – WWW?	Konstruktionsaufgabe in GeoGebra ACHTUNG: WWW – Satz existiert nicht
11	Plenum	Der Lehrer / die Lehrerin entscheidet über die Form der Dokumentation und Präsentation. Im Lernpfad sind keine genauen Anleitungen dazu vorgegeben.

Abbildung10: Zusatzinformation für Lehrer/innen

Weitere Materialien

Das Einführungsskriptum zur Bedienung von GeoGebra aus dem Lernpfad *Einführung – Koordinatensystem und geometrische Grundbegriffe* kann auch hier eingesetzt werden.

5. Ergebnisse der internen Evaluation

Fragestellungen zum didaktischen/methodischen Kommentar:

Der Lernpfad dient dem Erarbeiten neuer Inhalte, aber auch dem Vertiefen und Üben. Die Informationen über den Umgang mit der Software Geogebra sind nicht detailliert genug! Der didaktische Kommentar ist gut und verständlich formuliert.

Es liegt ein Drehbuch in Form eines Stationenbetriebs mit Wahl- und Pflichtstationen vor. Bei jedem Lernschritt wird die Sozialform und eine Kontrollmöglichkeit vorgeschlagen.

Individuelle Veränderungen und Schwerpunktsetzungen durch die Lehrer/innen sind möglich. Es wird betont, dass die neuen Erkenntnisse schriftlich beschrieben und – speziell bei den Hausübungen - durch händisches Konstruieren gefestigt werden sollen. Es finden sich auch Hinweise zur Leistungsmessung und Leistungsbeurteilung.

Fragestellungen zum Lernpfad

Die mathematischen Lernziele werden den Schüler/innen teilweise transparent gemacht. Es gibt heuristisch-experimentelle Phasen in denen die Schüler/innen Vermutungen aufstellen. Durch Diskussionen werden Begründungen gesucht, die zu einer Exaktifizierung der Begriffe und der Konstruktionsverfahren führen. In dieser Phase werden die Schüler/innen dazu aufgefordert, das Schulbuch als Informationsquelle zu verwenden.

Das methodische Vorwissen muss durch den Lehrer/ die Lehrerin geschehen. Der Lernpfad bietet Differenzierungsmöglichkeiten, da nicht alle Aufgabenstellungen aufbauend sind.

Festigung des Wissens – Wissensüberprüfung

Es gibt viele Angebote für die Schüler/innen das neu erworbene Wissen selbst zu überprüfen (z.B. Multiple Choice Quiz, dynamische Konstruktionsbeschreibungen).

6. Äußere Evaluation / Feedback der Schüler/innen

Dieser Abschnitt fasst die Rückmeldungen von 15 Schüler/innen zusammen.

Die evaluierende Klasse ist nicht an Partner- bzw. Gruppenarbeit gewöhnt. Das Arbeiten am Computer ist für die Schüler/innen auch ungewohnt. Trotzdem bewerten sie ihre Computerkenntnisse als hoch.

Das Layout und die Navigation wurden sehr positiv angenommen.

Die Bedienung der Software Geogebra und der dynamischen Arbeitsblätter bereitete den Schüler/innen keine Probleme. 75% waren der Meinung, dass die interaktiven Übungen ihr mathematisches Verständnis unterstützt haben.

Der Lernpfad wurde zu Hause nicht verwendet. Ein weiterer Einsatz von Lernpfaden im Mathematikunterricht wird von den Schüler/innen gewünscht. Alle Schüler/innen glauben, dass sie die wichtigen Inhalte des Lernpfades verstanden haben. Dieses Verstehen wurde von fast allen als wichtig eingestuft.

Der Großteil der Schüler/innen meint, dass sie die Möglichkeit hatten über mathematische Inhalte mit anderen zu sprechen. Auch das Verstehen der mathematischen Inhalte sowie das gegenseitige Helfen wird als wichtig und möglich angesehen. Besonders positiv sind die Rückmeldungen auf die Frage, ob alle mathematischen Inhalte verstanden wurden (siehe Abbildung 1). Alle Schüler/innen geben an, dass sie alle wichtigen Inhalte des Lernpfades verstanden haben. Bei dieser Frage hat kein Schüler/keine Schülerin mit „trifft eher nicht zu“ oder mit „trifft gar nicht zu“ geantwortet. Etwa 90% der Schüler/innen geben an, dass ihnen der Sinn und die Bedeutung der neuen Begriffe klar geworden ist.

90% der Schüler/innen hatten die Gelegenheit über mathematisches Tun nachzudenken. Genau so viele Schüler/innen haben mit Neugier, Engagement sowie Lust am Denken und mathematisches Tun den Lernpfad absolviert (siehe Abbildung 12). Knapp 90% der Schüler/innen geben an, dass sie für ihren Lernfortschritt und den Lernprozess selbst verantwortlich waren.

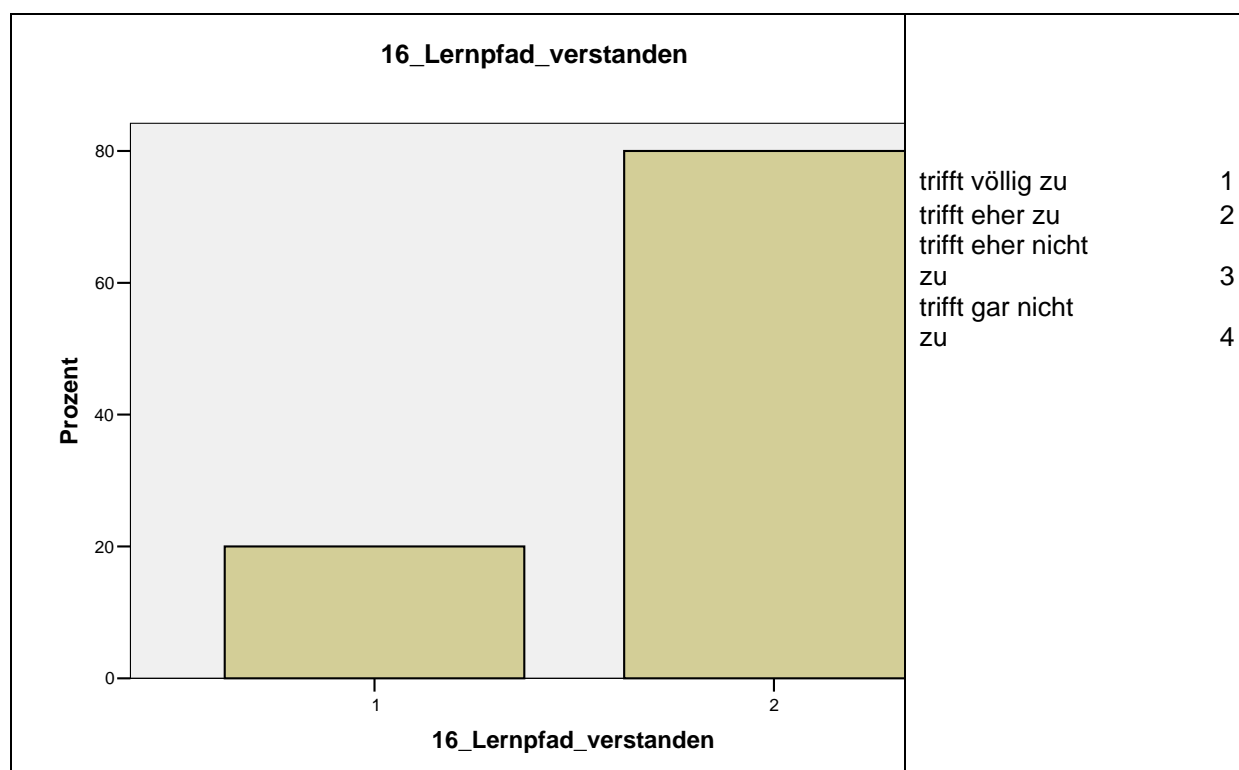


Abbildung 11: Ich habe alle wichtigen mathematischen Inhalte des Lernpfade verstanden.

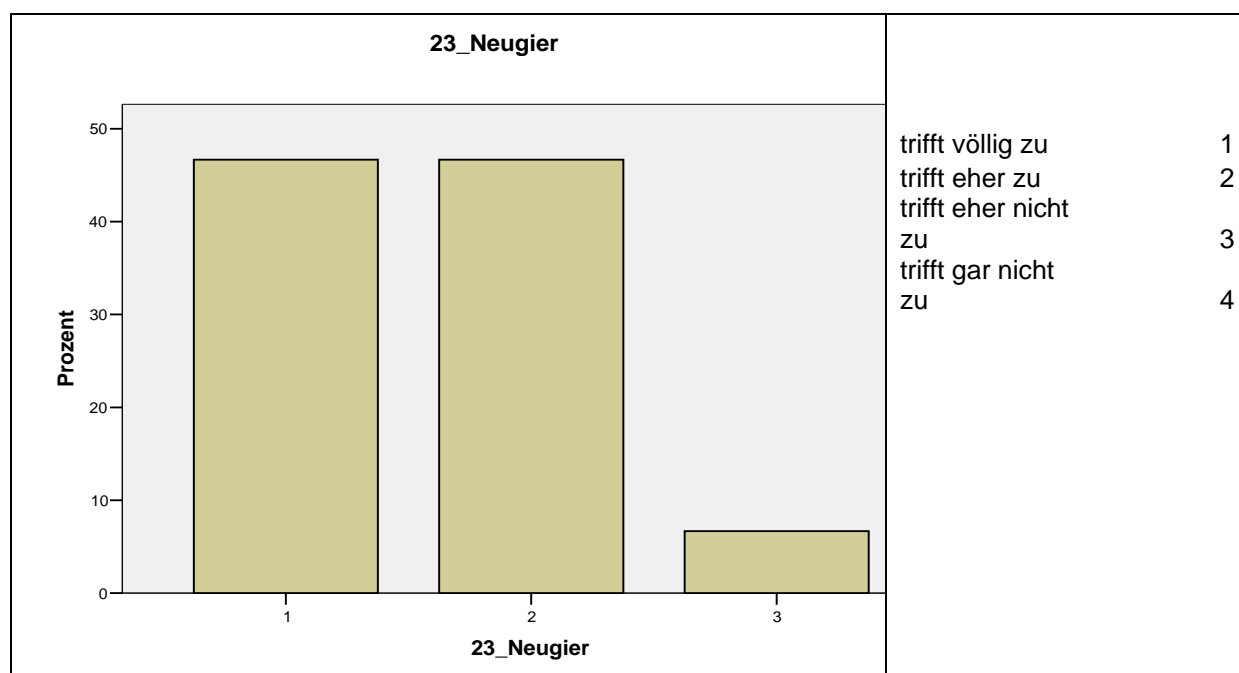


Abbildung 12: Ich habe den Lernpfad mit Neugier, Engagement sowie Lust am Denken und mathematischen Tun absolviert.

Fast alle Schüler/innen sind mit dem Lernpfad sehr zufrieden.

7. Überblick über den Erstellungsprozess

Am Beginn stand die Diskussion möglicher Themen, bei denen der Medieneinsatz besonders vorteilhaft erscheint. Ideen für mögliche Beispiele und Bereiche wurden in einem Mindmap zusammengefasst. Am Beginn lag der Schwerpunkt der Überlegungen darin, Möglichkeiten für die Schulung von Begründen und Beweisen aufzuzeigen. Davon wurde in der Diskussion teilweise abgegangen. Das Augenmerk wurde auf den Bereich Begründen, Argumentieren und exaktes Formulieren gelegt.

Die Grobplanung des Konzeptes für den Lernpfad *Kongruenz – vermuten, erklären, begründen* sowie die didaktische Aufbereitung des Projektes wurde in folgende drei Bereiche eingeteilt:

- Drei Seiten – ein Dreieck?
Ziele:
 - Aufstellen von Vermutungen
 - Schulung des Argumentierens
 - Exakte Formulierung der Dreiecksungleichung
 - Selbsterstellen eines Tests
- Kongruente Dreiecke
Ziel:
 - Exakte Formulierung des Kongruenzbegriffes
- Alles ist machbar – wissenschaftlicher Forschungsauftrag
Ziel:
 - Konstruktion von Dreiecken
 - Umsetzen dynamischer Konstruktionsbeschreibungen und Verfassen von Konstruktionsprotokollen
 - Exakte Formulierung der Kongruenzsätze
 - Erkennen und Begründen, ob aus einer Angabe ein Dreieck eindeutig konstruierbar ist
 - Präsentation von Ergebnissen

Im Internet wurden keine Materialien zu diesem Thema gefunden, wodurch alle Ressourcen selbst erstellt werden mussten. Beispiele zu den einzelnen Bereichen wurden besprochen und arbeitsteilig erstellt. Die Materialienerstellung (Dynamische Arbeitsblätter, Dynamische Konstruktionsbeschreibungen, Anleitungen für Schüler/innen, GeoGebra-Dateien, HotPotatoes - Tests) sowie die technische Implementierung mit Frame-Navigation erwiesen sich als besonders zeitaufwändig. Neben der individuellen Arbeit waren mehr als 10 Treffen notwendig.

Die didaktische Aufbereitung der Materialien, sowie die Erstellung eines Arbeitsplanes (Kongruenzspürnasen) und eines Ergänzungsblattes für Lehrer/innen nahmen nur wenig Zeit in Anspruch.

Die Pilottest-Phase führte nur zu geringfügigen Veränderungen.

Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

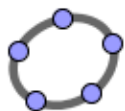
Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

TEIL 4

LERNPFAD MERKWÜRDIGE PUNKTE

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

Lernpfad: Dreiecke – merkwürdige Punkte

6. Schulstufe

Autoren/innen: Edeltraud Schwaiger, Hildegard Urban-Woldron

1. Motivation – Warum wurde das Thema gewählt?

Nachdem die Konstruktion der vier merkwürdigen Punkte (Höhenschnittpunkt, Schwerpunkt, Umkreismittelpunkt, Inkreismittelpunkt) erlernt wurde, sollten neben dem Wiederholen und Festigen bereits bekannter Inhalte (Symmetralen, Winkelsumme im Dreieck, Satz von Thales) die mögliche Lage der merkwürdigen Punkte im Dreieck durch Arbeitsaufträge erforscht werden.

Die Schüler/innen sollen ihre Forschungsergebnisse übersichtlich dokumentieren, anderen Schüler/innen weitergeben und präsentieren.

2. Didaktischer Kommentar

Am Beispiel der merkwürdigen Punkte im Dreieck sollen die Schüler/innen mit Hilfe fertiger Applets zur dynamischen Geometrie zum genauen Beobachten und Begründen geführt werden. Experimentierfreudigkeit und selbstentdeckendes Lernen stehen im Vordergrund, wenn bei Veränderung der Dreiecke die Lage dieser Punkte erforscht und begründet werden soll. Es stehen Aufgaben getrennt für Höhenschnittpunkt, Umkreismittelpunkt, Inkreismittelpunkt und Schwerpunkt zur Verfügung, wie auch für alle vier Punkte gemeinsam. Beispielhaft werden auch Beweismöglichkeiten thematisiert

Kurzinformation	
Schulstufe	6. Schulstufe (2. Klasse AHS / HS)
Dauer	4 Unterrichtsstunden
Unterrichtsfächer	Mathematik
Verwendete Medien	Dynamische Arbeitsblätter, Applets
Technische Voraussetzungen	Java, Flash
Autoren	Edeltraud Schwaiger, Hildegard Urban-Woldron

Dieser Lernpfad ist gekennzeichnet durch klare Sprache und prägnante Arbeitsaufträge. Auf Anschaulichkeit, Experimentiermöglichkeit und selbst entdeckendes Lernen wurde durch die Verwendung von dynamischer Geometriesoftware besonders geachtet.

Vorwissen

- Grundlegende Eigenschaften von Dreiecken
- Eigenschaften von Seitensymmetralen und Winkelsymmetralen
- Konstruktion von U, H, S und I

3. Vorteile des Medieneinsatzes – exemplarische Beschreibung der Materialien

Wiederholen und Festigen des Vorwissens

Neustart

Eigenschaften und Konstruktion der merkwürdigen Punkte in einem allgemeinen Dreieck

Achtung: Es können mehrere Antworten richtig sein! Klicke nur die richtigen Antworten an. Für die Auswertung zählt jede Antwort einen Punkt. Überprüfe bei jeder Frage und stelle solange richtig, bis vier von vier Punkten angezeigt werden. Nur dann erhältst du deine Gesamtwertung nach der letzten Frage.

Alle Fragen anzeigen

<= 1 / 14 >=

Der Umkreismittelpunkt

- a. ☐ ist von den 3 Seiten des Dreiecks gleich weit entfernt
- b. ☒ wird durch Schnitt der Seitensymmetralen konstruiert.
- c. ☐ wird durch Schnitt der Winkelsymmetralen konstruiert.
- d. ☐ ist von den 3 Eckpunkten des Dreiecks gleich weit entfernt

Prüfe

Neustart

Abbildung 1: Selfchecking - Quiz

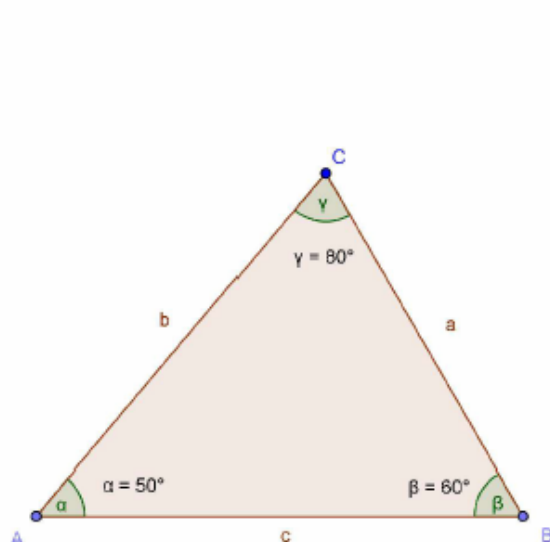
Kritisches Betrachten, Erkennen und Korrigieren von Fehlern

Vermuten, Begründen und Beweisen

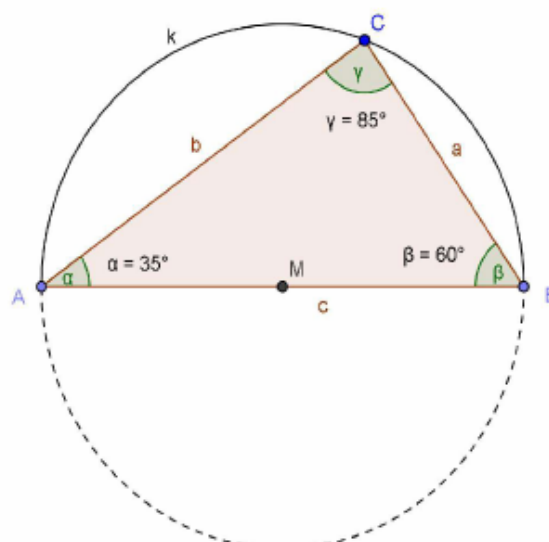


Im Weiteren wollen wir uns genauer mit Dreiecken und den merkwürdigen Punkten im Sinne von Vermuten, Begründen und auch Beweisen beschäftigen. Damit du einen kleinen Vorgeschmack auf die Vorgangsweise bekommst, sollst du das Begründen und Beweisen an zwei (vielleicht schon bekannten) Beispielen kennen lernen. Du kannst dir aussuchen, welches Problem du bearbeiten möchtest:

Schau dir die folgenden beiden Abbildungen an. Was fällt dir bei den Dreiecken auf? Ist alles richtig? Was könnte falsch sein? Warum? Notiere deine Vermutung im Heft!



Dreieck 1



Dreieck 2

Wähle ein Dreieck aus und bearbeite das Problem weiter. Verwende dazu die Links zu **Dreieck 1** oder **Dreieck 2**.

Abbildung 2: Arbeitsblatt

Exaktifizieren und Beweisen

Dreieck 2: Thaleskreis

Thales von Milet war ein wichtiger griechischer Mathematiker. Er zählt zu den „Sieben Weisen“ des antiken Griechenland und lebte um 600 vor Christus in Milet, einem Ort an der Westküste Kleinasiens.

Quelle Bild: www.anderegg-web.ch/phil/thales-de-milet.jpg



Thales hat einen wichtigen Satz für rechtwinkelige Dreiecke entdeckt: den Satz vom Thales. Kannst du dich noch vom Unterricht her daran erinnern?

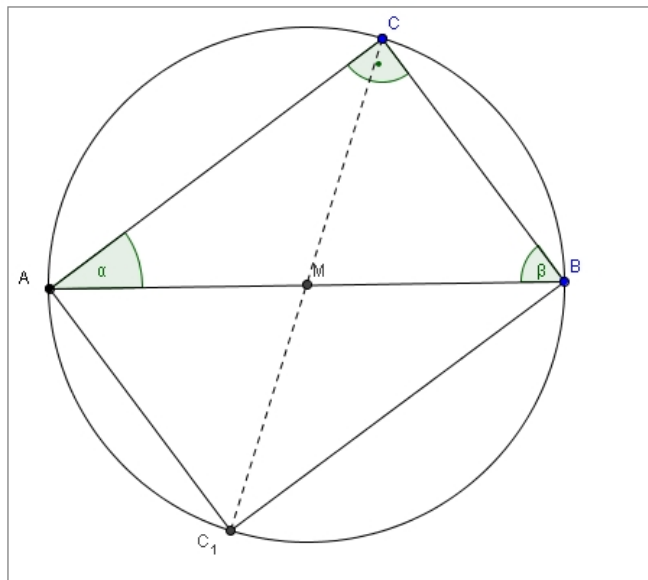
Thales hat herausgefunden:

Liegt eine Ecke eines Dreiecks auf dem Halbkreis über der gegenüber liegenden Seite, so hat der entsprechende Winkel eine Größe von 90° .

Aber: Warum ist das so?

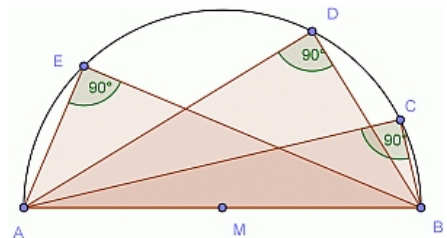
Warum sind alle Winkel über einem Halbkreis (siehe Abbildung) rechte Winkel? Warum funktioniert das in jedem beliebigen Halbkreis?

Thales von Milet wird nicht nur die Entdeckung dieser Eigenschaft – des Satzes von Thales – sondern auch deren Beweis zugeschrieben. Ein Beweis ist nicht die Beschreibung einer Eigenschaft, ein Beweis zeigt die Allgemeingültigkeit eines Satzes durch logisches Argumentieren, Folgern und Schließen.



- Diese Beweisidee wird in [diesem Applet](#) verwendet - der Beweis ist aber nicht zu Ende durchgeführt. Notiere im Heft die Weiterführung des Beweises.

Abbildung 3: Ausschnitt aus der Arbeitsanleitung



Vielleicht ist Thales auf seinen Lehrsatz gekommen, indem er sich die Diagonalen des Rechtecks genau angeschaut hat.

Überlege: Welche Eigenschaften haben die Diagonalen eines Rechtecks und wie folgt dann der Satz von Thales?

Verwende das links stehende dynamische Arbeitsblatt und führe folgende Aufgaben aus:

- Fasse mit der Maus den Punkt C an und ziehe ihn mit gedrückter linker Maustaste, beobachte dabei die Größe der Winkel - vor allem des Winkels γ . Der Punkt C bewegt sich nur auf der Kreislinie. Wenn du den Punkt B ziehst kannst du auch den Radius des Kreises verändern.
- Wie ist in diesem dynamischen Arbeitsblatt der Satz von Thales veranschaulicht?

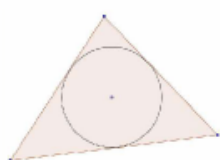
Kritisches Betrachten, Erkennen und Begründen von Fehlern

Arbeitsblatt 3: Was beim Konstruieren des Inkreises zu beachten ist?

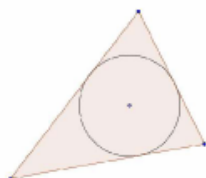
Name(n):

Du weißt, dass der Inkreismittelpunkt eines Dreiecks als Schnittpunkt der Winkelsymmetralen der drei Winkel des Dreiecks konstruiert wird.

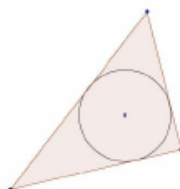
Für deine Untersuchungen stehen dir fünf Dynamische Arbeitsblätter „Inkreis1“ bis „Inkreis5“ zur Verfügung. Beim Erstellen der Dateien sind aber mehrere Fehler passiert – nur eine einzige Darstellung ist fehlerfrei. Welche ist es? Du sollst jeweils herausfinden, ob der Inkreis richtig konstruiert wurde, und wenn nicht, was genau falsch gemacht wurde. Beobachte genau und dokumentiere deine Vermutungen. Fasse zum Schluss deine Erkenntnisse in Form eines freien Aufsatzes mit deinen eigenen Worten möglichst umfassend und strukturiert zusammen.



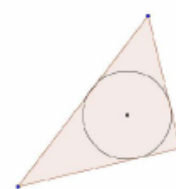
„Inkreis1.html“



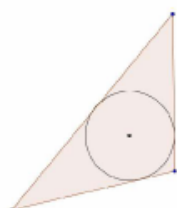
„Inkreis2.html“



„Inkreis3.html“



„Inkreis4.html“



„Inkreis5.html“

Auf den ersten Blick stellst du fest, dass sich die einzelnen Bilder kaum voneinander unterscheiden. Jedes der fünf Bilder zeigt dir ein Dreieck mit seinem Inkreis.

- Aber welche der fünf Dateien zeigt und die richtige Konstruktion?
- Wie kannst du das feststellen?
- Wo steckt bei den anderen vier Konstruktionen jeweils der Fehler?
- Gibt es Dreiecke in denen der Inkreismittelpunkt außerhalb des Dreiecks liegt?
- Welche Eigenschaften hat eigentlich der Inkreis?

Beschreibe in einem Kurzaufsatz, was du heute über den Inkreismittelpunkt gelernt hast! Was musst du dabei besonders beachten? Warum?

Abbildung 4: Arbeitsblatt - Inkreismittelpunkt

Inkreis2

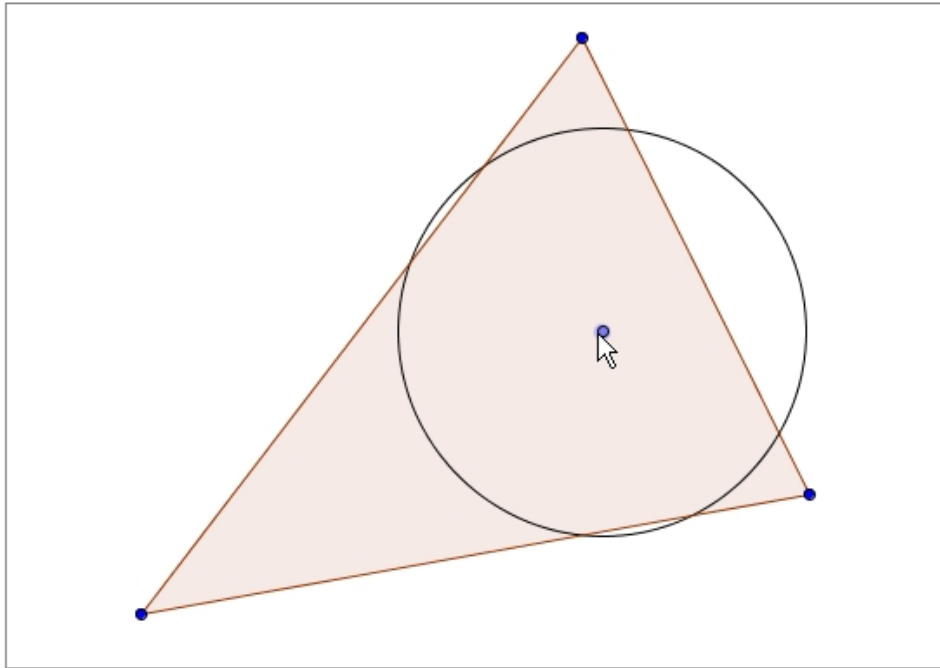


Abbildung 5: Inkreis? - Leider doch nicht!

4. Drehbuch / Drehbücher – Methodisch-didaktische Anleitungen

4.1. Unterrichtsorganisation – Arbeitsanweisungen für Schüler/innen

Die Anleitungen für das Arbeiten mit diesem Lernpfad sind vom Lehrer / der Lehrerin für die Schüler/innen selbst zu formulieren und lassen einen großen Freiraum für selbsttätiges Arbeiten zu.

4.2. Anleitungen für Lehrer/innen

Möglicher Ablauf

1. Stunde

Die erste Stunde ist geteilt in zwei Abschnitte (je nach Schnelligkeit der Schülerinnen und Schüler).

- Der erste Abschnitt (Arbeitsblatt Symmetralen) dient dem „Wiederbewusstmachen“ der Eigenschaften von Winkel- und Seitensymmetralen anhand interaktiver Applets sowie dem Wiederholen der Konstruktion und der Eigenschaften der Merkwürdigen Punkte in einem allgemeinen Dreieck anhand eines interaktiven Quizes.
- Der zweite Abschnitt (Arbeitsblatt Winkelsumme – Thales) soll die Schüler zum kritischen Denken führen, wobei speziell die Winkelsumme im Dreieck als auch der Thaleskreis angesprochen werden. Beide Themen sollten im Unterricht bereits

behandelt worden sein und können hier noch einmal vom Schüler selbständig auf verschiedenen „Verstehensniveaus“ untersucht werden. Es ist dem Schüler freigestellt, welches der beiden Themen er behandeln möchte. Er wird in beiden Fällen zum Vermuten, Begründen und Beweisen mit Hilfe dynamischer Applets geführt.

Hinweis: Natürlich können die einzelnen Abschnitte und Themen auch getrennt voneinander in eigenen Stunden bearbeitet werden.

2. und 3. Stunde

In diesen beiden Stunden sollen die Schüler mit geführten Forschungsaufträgen Fragen zur Lage der einzelnen merkwürdigen Punkte bearbeiten und auch beantworten. Dafür stehen fertige (Geogebra) Applets zur Verfügung, in denen der Schüler Dreiecke durch Ziehen der Eckpunkte dynamisch verändern kann. Dabei soll die Lage der merkwürdigen Punkte genau beobachtet und für Spezialfälle begründet werden. In Einzelfällen und als Erweiterung für sehr gute Schüler wird auch auf eine Beweismöglichkeit eingegangen.

Es stehen jeweils eigene Forschungsaufträge mit Arbeitsblättern getrennt für U, H, S und I zur Verfügung, die unabhängig voneinander zum Beispiel in einer Stunde von verschiedenen Schülergruppen bearbeitet werden können. Es ist aber darauf zu achten, dass sich die Schüler ihr Thema selbst aussuchen, dass aber jedes Thema von zumindest zwei Gruppen bearbeitet wird.

In der nächsten Stunde sollten dann die Ergebnisse präsentiert werden. Hier wäre es günstig, wenn alle Experten für z. B. den Höhenschnittpunkt gemeinsam die Fragestellungen und Ergebnisse der letzten Stunde noch einmal durcharbeiten und dann überlegen was wie am besten präsentiert wird. Die Präsentationen der einzelnen merkwürdigen Punkte könnten unter Verwendung der vorgegebenen Applets über Beamer erfolgen.

So bilden sich in der Klasse Expertengruppen für die einzelnen Punkte, die dann als Tutoren für die anderen wirken. Die Schüler helfen sich gegenseitig.

Als Richtlinie für die Zeiteinteilung könnten etwa 15 Minuten für die Vorbereitung in den vier verschiedenen Expertengruppen und etwa je 5 Minuten für die vier Präsentationen dienen.

(Für das Arbeitsblatt zum Umkreis, könnte auf den zweiten Abschnitt der ersten Stunde – Thaleskreis - zurückgegriffen werden.)

4. Stunde

In diesem Abschnitt wird die Eulersche Gerade behandelt. Dieses Thema könnte wieder von allen Schülern bearbeitet werden. Natürlich setzt dies voraus, dass die merkwürdigen Punkte H, S und U bereits vom Schüler selbst behandelt oder auch von den Expertengruppen präsentiert worden sind.

5. Ergebnisse der internen Evaluation

Fragestellungen zum didaktischen/methodischen Kommentar

Der Lernpfad dient zum Üben und Vertiefen. Die Lernziele und Lerninhalte werden nur überblicksartig angeführt. Nicht alle technischen Voraussetzungen werden angeführt (z.B. Internet).

Ein detaillierter Arbeitsplan für Schüler/innen wird nicht angeboten. Die Anleitungen im möglichen Stundenablauf (der im Lernpfad integriert ist) sind lernzielorientiert formuliert und gut verständlich.

Fragestellungen zum Lernpfad

Bereits vor der Durchführung des Lernpfads eingeführte Begriffe werden präzisiert und die Schüler/innen werden zum Beweisen angeregt.

Die Schüler/innen werden dazu angehalten ihren Lernprozess in Form von Kurzaufsätzen zu dokumentieren und zu präsentieren.

Die notwendigen methodischen Vorkenntnisse sind vielschichtig, werden aber im Lernpfad oder didaktischen Kommentar nicht angeführt bzw. erklärt. Das methodische Vorwissen muss durch den Lehrer/ die Lehrerin geschehen. Der Lernpfad bietet

Differenzierungsmöglichkeiten. Zusatzaufgaben und Erweiterungsmöglichkeiten sind vorhanden.

Die Navigation sollte überarbeitet werden (Nummerierung der Arbeitsblätter, Positionierung der Links, Gliederung der Menüleiste).

Festigung des Wissens – Wissensüberprüfung

Möglichkeiten zur Selbstkontrolle sind spärlich vorhanden. Hinweise zur Leistungsmessung und Leistungsbeurteilung fehlen.

6. Äußere Evaluation / Feedback der Schüler/innen

Dieser Abschnitt fasst die Rückmeldungen von 63 Schüler/innen zusammen.

Die Schüler/innen arbeiten im Mathematikunterricht selten in Gruppen, aber regelmäßig in Partnerarbeit. Das Arbeiten am Computer ist für die Schüler/innen ungewohnt. Trotzdem bewerten sie ihre Computerkenntnisse als hoch.

Mit der Navigation hatten die Schüler/innen keine Probleme. Das Layout gefiel 65%. Die Sprache im Lernpfad empfanden die Schüler/innen nicht zur Gänze aber doch größtenteils verständlich.

Die interaktiven Übungen unterstützen das Verstehen. Fast alle Schüler/innen möchten wieder mit einem Lernpfad arbeiten. Die Schüler/innen haben das Gefühl den Großteil der mathematischen Lerninhalte verstanden zu haben.

Der Großteil der Schüler/innen meint, dass sie die Möglichkeit hatten über mathematische Inhalte mit anderen zu sprechen (auch das Verstehen der mathematischen Inhalte sowie das gegenseitige Helfen wird als wichtig und möglich angesehen).

75% der Schüler/innen hatten die Gelegenheit über mathematisches Tun nachzudenken (siehe Abbildung 6). Allerdings hatte nur die Hälfte der Schüler/innen das Gefühl, dass ihre eigenen Gedanken berücksichtigt wurden (siehe Abbildung 7). 85% der Schüler/innen gaben an, dass sie für ihren Lernfortschritt und den Lernprozess selbst verantwortlich waren.

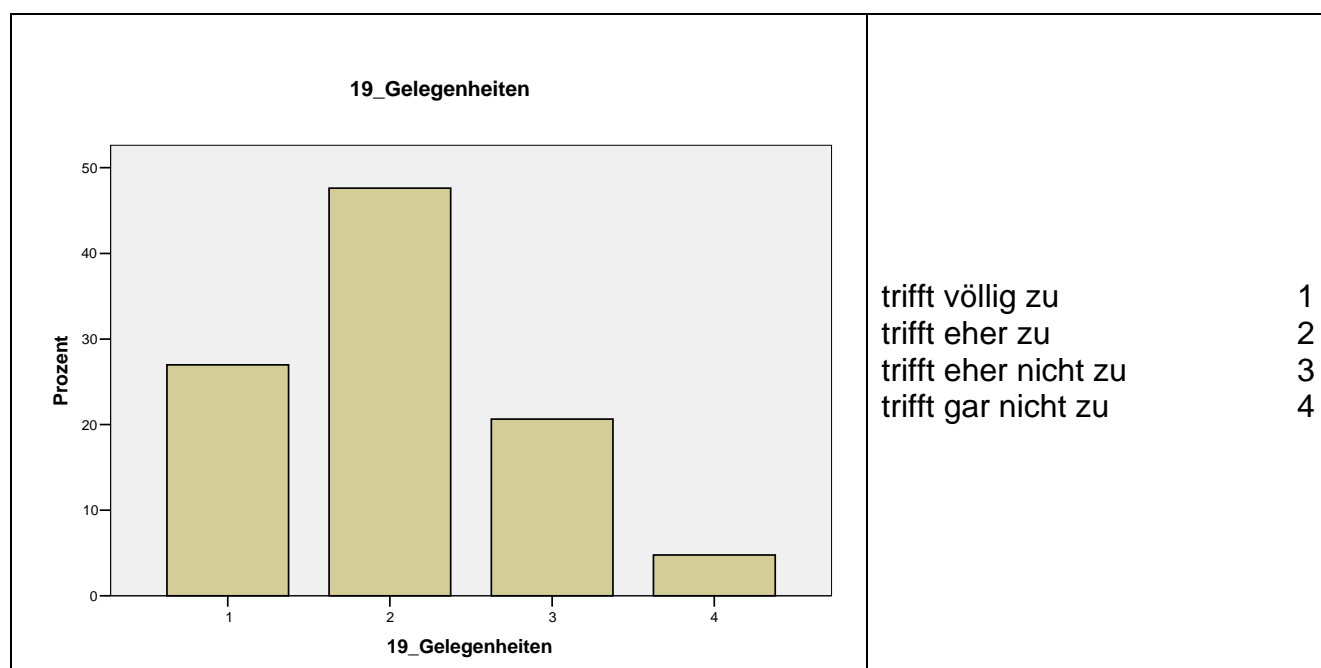


Abbildung 6: Beim Bearbeiten des Lernpfades gab es Gelegenheiten, über das mathematische Tun nachzudenken.

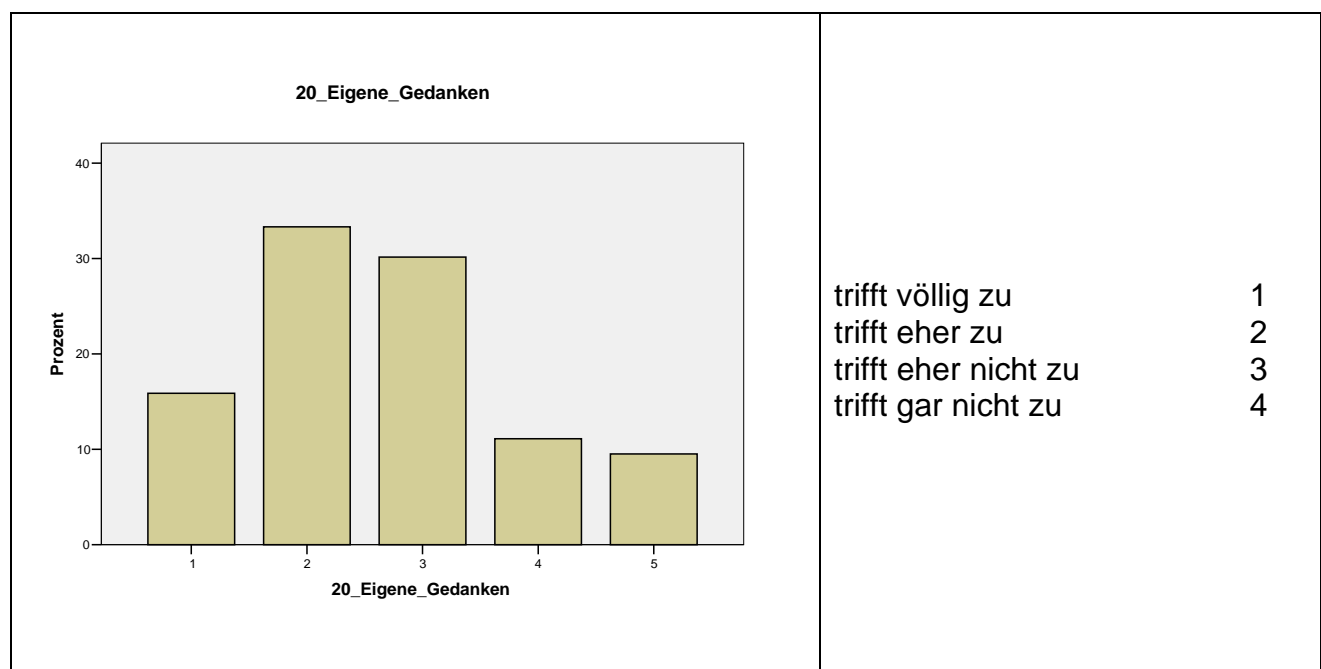


Abbildung 7: Meine eigenen Gedanken wurden beim Erarbeiten der Inhalte dieses Lernpfades berücksichtigt.

65% der Schüler/innen haben mit Neugier, Engagement sowie Lust am Denken und mathematisches Tun den Lernpfad absolviert. Knapp 70% der Schüler/innen sind mit dem Lernpfad zufrieden. Manche Schüler/innen klagten über Zeitnot und komplizierte Texte!

7. Überblick über den Erstellungsprozess

Als Schwerpunkt des Lernpfades wurde nicht die Einführung, sondern die Wiederholung und Vertiefung der Kenntnis der merkwürdigen Punkte und besonderer Eigenschaften des Dreiecks gewählt.

Die Ergebnisse einer Internet-Recherche zum Thema Merkwürdige Punkte waren vielfältig. Einige Materialien konnten geeignet in den Lernpfad eingebunden werden. Daher mussten nur einige Ressourcen neu erstellt werden (z.B. Quiz, Dynamische Arbeitsblätter). Für die Planung des Lernpfades und seine didaktische Aufbereitung waren zwei Treffen notwendig, die Materialienerstellung erfolgte arbeitsteilig. Eine ursprüngliche Navigation wurde auf Grund von Rückmeldung bei der Pilottest-Phase den anderen Lernpfaden angepasst.



Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

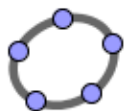
Medienvielfalt im Mathematikunterricht

TEIL 4

LERNPFAD PYTHAGORAS

7. Schulstufe

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

Lernpfad: Pythagoras

7. Schulstufe

Autoren/innen: Mag. Evelyn Stepancik

1. Motivation – Warum wurde das Thema gewählt?

Zum einen wurde das Thema gewählt, weil es für die dritte Klasse und weitere von großer Bedeutung ist, zum anderen sollten in diesem Lernpfad möglichst viele, gute interaktive Lernhilfen, die bereits im Internet vorhanden waren, zusammengestellt werden. Zudem sollte die Arbeit mit diesem Lernpfad den Schülerinnen und Schülern möglichst viele unterschiedliche Medien, aber auch das haptische Erleben gewährleisten.

2. Didaktischer Kommentar

Der Lernpfad wurde zum selbstständigen Erarbeiten der Inhalte konzipiert. Besonderes Augenmerk wurde auf die Verbindung von interaktiven Lernhilfen / Lernobjekten, Dynamischer Geometrie und traditionellen Medien (Buch, Heft, Papier, Schere, etc.) gelegt. Der Lernpfad gibt die Organisation des Unterrichts nicht genau vor.

Nach Absolvierung des Lernpfades sollen die Schüler/innen den Lehrsatz des Pythagoras für Berechnungen in ebenen nutzen können und eine Begründung für den Lehrsatz des Pythagoras verstehen können.

Kurzinformation	
Schulstufe	7. Schulstufe (3. Klasse AHS / HS)
Dauer	8 - 10 Unterrichtsstunden
Unterrichtsfächer	Mathematik, Informatik, Geschichte
Verwendete Medien	DGS (Geogebra), Internet, eventuell Plattform
Technische Voraussetzungen	Java, eventuell Plattform
Autorin	Evelyn Stepancik

Technische Voraussetzungen:

Umgang mit dem Internet, einer Lernplattform, Geogebra und mit einer Präsentationssoftware

Fachliche Voraussetzungen:

rechtwinkelige Dreiecke, Flächeninhalte von ebenen Figuren, Umgang mit Variablen und Gleichungen

Methodische Voraussetzungen:

- Partnerarbeit, Gruppenarbeit, Rollenspiel, Rollenchat
- Informationen selbstständig schriftlich festhalten können
- Ergebnisse präsentieren können

Verlaufsplan/Prozesshinweise

Einstieg

- Internetrecherche und Präsentation zum Leben des Pythagoras (Einzelarbeit)
- Quiz (Einzelarbeit)
- Rollenchat (Gruppenarbeit): Dieser Schritt war speziell für die Verwendung der Plattform konzipiert und sollte den SchülerInnen eine kreative Auseinandersetzung mit der Zeit und dem Leben von Pythagoras ermöglichen.

Neuigkeiten

- geschichtlicher Zugang: Nachvollziehen des Seilspanner-Problems (Partnerarbeit)
- Herleitung des Satzes von Pythagoras in kleinen Lernschritten mit Anleitung und Videoanimation (Partnerarbeit)
- Anwendung in einfachen Aufgabenstellungen und Einführung der Wurzel (Einzel- oder Partnerarbeit)
- einfache Textaufgaben (Partnerarbeit)
- Quiz zur Festigung der neu erlernten Begriffe (Einzelarbeit)
- Beweise: Hier wurde bewusst die Kombination Internet und Papier gewählt. Die interaktiven Darstellungen sollten den SchülerInnen ein leichteres Nachvollziehen der Beweise ermöglichen. Zudem sind diese Beweise ständig abrufbar und ihr Ablauf ständig nachvollziehbar, dies ist im Heft (am Papier) so nicht möglich, da zum Beispiel die aufgeklebten Dreiecke den Werdegang der Darstellung nicht mehr zeigen. (Partnerarbeit)
- Anwendung des Pythagoras in ebenen Figuren

Herausforderungen

- Pythagoräische Tripel (Wahlaufgabe)
- Pythagorasbäume (Wahlaufgabe)

Lerninhalte, Methoden und Lernziele

Lerninhalt	Lernziel
Geschichte und Leben von Pythagoras	Persönlichkeiten der Mathematikgeschichte kennen lernen
Herleitung des Satzes von Pythagoras	Geometrische Darstellungen deuten können, Vermutungen anstellen und formulieren können
Beweise für den Satz des Pythagoras	eine Begründung für den Lehrsatz des Pythagoras verstehen können, geometrische Darstellungen interpretieren können
Anwendungen in einfachen Aufgabenstellungen	den Lehrsatz des Pythagoras für Berechnungen in ebenen Figuren nutzen können, Variablen als Mittel zum Beschreiben von Sachverhalten und zum Lösen von Problemen verwenden können
Pythagoreische Tripel und Pythagorasbäume	Definitionen und Konstruktionsanleitungen verstehen und damit arbeiten können

Kombination der Medien

Im vorliegenden Lernpfad wird versucht, verschiedene Medien (PC, Heft, Buch, ...) zu kombinieren. Gerade grundlegende geometrische Begriffe müssen auch durch ein haptisches Erleben begriffen werden.

Lernmedien der Schüler/innen

Die Schülerinnen und Schüler arbeiten bei diesem Lernpfad nicht nur mit dem PC, sondern auch mit einem Seil (Seilspanner), mit Arbeitsblättern und dem Buch.

Leistungsbeurteilung

Bei diesem Lernpfad gibt es verschiedenste Möglichkeiten der Leistungsbeurteilung. Das Arbeiten an den einzelnen Aufgabenstellungen kann im Rahmen der Mitarbeit bewertet werden. Die Präsentation (Leben von Pythagoras) kann je nach Bedarf und Durchführung einen unterschiedlich hohen Stellenwert haben.

3. Vorteile des Medieneinsatzes – exemplarische Beschreibung der Materialien

Der Vorteil des Medieneinsatzes liegt bei diesem Lernpfad sicherlich in der Möglichkeit, die Herleitung des Satzes von Pythagoras mit einem Video selbst zu erleben und das, so oft die Schülerin bzw. der Schüler es braucht.

Ferner werden drei interaktive Beweise mit dem haptischen Erleben und dem Nachvollziehen auf Papier vorgestellt. Auch hier können die Schülerinnen und Schüler einzelne Denk- und Lernschritte beliebige oft wiederholen.

Video zur Herleitung des Satzes von Pythagoras – Vermuten – Begründen

Medienvielfalt
im Mathematikunterricht

Pythagoras
Leben von Pythagoras
Seilspanner
Satz von Pythagoras
Idee
Lösung
Übungen
Beweise
Zahlentripel
Pythagorasbäume
Anwendungen in
ebenen Figuren
Abschluss

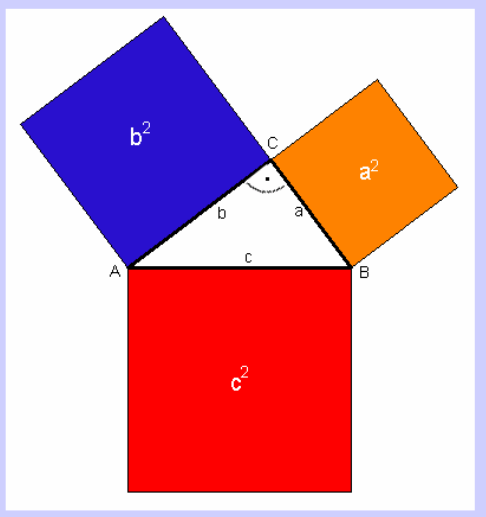
Eine Kooperation von
ACDCA
GeoGebra
mathe online

Unterstützt vom
bm.bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

Der Satz von Pythagoras - Idee

- Schau dir das **Video** (ACHTUNG 9MB) genau an!
Die Idee dazu stammt von *vs-kleinheubach schaarschmidt/seit*.
- Schreib auf, was du siehst!
- Versuche den Sachverhalt mithilfe von Variablen zu formulieren, dann hast du bereits den Satz von Pythagoras!



Beweise erleben – verstehen

Medienvielfalt
im Mathematikunterricht >

- Pythagoras
- Leben von Pythagoras
- Seilspanner
- Satz von Pythagoras
- Übungen
- Beweise
 - Beweis 1**
 - Beweis 2
 - Beweis 3
- Zahlentripel
- Pythagorasbäume
- Anwendungen in ebenen Figuren
- Abschluss

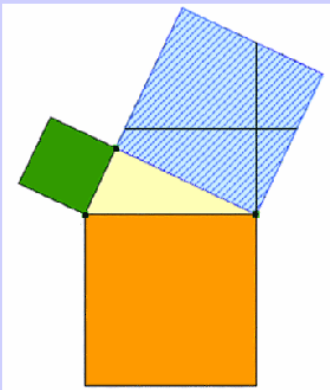
Eine Kooperation von
ACDCA
GeoGebra
mathe online

Unterstützt vom
bm:bwk

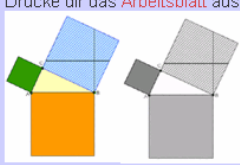
Medienvielfalt im Mathematikunterricht

Beweis 1

Bei diesem Beweis musst du die kleineren Quadrate aus- und zerschneiden und danach so ins große Quadrat legen, dass es gefüllt ist.



Drucke dir das Arbeitsblatt aus!



Schneide aus der grauen Figur die beiden kleineren Quadrate aus!
Das größere dieser zwei bereits ausgeschnittenen Quadrate zerschneide nun entlang der eingezeichneten Linien!

Lege die vier Teile dieses Quadrats und das kleine Quadrat so in das orange Quadrat, dass es gefüllt ist!

Schreib auf, was du mithilfe dieses „Puzzles“ gezeigt hast!

Formuliere erst mit Worten, dann mit Variablen!

Interaktiv findest du diesen Beweis auf der Website: <http://www.ies.co.jp/math/java/geo/pytha2/pytha2.html>

Spielerische Anwendungen des Satzes

Medienvielfalt
im Mathematikunterricht >

- Pythagoras
- Leben von Pythagoras
- Seilspanner
- Satz von Pythagoras
- Übungen
- Beweise
- Zahlentripel
- Pythagorasbäume
 - Baum 1**
 - Baum 2
- Anwendungen in ebenen Figuren
- Abschluss

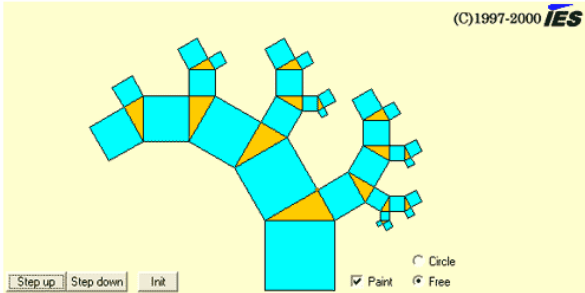
Eine Kooperation von
ACDCA
GeoGebra
mathe online

Unterstützt vom
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

Pythagorasbaum 1

(C)1997-2000 IES



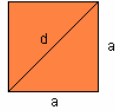
Auf der Website <http://www.ies.co.jp/math/java/geo/pytree/pytree.html> siehst du, wie so ein Baum entsteht!
Zeichne selbst auf einem Blatt oder mit einer dynamischen Geometriesoftware so einen Baum!

Vom Einfachen zum Komplexen

Medienvielfalt
im Mathematikunterricht >

Pythagoras
Leben von Pythagoras
Seilspanner
Satz von Pythagoras
Übungen
Beweise
Zahlentripel
Pythagorasbäume
Anwendungen in
ebenen Figuren
Rechteck
Quadrat
Gleichschenkeliges
Dreieck
Trapez
Deltoid
Abschluss

Quadrat



Gegeben ist ein Quadrat mit der Seitenlänge a !

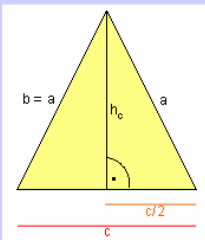
- Gib eine Formel für die Diagonale des Quadrats an!
- Zeichne ein Quadrat mit der Seitenlänge $a = 7 \text{ cm}$!
- Berechne die Diagonale und vergleiche das Ergebnis mit deiner Zeichnung!

Löse die Aufgabe mithilfe von Geogebra!

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

Medienvielfalt
im Mathematikunterricht >

Pythagoras
Leben von Pythagoras
Seilspanner
Satz von Pythagoras
Übungen
Beweise
Zahlentripel
Pythagorasbäume
Anwendungen in
ebenen Figuren
Rechteck
Quadrat
**Gleichschenkeliges
Dreieck**
Trapez



- Wenn c und h_c gegeben sind, kann a berechnet werden!

$$a^2 = h_c^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

- Wenn a und h_c gegeben sind, kann c berechnet werden!

$$a^2 - h_c^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

- Wenn a und c gegeben sind, kann h_c berechnet werden!

$$a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2 = h_c^2$$

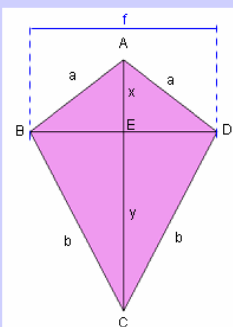
In deinem Schulbuch findest du sicher einige Beispiele zur Anwendung des Pythagoras in gleichschenkeligen Dreiecken.

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

Medienvielfalt
im Mathematikunterricht >

Pythagoras
Leben von Pythagoras
Seilspanner
Satz von Pythagoras
Übungen
Beweise
Zahlentripel
Pythagorasbäume
Anwendungen in
ebenen Figuren
Rechteck
Quadrat
Gleichschenkeliges
Dreieck
Trapez
Deltoid
Abschluss

Die Diagonalen teilen das Deltoid in 4 rechtwinklige Dreiecke.



- Je zwei Dreiecke sind kongruent.
- $ABE = ADE$
 $BEC = DEC$
- Der Schnittpunkt der Diagonalen halbiert die Diagonale f , jedoch nicht e !
- Überlege, wie du den Satz von Pythagoras in den 4 Dreiecken anwenden kannst!
- Welche Beziehung gilt für x , y und e ?
- Schreib deine Überlegungen mit Worten und Variablen auf!

In den Dreiecken BAE
und AED gilt:

- a ist die Hypotenuse
- x und $f/2$ sind die Katheten
- $a^2 = x^2 + (f/2)^2$

In den Dreiecken BEC
und DEC gilt:

- b ist die Hypotenuse
- y und $f/2$ sind die Katheten
- $b^2 = y^2 + (f/2)^2$

Übung 1:

Von einem Deltoid sind die Längen der Seiten $a = 10$, $b = 17$ und die Länge der Diagonale $f = 18$ bekannt. Berechne die Länge der Diagonalen e und den Flächeninhalt des Deltoids.

Übung 2:

Von einem Deltoid sind die Länge der Seite $a = 13$ und die Längen der Diagonalen $e = 14$ und $f = 24$ bekannt. Berechne die Länge der Seite b und den Flächeninhalt des Deltoids.

Eine Kooperation von
ACDCA
GeoGebra
mathe online

Unterstützt vom
bm:bwk

4. Drehbuch / Drehbücher – Methodisch-didaktische Anleitungen

4.1. Unterrichtsorganisation – Arbeitsanweisungen für Schüler/innen

Die Arbeitsanweisungen für die Schülerinnen und Schüler sind direkt in den Lernpfad integriert, wie beispielsweise der folgende Screenshot zeigt.

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

Abschluss

Nun hast du viel über den Satz von Pythagoras und seine Anwendungen in ebenen Figuren gelernt.

Erstelle zwei Merkblätter:

- Satz von Pythagoras
- Anwendungen des Satzes von Pythagoras

Suche dir aus deinem Schulbuch drei Textaufgaben zum Satz des Pythagoras.
Löse diese Aufgaben in Partnerarbeit!
Überprüfe deine Lösung mithilfe von Zeichnungen bzw. Skizzen!
Verwende dafür auch Geogebra!

Eigene Aufgaben erfinden

Erfindet in Partnerarbeit selbst zwei Beispiele, bei deren Lösung der Satz von Pythagoras anzuwenden ist.
Löst die Aufgaben!
Präsentiert die Beispiele und den Lösungsweg vor der Klasse!
Veröffentlicht eure Aufgaben und Lösungswege eventuell in eurer Plattform!

Ein letztes **Quiz!**

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

Pythagoras
Leben von Pythagoras
Seilspanner
Satz von Pythagoras
Übungen
Beweise
Zahlentripel
Pythagorasbäume
Anwendungen in ebenen Figuren
Abschluss

Eine Kooperation von
ACDCA
GeoGebra
mathe online

Unterstützt vom
bm.bwk

4.2. Anleitungen für Lehrer/innen

Der Satz von Pythagoras und seine Anwendung in der Ebene eLearning-Sequenz

Das gesamte **eLearning-Material** ist auf:

<http://www.austromath.at/medienvielfalt/materialien/pythagoras3/lernpfad/index.htm> oder
<http://www.informatix.at/pythag/> zu finden.

Der Lernpfad kann als Stationenbetrieb oder als „reine“ eLearning-Sequenz, in der die Schüler/innen ihr neu erworbenes Wissen selbstständig dokumentieren (händisch oder mit dem Computer), durchgeführt werden.

Bei Verwendung einer Lernplattform können Schüler/innen ausgewählte Ergebnisse dort veröffentlichen.

Vorschläge für Pflichtaufgaben:

1. Seilspanner (Seil oder Schnur in den Unterricht mitbringen!)
2. Satz von Pythagoras (Herleitung)
3. Übungen
4. Beweis 1
5. Anwendung in ebenen Figuren (Lösungen müssen von den Lehrenden vorbereitet werden)

Vorschläge für Wahlaufgaben:

1. Leben von Pythagoras
2. Beweis 2 und Beweis 3
3. Zahlentripel (eventuell Erweiterung durch CAS oder Tabellenkalkulation)
4. Pythagorasbäume
5. Abschluss (mit Lernplakaten und Quiz)

Zur Dokumentation empfiehlt sich das Anlegen einer Projektmappe, die von den Schüler/innen rechtzeitig abgegeben werden muss und nach folgenden Kriterien beurteilt werden kann:

- Vollständigkeit
- Ausführung
- Anzahl der Wahlaufgaben
- Gegebenenfalls – Präsentation zum Leben von Pythagoras
- Usw.

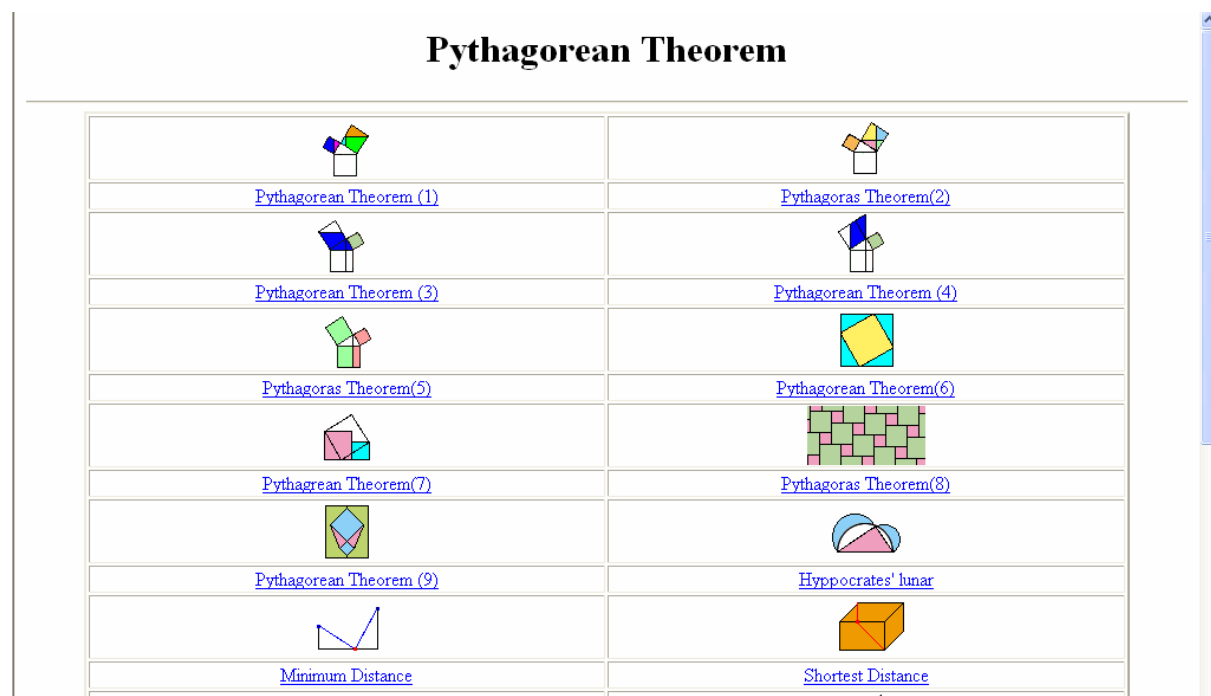
Bei Verwendung einer Lernplattform empfiehlt sich auch die Beurteilung der Schüler/innenaktivitäten innerhalb der Plattform.

Zum Beispiel:

- Aktivität im Forum
- Hilfestellung für andere Schüler/innen
- Usw.

4.3. Weitere Materialien

Weitere 19 Applets zum Beweis. <http://www.ies.co.jp/math/java/geo/pythagoras.html>



5. Ergebnisse der internen Evaluation

5.1. Zum didaktisch-methodischen Kommentar

Der Lernpfad enthält alles: Erarbeiten neuer Inhalte, üben und vertiefen. Neben heuristischen Phasen ist Beweisen ein Schwerpunkt. Dazu gibt es mehrere Angebote. Der didaktische Kommentar vermittelt den Lehrer/innen eine gute Vorstellung vom Lernpfad. Lehrer/innen werden über das technologische Umfeld informiert, es gibt jedoch keine Anleitungen. Ansatzweise bestehen Verknüpfungen zum Schulbuch.

Es gibt eine rudimentäre Anleitung für einen Stationenbetrieb mit Vorschlägen für Pflicht- und Wahlaufgaben. Für die E-Learning-Sequenz gibt es ein allgemeines Drehbuch für die Lehrerin bzw. den Lehrer. Es gibt Vorschläge für Präsentationen und die Einbindung einer Lernplattform sowie zur Leistungsmessung und -beurteilung.

In den methodischen Vorschlägen werden keine Lernziele formuliert. Die Formulierungen in den methodischen Vorschlägen sind sehr offen, Pläne müssen von den Lehrer/innen selbst erstellt werden. Methodische Hilfestellungen werden immer wieder angeboten, z.B. zur Erstellung einer Präsentation.

5.2. Zum Lernpfad selbst

Begriffe werden konsistent und korrekt verwendet. Der Begriff „Wurzel“ sollte korrekterweise jedoch durch den Begriff „Quadratwurzel“ ersetzt werden. Mathematische Lernziele werden nur indirekt formuliert.

Es gibt vielschichtige Angebote für verschiedene Lerntypen (Ausnahme: hören). Im Abschnitt „Beispiele“ werden nur visuelle Typen angesprochen. Hier sollte mehr Vielfalt und Abwechslung erreicht werden.

Partnerarbeiten werden im Lernpfad angegeben. Bei der vorliegenden Version entscheiden die methodischen Anleitungen der Lehrer/innen, ob und wie über Mathematik gesprochen wird.

Es gibt heuristisch-experimentelle Phasen. Die Exaktifizierung wird im Lernpfad nicht ausreichend angeboten und muss, wenn gewünscht, vom Lehrer / von der Lehrerin methodisch unterstützt werden.

Vorwissen wird eher nicht aktiviert. Es werden verschiedenste Möglichkeiten zur Veranschaulichung genutzt. Wird in einer Aufgabenstellung eine Lernmethode verlangt, so wird das Vorwissen dazu auch aktiviert.

Hilfestellungen zur Bedienung von GeoGebra sollten ergänzt werden. Die Verwendung eines Computeralgebrasystems ist im Lernpfad derzeit noch nicht vorgesehen.

Differenzierungsmöglichkeiten sind vorhanden, die Organisation dieser obliegt jedoch dem Lehrer / der Lehrerin. Informationssuche kommt als Methode vor. Arbeitsauforderungen befinden sich direkt im Lernpfad.

5.3. Zur Festigung und Überprüfung von Wissen und Leistungsmessung

Material für Übungs- und Festigungsphasen ist ausreichend vorhanden. Hinweise für Hausübungen gibt es nicht.

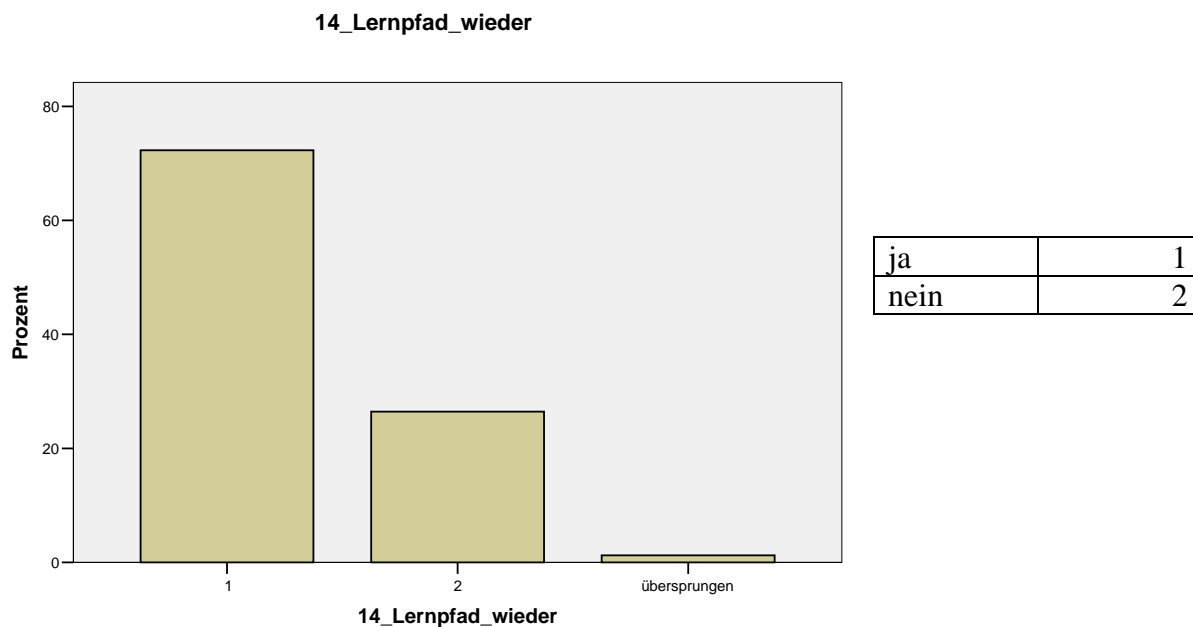
Wissenstests mit Selbstkontrolle sind vorhanden, jedoch ohne Vielfalt (nur 4 Fragen zum Ankreuzen). Zu vielen Aufgaben gibt es keine Lösungen.

6. Äußere Evaluation / Feedback der Schüler/innen

Es gibt 242 Rückmeldungen von Schülerinnen und Schülern aus 9 Klassen.

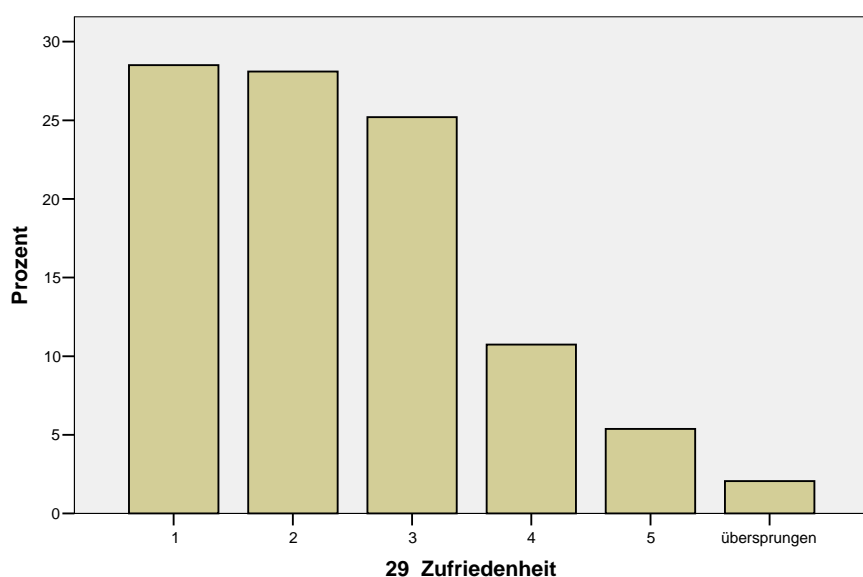
50% der Schülerinnen und Schüler geben an, regelmäßig mit einem programmierbaren Taschenrechner zu arbeiten. Dieses Ergebnis ist überraschend, da in der Unterstufe programmierbare Taschenrechner nur selten eingesetzt werden. Es liegt der Verdacht nahe, dass von den Schülerinnen und Schülern einfache Taschenrechner gemeint wurden (siehe offene Frage zu den Arbeitsmitteln).

75% geben an, dass sie gerne wieder im Mathematikunterricht mit einem Lernpfad arbeiten wollen:



Die Einschätzungen zu mathematischem Tun, Lernen mit Neugier, individuellem Lernen usw. sind überwiegend positiv und entsprechen dem Durchschnitt der gesamten Untersuchung.

Über 50% geben an, mit dem Lernpfad zufrieden gewesen zu sein.



sehr zufrieden	1
eher zufrieden	2
unentschieden	3
eher unzufrieden	4
sehr unzufrieden	5

Zu den interaktiven Übungen werden sehr oft die Beweise (gemeint scheinen die Animationen), der Pythagorasbaum, der Film zum Satz von Pythagoras genannt.

Schüler/innenzitate: „Der Kurzfilm hat mir dabei geholfen den Satz von Pythagoras zu verstehen.“

Positives Feedback:

Unter anderem werden genannt Quiz, Video, Animationen, Beweisen, Spiele, Präsentationen, Seilspanner.

„Mir hat gut gefallen, dass es Spaß macht und man trotzdem etwas dabei lernt.“

Negatives Feedback:

Unter anderem wird angegeben, dass Lösungen fehlen, Beweise werden als negativ empfunden (aber seltener als bei den positiven Rückmeldungen). Außerdem wird erwähnt, dass zu wenig Zeit war. Auch die Erklärungen waren manchen Schüler/innen nicht genau genug.

7. Überblick über den Erstellungsprozess

Für den Erstellungsprozess wurden erst einmal viele bereits im Internet vorhandene Materialien gesichtet und analysiert. Es musste weiters überlegt werden, welche Lernziele erreicht werden sollten. Dabei war vor allem wichtig, dass Schülerinnen und Schüler nach Absolvierung des Lernpfades mehr als das herkömmliche $c^2 = a^2 + b^2$ wissen und behalten sollen.

Im Anschluss an diese Materialsichtung erfolgte eine erste Grobplanung des Lernpfades. Weiters wurde versucht, auch auf die Arbeit mit Lernplattformen Rücksicht zu nehmen und derartige Aufgabenstellungen in den Lernpfad einzubetten. Diese mussten jedoch so allgemein formuliert sein, dass sie auf unterschiedlichen Plattformen realisierbar sind.

Da in diesem Lernpfad auch das Leben von Pythagoras eine Rolle spielt und die Schülerinnen bzw. Schüler auch etwas über ihn in Erfahrung bringen sollte, erfolgte eine Recherche zum benötigten Material. Im Anschluss daran musste das Material gesichtet und unter dem Aspekt – Verständlichkeit für Schülerinnen und Schüler – geordnet werden.

Der nächste Schritt bestand in der ersten Umsetzungsphase des Lernpfades. Danach folgten einige Überarbeitungen – vor allem auch des Layouts – zur Anpassung an das vom Medienvielfaltsprojekt verwendete.

Danach war zu überlegen, an welchen Stellen dynamische Geometrie Systeme einzubauen wären. Derzeit wird in einem Lernschritt GeoGebra verwendet und den Schülerinnen bzw. Schülern eine vorbereitete Datei zur Weiterarbeit zur Verfügung gestellt.

Ferner wurde überlegt CAS im Bereich der pythagoreischen Tripel einzubauen. Was bis dato aber noch nicht erfolgte. Es scheint so, als würde die doch in diesem kleinen Bereich recht aufwendige Handhabung des CAS den Einsatz an dieser Stelle nicht rechtfertigen.



Medienvielfalt
im **Mathematikunterricht** 

Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

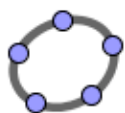
Medienvielfalt im Mathematikunterricht

TEIL 4

LERNPFAD PYTHAGORAS IM RAUM

8. Schulstufe

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

Lernpfad: Pythagoras im Raum

8. Schulstufe

Autoren/innen: Anita Dorfmayr, Walter Klinger, Anton Nagl

1. Motivation – Warum wurde das Thema gewählt?

Ausgehend von dem schon vorhandenen Lernpfad *Pythagoras 3. Klasse* und einem Stationenbetrieb zum Thema Pythagoras mit E-Learning – Elementen (ebenfalls für die 3. Klasse) war eine Umsetzung in Form eines Lernpfades wünschenswert.

Der Lernpfad sowie drei didaktische Anleitungen für mögliche Umsetzungen im Unterricht wurden bereits im Rahmen des bm:bwk - Projektes CAV erstellt und erstmals getestet. Es fehlte eine Überarbeitung und Erweiterung, sowie ein didaktischer Kommentar.

2. Didaktischer Kommentar

Im Rahmen dieses Lernpfades sollen folgende Inhalte abgedeckt werden: Kennenlernen und Nachvollziehen verschiedener Beweise, Übungen zum räumlichen Vorstellungsvermögen, Anwendungen des Satzes von Pythagoras in Körpern (Prismen, Pyramiden, Oktaeder und Tetraeder), Herleiten des Katheten- und Höhensatzes

Kurzinformation	
Schulstufe	8. Schulstufe
Dauer	5 - 8 Stunden
Unterrichtsfächer	Mathematik
Verwendete Medien	Dynamische Geometrie Software (z.B. GeoGebra), Applets (Java, Flash), Internet
Technische Voraussetzungen	Java, Flash Player, Internet, eventual Lernplattform
Autoren	Anita Dorfmayr, Walter Klinger

Voraussetzungen

- Technische Voraussetzungen: GeoGebra (kostenlos von www.geogebra.at), Java (kostenlos von www.java.com), Internet, eventuell Lernplattform
- Vorwissen der SchülerInnen: Lehrsatz des Pythagoras und seine Anwendung in ebenen Figuren, Volumen von Prisma und Pyramide
- Technisches Vorwissen der SchülerInnen: elementarer Umgang mit dem Internet und einem DGS (z.B. GeoGebra), eventuell Umgang mit einem Forum in einer Lernplattform

Lerninhalte und Lernziele

Lerninhalt	Lernziel
Herleitung des Satzes von Pythagoras	Geometrische Darstellungen deuten können, Vermutungen anstellen und formulieren können
Beweise für den Satz des Pythagoras	eine Begründung für den Lehrsatz des Pythagoras verstehen können, geometrische Darstellungen interpretieren können
Anwendungen in einfachen Aufgabenstellungen	den Lehrsatz des Pythagoras für Berechnungen in ebenen Figuren nutzen können, Variablen als Mittel zum Beschreiben von Sachverhalten und zum Lösen von Problemen verwenden können
Anwendungen in komplexeren Aufgabenstellungen (Prisma, Pyramide, Oktaeder, Tetraeder)	den Lehrsatz des Pythagoras für Berechnungen in Körpern nutzen können, Variablen als Mittel zum Beschreiben von Sachverhalten und zum Lösen von Problemen verwenden können, eigene Lösungswege entwickeln können
Katheten- und Höhensatz	Vermutungen anstellen und mathematisch exakt formulieren können, mathematische Zusammenhänge begründen können, argumentieren und exaktes Arbeiten, Höhen- und Kathetensatz erklären und einen Beweis präsentieren können
Rechtwinkelige Dreiecke in Körpern	Rechtwinkelige Dreiecke in Prismen und Pyramiden mithilfe eines DGS einzeichnen können, räumliches Vorstellungsvermögen entwickeln
Basteln eines Oktaeder-Skeletts	Räumliches Vorstellungsvermögen entwickeln

Didaktischer Hintergrund

Der Lernpfad wurde zum selbstständigen Erarbeiten der Inhalte konzipiert. Besonderes Augenmerk wurde auf die Verbindung von interaktiven Lernhilfen / Lernobjekten, Dynamischer Geometrie und traditionellen Medien (Buch, Heft, Papier, Schere, etc.) gelegt. Für den Lernpfad wurden drei didaktische Konzepte (E-Learning, Stationenbetrieb, EVA-Lernspirale) entwickelt und erprobt.

Einsatz im Unterricht

Grundsätzlich wäre für ein effizientes Arbeiten pro Schüler/Schülerin ein PC notwendig; allerdings ist auch eine Partnerarbeit an einem Gerät bei entsprechender Abstimmung der Lerngeschwindigkeiten der beiden Partner durchaus möglich. Einzelne Module können auch ohne PC in der Klasse vorbereitet und / oder durchgeführt werden.

Verlaufsplan

Wo nicht anders angegeben, bleibt die Wahl der Sozialform den Schülerinnen und Schülern überlassen.

Die drei Phasen müssen in der angegebenen Reihenfolge absolviert werden. Die einzelnen Module einer Phase können in beliebiger Reihenfolge bearbeitet werden.

Einstieg: Vorwissen / Voreinstellungen aktivieren

- Selfchecking Tests (Lückentexte, Zuordnungsübung)
- Lernprogramm zum Schließen individueller Wissenslücken

- Multiple Choice Quiz: Aufgabenstellungen zum Erkennen geometrischer ebener Figuren in räumlichen Situationen

Neuigkeiten: Neue Kenntnisse / Verfahrensweisen erarbeiten

- Katheten- und Höhensatz (Expertenmodell: Einzelarbeit – Partnerarbeit – Gruppenarbeit – Präsentation)
- Lernprogramm zur Anwendung des Satzes des Pythagoras in Pyramiden
- Dynamische Arbeitsblätter in einem DGS zur Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens
- Basteln eines Oktaeder-Skeletts (haptischer Zugang zur Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens)
- Anwendungsaufgaben mit Text

Herausforderungen: Komplexere Anwendungs- / Transferaufgaben

- DGS-Aufgabe: Errichte über den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks gleichseitige Dreiecke. Was fällt dir auf? Formuliere und beweise deine Entdeckung!
- Anwendung des Satzes von Pythagoras auf Tetraeder und Oktaeder: Oberfläche und Volumen
- Beweise: Perigal, Beweis mit Hilfe des Kathetensatzes

Kombination der Medien

Verschiedene interaktive Selfchecking-Tests ermöglichen den SchülerInnen, zu Beginn dieses Teils des Lernpfades den Status ihres Wissens, das Voraussetzung für die weiteren Lernschritte ist, festzustellen. In Kombination mit einem Lernprogramm, das die Inhalte der 7. Schulstufe abdeckt, können sie gegebenenfalls individuelle Wissenslücken schließen. Java-Applets, ein weiterführendes Lernprogramm sowie traditionell zu bearbeitende Arbeitsblätter bieten verschiedene Zugänge zu Erweiterungen des Satzes des Pythagoras und dessen Anwendung in Körpern. Zum Schulen des räumlichen Vorstellungsvermögens werden dynamische Arbeitsblätter in einem DGS mit haptischen Aufgabenstellungen (Herstellung eines Oktaeder-Skeletts kombiniert.

Lernmedien der SchülerInnen

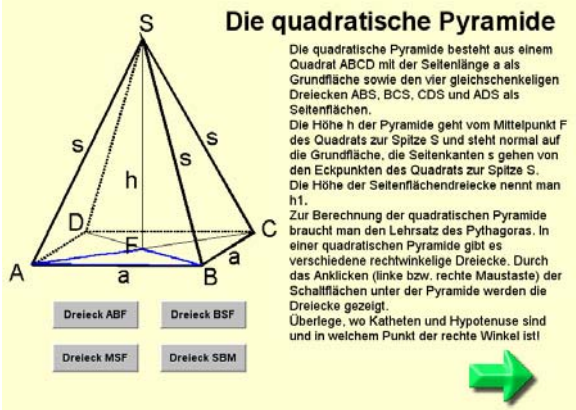
Die Schüler arbeiten mit diesem Lernpfad nicht nur am Computer. Ihre Tätigkeiten und Ergebnisse sollen sie auch auf Arbeitsblättern oder in einem Heft festhalten. Außerdem kann eine Lernplattform sinnvoll eingesetzt werden.

Leistungsbeurteilung

Neben einer Bewertung der Protokolle der Schülerinnen und Schüler im Rahmen der Mitarbeit (nach einem vereinbarten Punktesystem) erfolgt die Leistungsbeurteilung über entsprechende Schularbeitsbeispiele. Bei Verwendung einer Lernplattform sollte auch die Beteiligung der Schülerinnen und Schüler am Forum (z.B. nach einem vereinbarten Punktesystem) beurteilt werden.

3. Vorteile des Medieneinsatzes – exemplarische Beschreibung der Materialien

Selbständiges Erarbeiten mit Hilfe eines interaktiven Programms



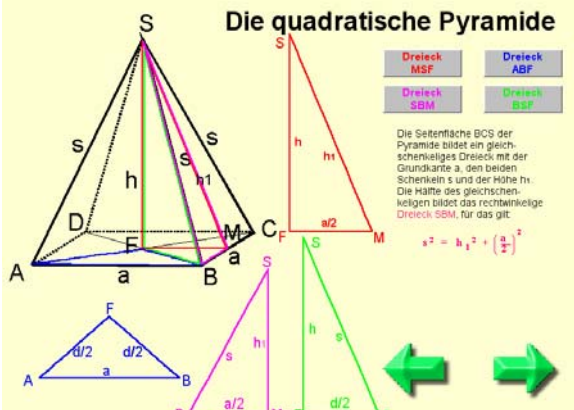
Die quadratische Pyramide

Die quadratische Pyramide besteht aus einem Quadrat ABCD mit der Seitenlänge a als Grundfläche sowie den vier gleichschenkeligen Dreiecken ABS, BCS, CDS und ADS als Seitenflächen.

Die Höhe h der Pyramide geht vom Mittelpunkt F des Quadrats zur Spitze S und steht normal auf der Grundfläche, die Seitenkanten s gehen von den Eckpunkten des Quadrats zur Spitze S. Die Höhe der Seitenflächendreiecke nennt man h₁.

Zur Berechnung der quadratischen Pyramide braucht man den Lehrsatz des Pythagoras. In einer quadratischen Pyramide gibt es verschiedene rechtwinklige Dreiecke. Durch das Anklicken (linke bzw. rechte Maustaste) der Schaltflächen unter der Pyramide werden die Dreiecke gezeigt.

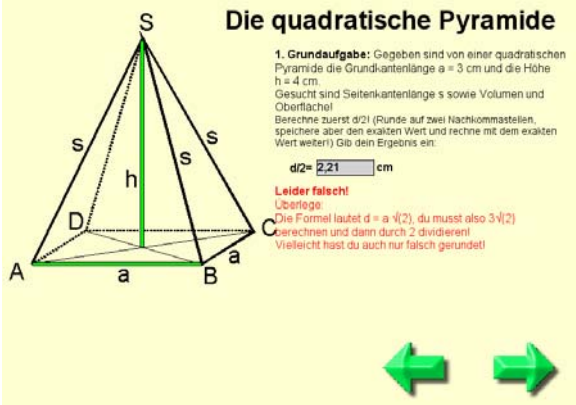
Überlege, wo Katheten und Hypotenuse sind und in welchem Punkt der rechte Winkel ist!



Die quadratische Pyramide

Die Seitenfläche BCS der Pyramide bildet ein gleichschenkeliges Dreieck mit der Grundkante a, den beiden Schenkeln s und der Höhe h₁. Die Hälfte des gleichschenkeligen bildet das rechtwinklige Dreieck SBM, nur das gilt:

$$s^2 = h_1^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$



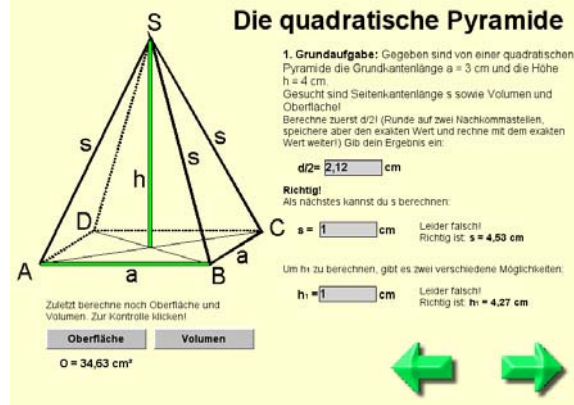
Die quadratische Pyramide

1. Grundaufgabe: Gegeben sind von einer quadratischen Pyramide die Grundkantenlänge a = 3 cm und die Höhe h = 4 cm. Gesucht sind Seitenkantenlänge s sowie Volumen und Oberfläche.

Berechne zuerst d/2! (Runde auf zwei Nachkommastellen, speichere aber den exakten Wert und rechne mit dem exakten Wert weiter!) Gib dein Ergebnis ein:

d/2 = cm

Leider falsch!
Überlege:
Die Formel lautet d = a · √(2), du musst also 3 · √(2) berechnen und dann durch 2 dividieren!
Vielleicht hast du auch nur falsch gerundet!



Die quadratische Pyramide

1. Grundaufgabe: Gegeben sind von einer quadratischen Pyramide die Grundkantenlänge a = 3 cm und die Höhe h = 4 cm. Gesucht sind Seitenkantenlänge s sowie Volumen und Oberfläche.

Berechne zuerst d/2! (Runde auf zwei Nachkommastellen, speichere aber den exakten Wert und rechne mit dem exakten Wert weiter!) Gib dein Ergebnis ein:

d/2 = cm

Richtig!
Als nächstes kannst du s berechnen:

s = cm Leider falsch!
Richtig ist: s = 4.53 cm

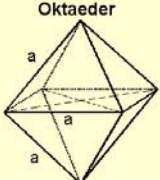
Um h₁ zu berechnen, gibt es zwei verschiedene Möglichkeiten:

h₁ = cm Leider falsch!
Richtig ist: h₁ = 4.27 cm

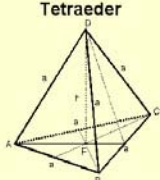
Zuletzt berechne noch Oberfläche und Volumen. Zur Kontrolle klicke!

O = 34.63 cm²

Spezielle Pyramiden



Ein Oktaeder ist eine quadratische Doppelpyramide, bei der alle Seiten gleich lang sind.



Ein Tetraeder ist eine regelmäßige dreiseitige Pyramide, bei der alle Seiten gleich lang sind.

Abbildung 1: Mediator - Programm

Selbstständiges Überprüfen von Vorwissen - Quiz

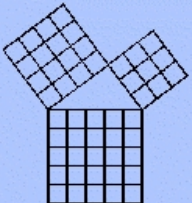
 <p>Pythagoras - Wirtswart</p> <p>Zuordnungsübung</p>	<div style="background-color: #000080; color: white; padding: 2px; display: flex; justify-content: space-around;"> Inhalt neue Aufgaben </div>														
<p>Der Lehrsatz des Pythagoras kann in fast allen ebenen Figuren formuliert werden. Leider ist hier alles durcheinander geraten. Kannst du Ordnung schaffen? Kontrolliere erst ganz zum Schluss!</p>															
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">Kontrolle</div>															
<p>© Dorfmayr 2004</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; border: 1px solid black; padding: 5px;">rechtwinkeliges Dreieck mit Katheten x und z und Hypotenuse y</td> <td style="width: 50%; border: 1px solid black; padding: 5px;">$a^2 + b^2 = c^2$</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Rechteck mit Seiten a und c und Diagonale b</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$a^2 + c^2 = b^2$</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Quadrat mit Diagonale x und Seitenlänge y</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$2y^2 = x^2$</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Quadrat mit Diagonale a und Seitenlänge c</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$x^2 + y^2 = z^2$</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">rechtwinkeliges Dreieck mit den Katheten a und b und der Hypotenuse c</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$x^2 + z^2 = y^2$</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$2c^2 = a^2$</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$4a^2 = c^2$</td> </tr> </table>		rechtwinkeliges Dreieck mit Katheten x und z und Hypotenuse y	$a^2 + b^2 = c^2$	Rechteck mit Seiten a und c und Diagonale b	$a^2 + c^2 = b^2$	Quadrat mit Diagonale x und Seitenlänge y	$2y^2 = x^2$	Quadrat mit Diagonale a und Seitenlänge c	$x^2 + y^2 = z^2$	rechtwinkeliges Dreieck mit den Katheten a und b und der Hypotenuse c	$x^2 + z^2 = y^2$		$2c^2 = a^2$		$4a^2 = c^2$
rechtwinkeliges Dreieck mit Katheten x und z und Hypotenuse y	$a^2 + b^2 = c^2$														
Rechteck mit Seiten a und c und Diagonale b	$a^2 + c^2 = b^2$														
Quadrat mit Diagonale x und Seitenlänge y	$2y^2 = x^2$														
Quadrat mit Diagonale a und Seitenlänge c	$x^2 + y^2 = z^2$														
rechtwinkeliges Dreieck mit den Katheten a und b und der Hypotenuse c	$x^2 + z^2 = y^2$														
	$2c^2 = a^2$														
	$4a^2 = c^2$														

Abbildung 2: Selfchecking - Quiz

Händisches Anfertigen eines Oktaeders durch Computeranleitung

Schritt 1

Falte zuerst zwei Bergfalten horizontal durch die Halbierungspunkte der Quadratseiten.

Drehe dann das Papier um und falte entlang der Diagonalen.

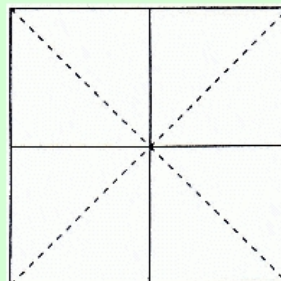


Abb. 1: Vorlage

Falte alle sechs Quadrate in der gleichen Art und Weise. Achte besonders darauf, die Falten stark zu machen!



Abb. 2: So sollen die Skelett-Teile aussehen

[zurück zu Skelett eines Oktaeders](#)

[weiter zu Schritt 2](#)

Abbildung 3: Oktaeder - Skelett - Schritt 1

Und nach mehreren Schritten sieht das Resultat folgendermaßen aus:

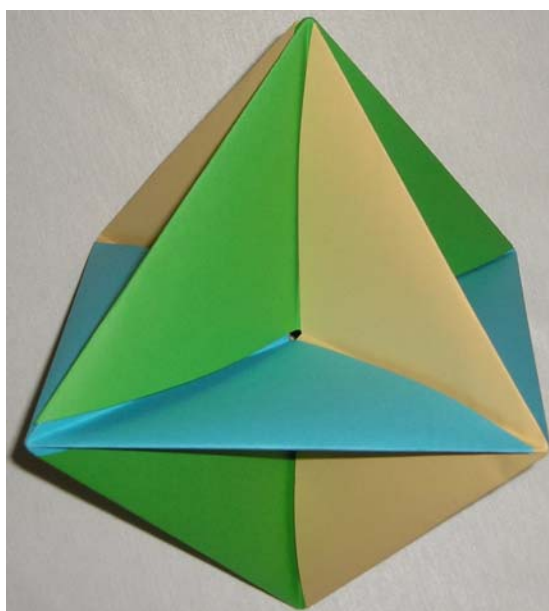


Abbildung 4: Fertiges Skelett eines Oktaeders

Selbstständiges Lösen von Aufgaben – Selbstkontrolle

Arbeitsblatt:

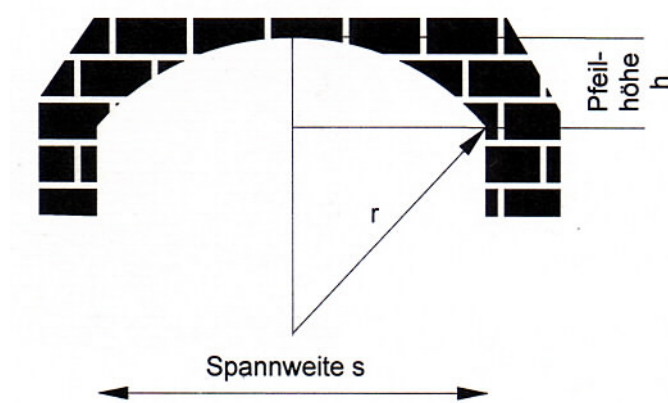
Führe folgende Arbeitsaufträge durch:

1) Lies dir die Angabe genau durch und gib an, welche geometrischen Figuren du bei dieser Aufgabenstellung erkennst!

Wo befindet (befinden) sich (ein) rechtwinkelige(s) Dreieck(e)? Zeichne diese auf dem Arbeitsblatt ein!

Der Flachbogen einer Fensteröffnung soll eine Spannweite s von 1,40 m und einer Pfeilhöhe h von 12 cm haben.

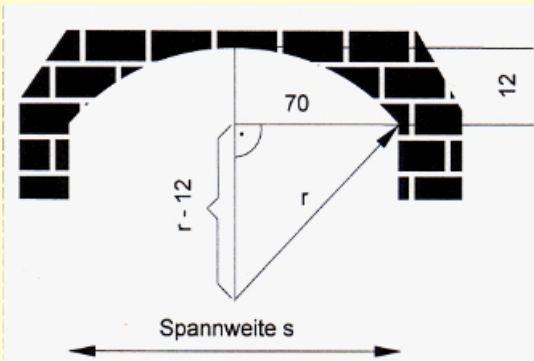
Wie muss der Handwerker Gaffnix den Radius r des Bogens in cm wählen?



2) Versuche eine Lösung dieser Aufgabenstellung – zeichne dir das rechtwinkelige Dreieck auf (runde auf cm!)

3) Kontrolliere deine Lösung!

Lösung Flachbogen



Spannweite s

$$(r - 12)^2 + 70^2 = r^2$$

$$r^2 - 24r + 144 + 4\,900 = r^2$$

$$5\,044 = 24r$$

$$210,2 = r \quad \text{gerundet}$$

Handwerker Raffnix errechnet einen Bogen mit dem Radius von 210 cm.

Gib die Lösung ein (runde auf die Einerstelle): cm

Lösung zeigen

←
→

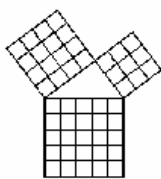
Startseite
Ende

Abbildung 5: Mediator-Programm zum Vergleichen der Lösungen

4. Drehbuch / Drehbücher – Methodisch-didaktische Anleitungen

4.1. Unterrichtsorganisation – Arbeitsanweisungen für Schüler/innen

E-Learning – Sequenz



e-Learning – Sequenz

Pythagoras 3D

Arbeitsplan



Alle **Unterlagen** findest du auf unserer Homepage: www.bgtulln.ac.at/~dorfmayr/web4f/

Die **Projektmappe** ist händisch oder am Computer zu führen und enthält:

- **Arbeitsplan**
- **Zeitplan**, auf dem möglichst genau eingetragen ist, wann du was mit wem machen möchtest / gemacht hast. Das Projekt dauert **5 Unterrichtsstunden**, und dein Zeitplan hat schon folgende **Fixpunkte**:
 - spätestens bis Montag, 13.12.2004: Höhen- und Kathetensatz: 1. Phase
 - am Donnerstag, 16.12.2004: Höhen- und Kathetensatz: 2. und 3. Phase

Grund: im Raum C3 ist keine Einzelarbeit möglich!
- Alle deine **Aufzeichnungen**: Rechnungen, Merksätze, Skizzen, Probleme, Hausübungen, ...
Achte besonders darauf, deine Projektmappe übersichtlich zu gestalten! Vergiss nicht auf Überschriften, Beispielangaben, etc.
- **Protokoll** zu jedem Lernschritt mit den folgenden Inhalten:
 - Titel des Lernschritts
 - kurze Beschreibung des Inhaltes
 - Hast du den Lernschritt in Einzelarbeit gemacht? Wenn nein, mit wem hast du ihn bearbeitet?
 - Wie lange hast du für den Lernschritt ungefähr gebraucht?
 - Hattest du Probleme mit dem Lernschritt? Wenn ja, welche?

Es gibt 4 **Hausübungen**, die verschiedenen Themen zugeteilt sind. Die Beispiele findest du in deinem Schulbuch. Überlege selbst, wann du welche Hausübung machen kannst und teile dir die Arbeit gut ein!

Pythagoras in ebenen Figuren: Pflicht: 625 b, 643 a, 651 a, 652 a, 656 a Bonus: 657 a, 658	Höhen- und Kathetensatz: Pflicht: 605 a, b, d, f
Pythagoras im Raum: Pflicht: 659 a, 671, 677 (Prisma) 681, 683 (Pyramide) Bonus: 679 b	Beweis: Führe einen Beweis für den Lehrsatz des Pythagoras. Wähle selbst einen Beweis, den du gut verstehst. Du kannst dazu vorgehen, wie in Beispiel 606 oder 607 oder einen anderen Beweis führen.

Sollten Fragen bzw. Probleme auftauchen: **Hilfe** von Dr. Dorfmayr bekommst du in der Regel erst dann, wenn du deine Frage auch im **Diskussionsforum des Infoportals** gestellt hast.

Zur **Beurteilung** des Projektes zählen

- Projektmappe (Vollständigkeit, Ausführung, ...)
- Arbeitshaltung (Selbständigkeit, Beteiligung am Diskussionsforum am Infoportal, ...)
- Hausübungen. Achte auch auf rechtzeitige Abgabe der Hausübungen!
- Freiwillige Zusatzübungen, wie Bonus-Hausübungen oder ???

Die Projektmappe (mit Hausübungen) muss vor den Weihnachtsferien abgegeben werden.

Viel Vernügen!

Abbildung 6: Informationsblatt für Schüler/innen

EVA - Lernspirale

Makrospirale

Vorwissen /Voreinstellungen aktivieren

A 01	Pythagoras´ Lieblingsdreieck - Lückentext
A 02	Pythagoras Wirrwarr - Zuordnungsübung
A 03	Eigenschaften eines Quaders - Lückentext
A 04	Pythagoras in Ebenen Figuren - Programm
A 05	Karmin á la Pythagoras
A 06	Überall Pythagoras

Neue Kenntnisse/ Verfahrensweisen erarbeiten

A 07	Kathetensatz und Höhensatz
A 08	Pythagoras in Pyramiden - Programm
A 09	Suchen nach rechtwinkligen Dreiecken
A 10	Bastelanleitung Oktaeder
A 11	7 Mal – Überall Pythagoras

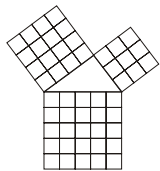
Komplexere Anwendungs-/Transferaufgaben

A 12	Weitere schwierige Beispiel
A 13	Komplexere Körper: Oktaeder und Tetraeder
A 14	Beweis nach Perigal – Applet
A 15	Beweis mit Hilfe des Kathetensatz – Applet

Mikrospirale zu Arbeitsinsel: 7 Mal – Überall Pythagoras - Expertengruppen

Arbeits-schritte	Lernaktivitäten der SchülerInnen	Sozial-form	Zeit	Arbeitsmittel/Anlagen	Sonstiges
0	Voraussetzung die Arbeitsinsel 6: "Erkennen der geometrischen Figuren" wurde bereits vorher gemacht (Museumsrundgang). Wenn nicht, dann kann auch damit erst bei dieser Arbeitsinsel begonnen werden	GA/ Plenum		Arbeitsblätter entweder bereits ausgedruckt oder sie werden jetzt erst verwendet.	
1	Löse ein Beispiel (jede Schülerin/ jeder Schüler erhält ein Arbeitsblatt)	EA	10 Min.	7 Arbeitsblätter vorbereiten	Zufällige Zuteilung (eventuell den Schwierigkeitsgrad bekannt geben, damit die Schüler auswählen können)
2	Alle mit derselben Aufgabenstellung vergleichen den Lösungsweg und das Ergebnis (Expertengruppen) Danach gemeinsame Kontrolle (Computer)	GA	5 Min		
3	Treffen in der Basisgruppe (Mischgruppe). Jeder bekommt die fehlenden Arbeitsblätter und erklärt sein Beispiel und bekommt die anderen erklärt (Danach Kontrolle mit dem Computer möglich!)	GA	30 Min		
4	Vortrag über ein zufällig gewähltes Beispiel vor der Klasse (Skizze, Erklärung und Rechengang und Ergebnisse)	Plenum	15 Min	Ev. Beamer Arbeitsblatt zeigen!	An der Tafel!

Offenes Lernen - Stationenbetrieb


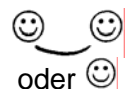







Überall Pythagoras

Name:

In diesem Projekt sind alle Stationen Selbstkontrolle! Du brauchst ein Quadermodell sowie dein Mathematikbuch! Alle Stationen findest du auf der Lernplattform! Zeitplan: 3 Stunden im Informatiksaal, 1 Stunde in der Klasse.

Nr.	Titel	Aktivität	Schüler-	Arbeitsauftrag	P/W	Kontrolle
1	Pythagoras' Lieblingsdreieck			Starte den Lückentext und bearbeite ihn!	Pflicht	
2	Pythagoras Wirrarr			Starte die Zuordnungsübung und bearbeite sie!	Wahl	
3	Eigenschaften eines Quaders			Starte den Lückentext und bearbeite ihn!	Pflicht	
4	Pythagoras in ebenen Figuren			Starte das Programm und bearbeite die Beispiele! Du brauchst ein Blatt Papier, etwas zum Schreiben und deinen TR!	Pflicht	
5	Kamin á la Pythagoras		oder	Starte die Station und führe die Anweisungen durch! Die ausgedruckten Vorlagen befinden sich in der Mappe! Du brauchst eine Schere!	Wahl	
8	Pythagoras in Pyramiden			Starte das Programm und bearbeite die Beispiele! Du brauchst ein Blatt Papier, etwas zum Schreiben und deinen TR!	Pflicht	
9	Suche nach recht-			Starte die Station und führe die Anweisungen durch! (Wenn du mit dem Programm ZuL nicht zurechtkommst, schaue dir nur die	Wahl	

	winkeligen Dreiecken			Lösungen an!)		
11	Überall Pythagoras		 oder 	Hole dir die Arbeitsblätter aus der Mappe aus und löse die gestellten Aufgaben. Zur Kontrolle starte die Station und gehe auf „Lösungen“.	Pflicht	
13	Oktaeder und Tetraeder			Starte die Station und führe die Anweisungen durch! Hilfe im Buch Seite 183 und Seite 184! Voraussetzung: Station 8	Wahl	
14	Beweis nach Perigal			Starte das Applet und führe die Anweisungen durch!	Wahl	

Die Projektmappe muss spätestens am 24.2. abgegeben werden! (Die HÜ kann schon früher abgegeben werden!)

Deine **Projektmappe** enthält:

- o Alle deine **Aufzeichnungen** (Rechnungen, Merksätze, Skizzen, Probleme, Hausübungen, ...) Achte besonders darauf, deine Projektmappe übersichtlich zu gestalten! Vergiss nicht auf Überschriften, Beispielangaben, etc.
- o **Protokoll** zu jeder Station mit den folgenden Inhalten: Titel des Lernschritts, kurze Beschreibung des Inhaltes. Mit wem hast du den Lernschritt bearbeitet? Wie lange hast du für den Lernschritt ungefähr gebraucht? Hattest du Probleme mit dem Lernschritt? Wenn ja, welche?
- o **Hausübung:** 659 a, 671, 676 b (Quader) und 681, 683 a, 686 b, 689 a (Pyramide) sowie 696 b, 700 a (Bonusbeispiele)

Zur **Beurteilung** des Projektes zählen: Projektmappe (Vollständigkeit, Ausführung, ...), Arbeitshaltung, Hausübung (achte auch auf rechtzeitige Abgabe der Hausübung), freiwillige Zusatzübungen (Wahlstationen, Bonus-Hausübung)

Viel Vergnügen!

4.2. Anleitungen für Lehrer/innen

Der Lehrer / die Lehrerin wählt aus den drei angebotenen didaktischen Umsetzungsmöglichkeiten eine aus.

5. Ergebnisse der internen Evaluation

Zum didaktisch-methodischen Kommentar

Der Lernpfad vertieft und übt den Satz von Pythagoras, die räumliche Anwendung ist neu. Lerninhalte und Lernziele werden ausreichend angeführt, notwendiges Vorwissen angeführt und adäquat formuliert. Es gibt keine neuen Begriffsbildungen, aber Präzisierungen. Über das technologische Umfeld wird informiert. Anknüpfungspunkte zu Schulbüchern gibt es in den Arbeitsplänen.

Methodische Vorschläge gibt es als E-Learning-Sequenz, zu Stationenbetrieb und als Lernspirale (für die nur einige Arbeitsinseln ausgeführt sind). Zu Stationenbetrieb und E-Learning-Sequenz sind Arbeitspläne vorhanden. Die Lernspirale ist lernzielorientiert, Stationenplan und E-Learning-Arbeitsblatt handlungsorientiert. Die Vorschläge sind flexibel, darüber hinaus werden den Lehrern und Lehrerinnen sogar Leerformulare für Lernspiralen angeboten.

Zum Lernpfad selbst

Inhalte und Begriffe werden korrekt und konsistent verwendet. Lernziele werden im Lernpfad für Schülerinnen und Schüler nicht transparent gemacht. Es gibt konkret-operative Phasen, bei den Lerntypen werden bildhaft, lesend, schreibend und aktives Tun angesprochen.

Es gibt ausreichend Anleitungen und Möglichkeiten, über Mathematik zu sprechen sowie heuristisch-experimentelle Phasen. Beweise werden darüber hinausgehend eher nicht exaktifiziert. Veranschaulichungen werden sehr intensiv genutzt.

Notwendige methodische Vorkenntnisse und Fertigkeiten werden teilweise aktiviert.

Anleitungen zu Arbeitsformen und Dokumentation sind (vor allem in den Drehbüchern) ausreichend vorhanden. Differenzierung ist möglich, es gibt ausreichend Wahlaufgaben bzw. Zusatzmaterial. Informationssuche wird im Expertenmodell zum Kathetensatz mit Hilfe des Schulbuches verlangt.

Die Gliederung ist übersichtlich. Zusammenfassungen von Wissen gibt es nicht.

Handlungsanweisungen zu Applets und anderen dynamischen Elementen sind vorhanden, in einzelnen Fällen möglicherweise nicht ausreichend. Lernschritte und Tätigkeiten sind sowohl im Lernpfad als auch in den Drehbüchern vorhanden.

Zur Festigung und Überprüfung von Wissen und Leistungsmessung

Hinweise zur Leistungsmessung und Leistungsbeurteilung sind in den Drehbüchern vorhanden. Übungs- und Festigungsphasen sind vorhanden. Fehlerdiagnose und nachträgliche Wissensüberprüfung sind nicht vorgesehen.

6. Äußere Evaluation / Feedback der Schüler/innen

66 Schüler/innen aus 3 Klassen haben teilgenommen.

Die Arbeitsform Partnerarbeit kennen etwa 95% der Schüler/innen aus dem Mathematikunterricht. Dies sind etwa 10 Prozentpunkte mehr als im Durchschnitt.

70% der Schülerinnen und Schüler geben an, mit programmierbarem Taschenrechner zu arbeiten, wobei dieser Wert nicht realistisch erscheint (siehe offene Frage „Andere Arbeitsweise“). Möglicherweise meinen die Schüler/innen numerische Taschenrechner.

Das Layout findet mit 70% Gefallen. Die Sprache des Lernpfads wird als etwas verständlicher empfunden als im Durchschnitt.

Etwa 60% geben an, den Lernpfad auch zu Hause verwendet zu haben. Dies hebt sich deutlich vom Durchschnitt ab (siehe Abbildung 7). Dasselbe gilt auch für die Frage, ob der Lernpfad auch zum Üben für die Schularbeit verwendet wird. Fast 70% der Schüler/innen geben an, dass sie dies getan haben bzw. beabsichtigen (siehe Abbildung 8).

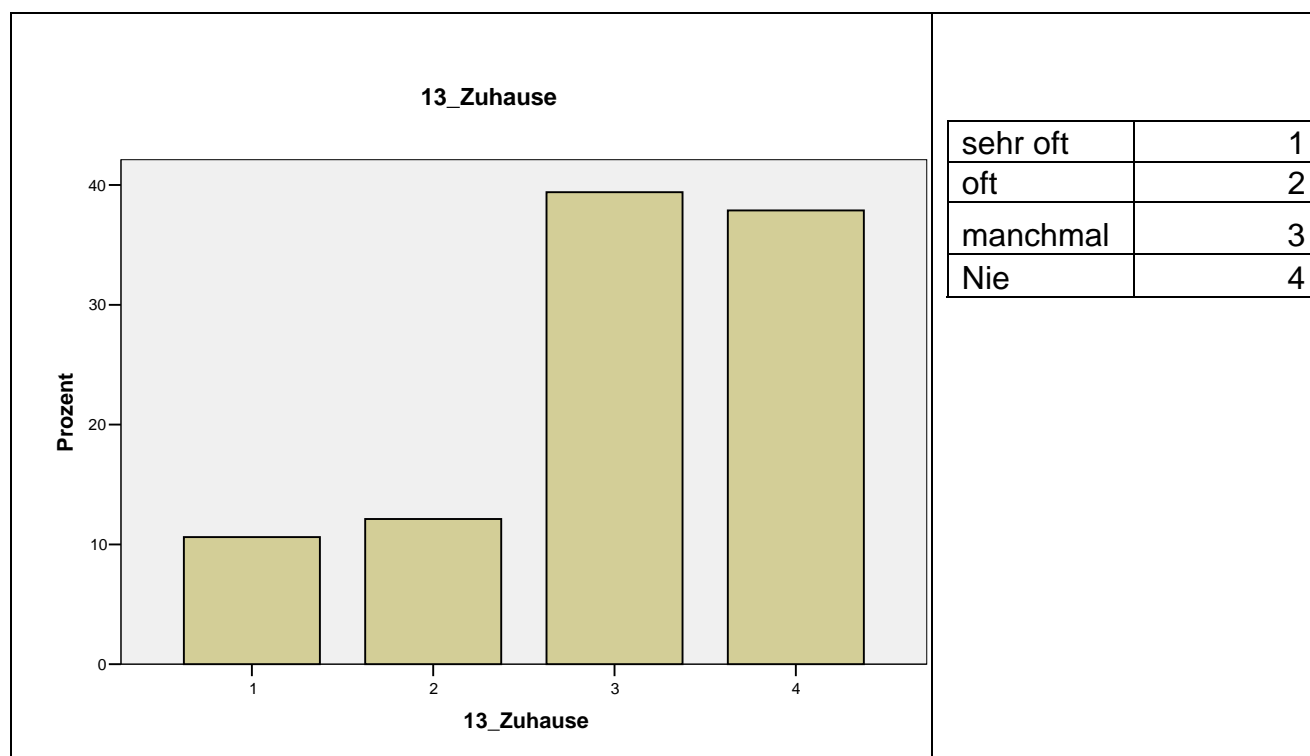


Abbildung 7: Ich habe auch zu Hause mit dem Lernpfad gearbeitet.

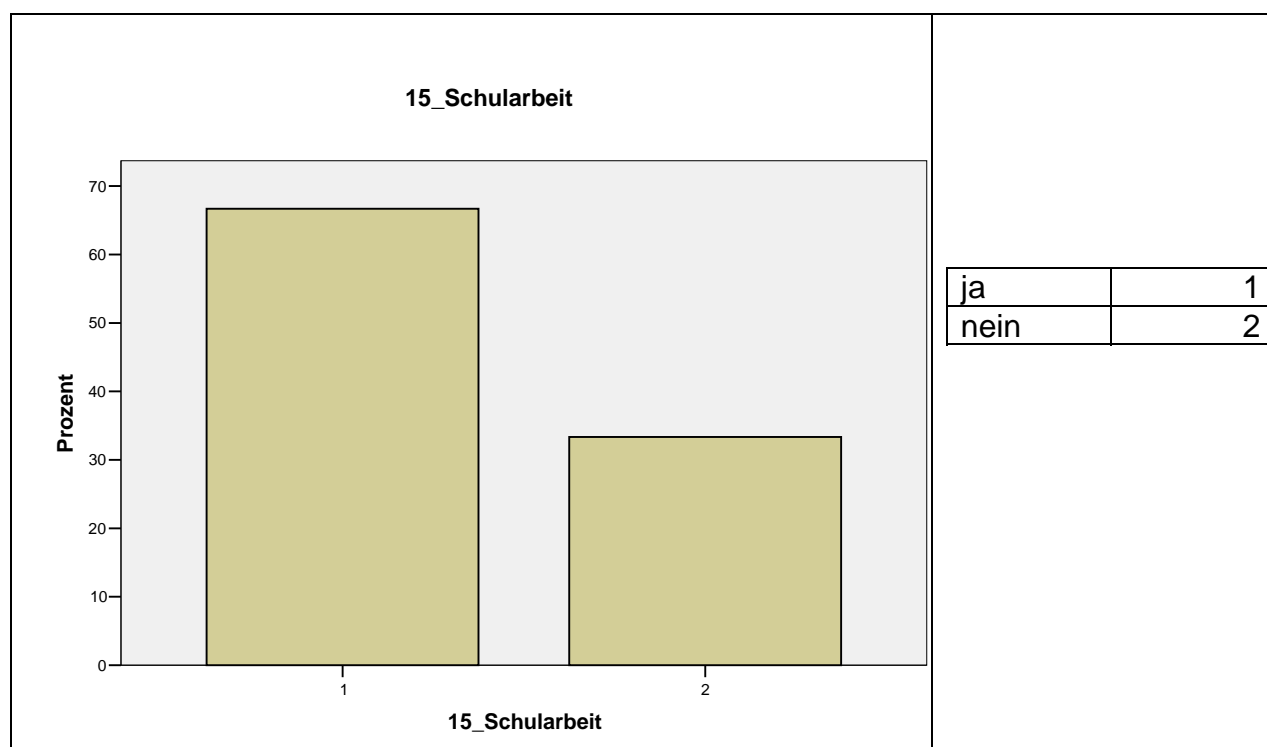


Abbildung 8: Ich habe / werde den Lernpfad zum Üben für die Schularbeit verwenden.

Der Lernpfad wird von allen Schülerinnen und Schülern verstanden. Fast 60% stimmen zu, dass das Verstehen mathematischer Inhalte beim Bearbeiten des Lernpfades wichtig war, dies sind mehr als im Durchschnitt.

Auffällig ist, dass unterdurchschnittlich wenige Schüler/innen mit anderen kommuniziert haben und Austausch an Hilfe erlebt haben (siehe Abbildungen 9 und 10). Als Ursache für diese Rückmeldungen kann vermutet werden, dass zwei Mediator-Programme im Lernpfad auf individuelles Lernen abzielen. Gemeinsames Arbeiten wird von überdurchschnittlich vielen als sehr zutreffend erlebt, von einigen aber als völlig unzutreffend.

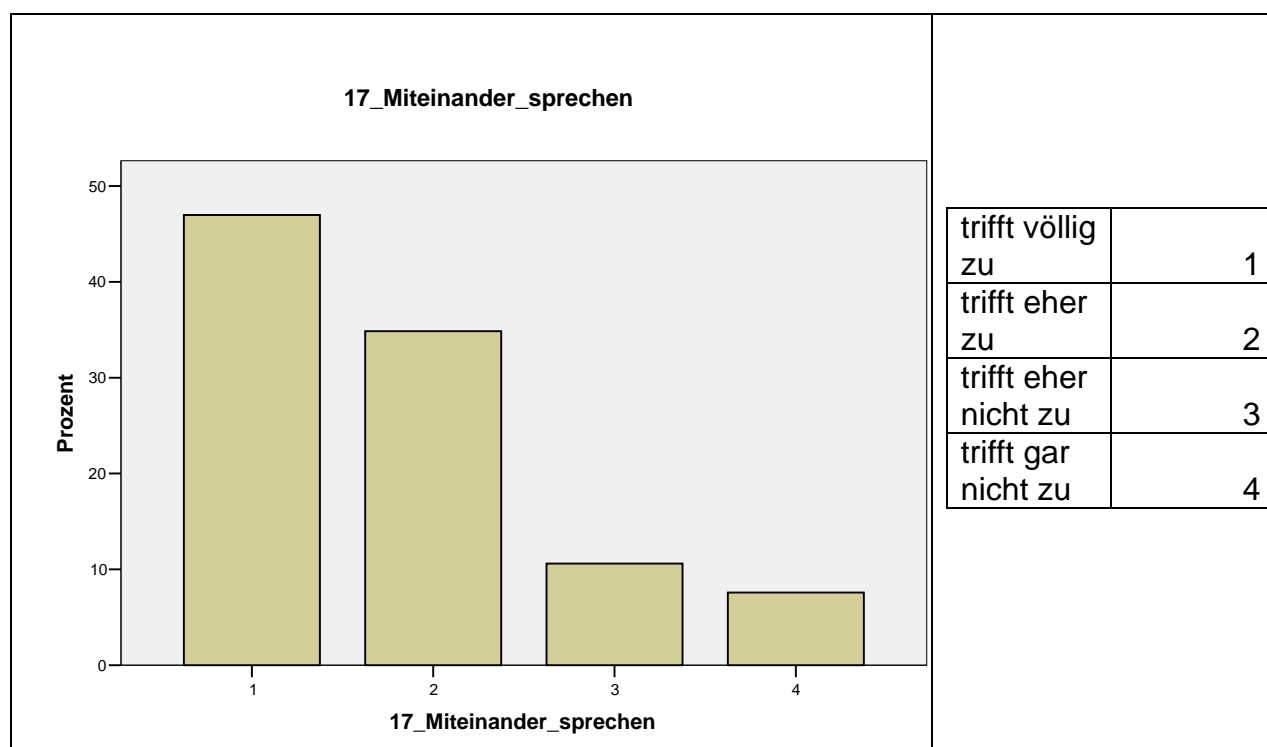


Abbildung 9: Beim Durcharbeiten des Lernpfades war es möglich, mit anderen Schüler/innen über die mathematischen Inhalte zu sprechen.

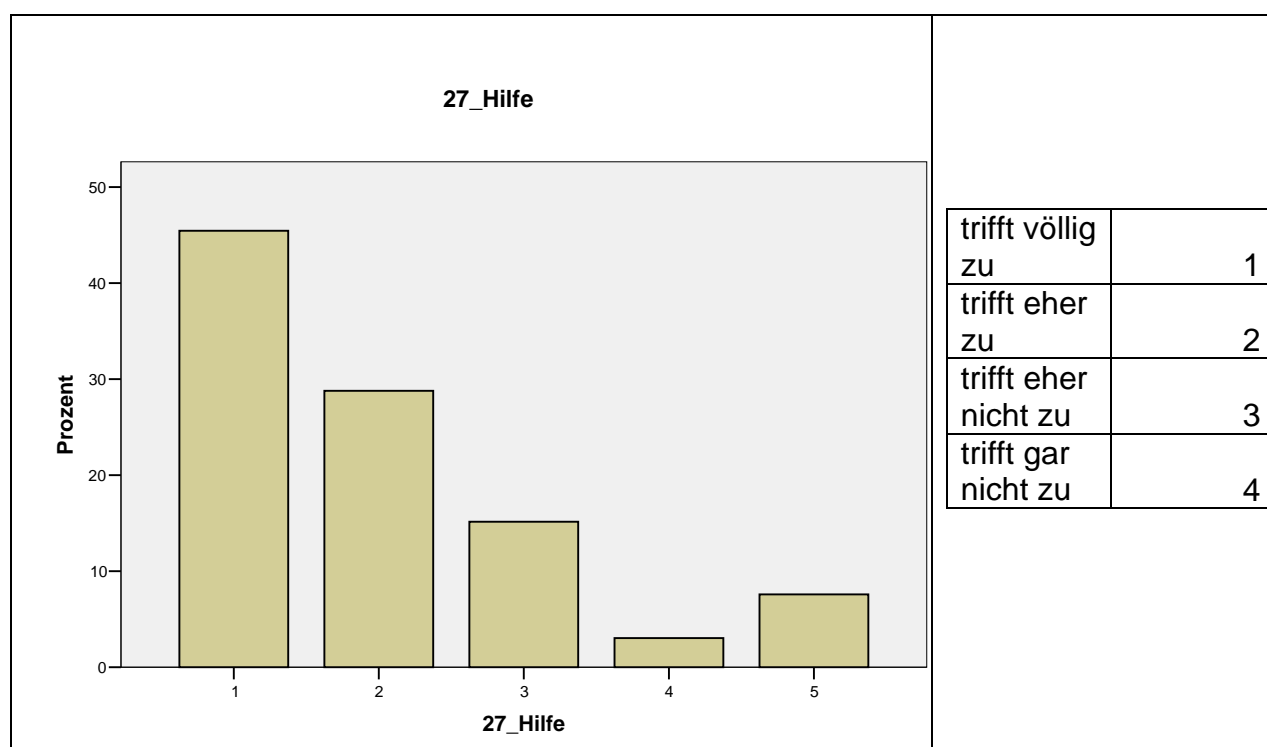


Abbildung 10: Bei der Arbeit mit diesem Lernpfad war es selbstverständlich, Mitschüler/innen beim Verstehen zu helfen und selbst, wenn nötig, Hilfe zu bekommen.

Die Schüler und Schülerinnen sind überwiegend zufrieden mit dem Lernpfad.

Ausgewählte Antworten der Schüler/innen auf offene Fragen:

Interaktive Übungen: „Ein Ergebnis hat nicht gestimmt und ich habe auf meine Rechnung vertraut.“ (Zitat eines Schülers / einer Schülerin im Rückmeldebogen)

Positives Feedback: Zusammenarbeit und Kommunikation werden auffallend oft genannt.

Negatives Feedback: Einige Schüler/innen kritisieren, dass ihre Mappen zu streng korrigiert wurden. Mehrmals wird Lärm als negativ für den Lernprozess genannt.

7. Überblick über den Erstellungsprozess

Wie bereits erwähnt, wurde dieser Lernpfad bereits im Rahmen des Projektes CAV erstellt und getestet. Für das neue Projekt wurden der didaktische Kommentar verfasst und im Bereich der Anwendungs- und Transferaufgaben geeignete Beispiele ergänzt. Diese Tätigkeiten erforderten nur ein Treffen, der zeitliche Aufwand war daher sehr gering.



Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

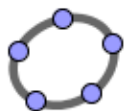
Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

TEIL 4

LERNPFAD ZYLINDER – KEGEL - KUGEL

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

Lernpfad: Zylinder – Kegel – Kugel

8. Schulstufe

Autorin: Mag. Evelyn Stepancik

1. Motivation – Warum wurde das Thema gewählt?

Berechnungen an Körpern und solchen mit kreisförmiger Grundfläche stellen in der gesamten Unterstufe einen wichtigen Bereich dar. Sehr oft wird dabei mit real vorhandenen Modellen gearbeitet. Die Erweiterung eines solchen Unterrichts um virtuelle Modelle, die sich bewegen, scheint eine Bereicherung zu sein.

2. Didaktischer Kommentar

Der Lernpfad wurde zum selbstständigen Erarbeiten der Inhalte konzipiert. Besonderes Augenmerk wurde auf die Verbindung von Visualisierung und haptischer Erfahrung sowie eigenständiger Erarbeitung der Formeln gelegt. Der Lernpfad deckt die wichtigsten Inhalte zum Zylinder, Kegel und der Kugel ab.

Kurzinformation	
Schulstufe	8. Schulstufe (4. Klasse AHS / HS)
Dauer	8 - 10 Unterrichtsstunden
Unterrichtsfächer	Mathematik (eventuell Geometrie)
Verwendete Medien	Internet
Technische Voraussetzungen	Internetexplorer (andere Browser liefern möglicherweise keine optimale Darstellung)
Autorin	Evelyn Stepancik

Technische Voraussetzungen:

Umgang mit dem Internet.

Empfohlene Browser - Internet Explorer bzw. Mozilla Firefox. Bei Netscape kann es gelegentlich zu Darstellungsschwierigkeiten kommen.

Fachliche Voraussetzungen:

Kreis, Kreisfläche, Kreisumfang, Kreisbogen, Kreissektor.

Prismen: Rauminhalts- und Oberflächenformeln.

Methodische Voraussetzungen:

Informationen selbstständig erfassen und schriftlich festhalten können.

Bastelanleitungen folgen können.

Lerninhalte, Methoden und Lernziele

Lerninhalt	Lernziel
Oberflächenformel der Körper herleiten und anwenden können Volumsformel der Körper herleiten und anwenden können Körper eigenständig anfertigen können	Formeln für die Berechnung von Umfang und Flächeninhalt des Kreises wissen und anwenden können Formeln für die Länge eines Kreisbogens und für die Flächeninhalte von Kreisteilen anwenden können Formeln für die Berechnung der Oberfläche und des Volumens von Drehzylindern und Drehkegeln sowie für die Kugel erarbeiten und nutzen können

Kombination der Medien

Im vorliegenden Lernpfad wird versucht, das selbstständige Herstellen der verschiedenen Körper durch animierte Visualisierungen zu unterstützen.

Lernmedien der Schüler/innen

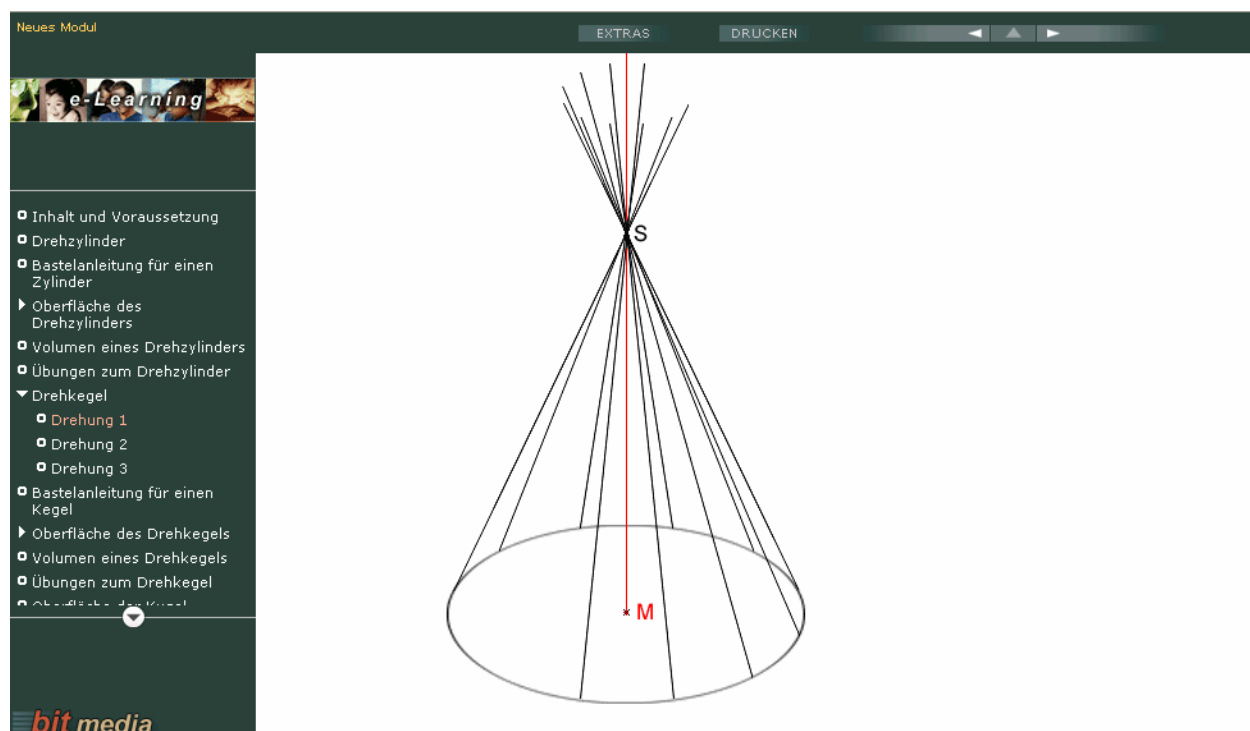
Die Schülerinnen und Schüler arbeiten bei diesem Lernpfad nicht nur mit dem PC, sondern auch mit Bastelanleitungen.

Leistungsbeurteilung

Bei diesem Lernpfad gibt es verschiedenste Möglichkeiten der Leistungsbeurteilung. Das Arbeiten an den einzelnen Aufgabenstellungen kann im Rahmen der Mitarbeit oder mittels einer Projektdokumentation bewertet werden.

3. Vorteile des Medieneinsatzes – exemplarische Beschreibung der Materialien

Animierte Bilder fördern das Verstehen



Individuell einblendbare Lernhilfen

The screenshot shows an e-Learning module interface. On the left is a sidebar with a table of contents. The main area displays a 2D diagram of a sector and a rectangle. The sector has a radius of 10 cm and a central angle of 97°. The rectangle is shown next to it. The interface includes a top navigation bar with 'EXTRAS' and 'DRUCKEN' buttons.

Inhalt und Voraussetzung
Drehzylinder
Bastelanleitung für einen Zylinder
> Oberfläche des Drehzylinders
Volumen eines Drehzylinders
Übungen zum Drehzylinder
Drehkegel
Drehung 1
Drehung 2
Drehung 3
Bastelanleitung für einen Kegel
> Oberfläche des Drehkegels
Volumen eines Drehkegels
Übungen zum Drehkegel
Oberfläche der Kugel
Volumen der Kugel
Kommentar für Lehrer/innen

Bastelanleitung für einen Zylinder

Du brauchst:

- Papier (schön wäre bunt)
- Schere
- Klebstoff
- Dreieck
- Zirkel

1. Schritt:

- Zeichne einen Kreis mit einem Radius von 10 cm.

2. Schritt:

- Zeichne nun einen Rechteck mit einer Länge von 10 cm und einer Breite von 10 cm. (Achte auf die Maße!)

3. Schritt:

- Jetzt musst du einige Berechnungen durchführen:
- Berechne den Umfang des Kreises.
- Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks.
- Berechne den Flächeninhalt des Kreissektors!
- Kontrolliere deine Lösung! Du findest sie im Bereich "Themen" unter Lösung 1!

4. Schritt:

- Klebe den Kreis und das Rechteck zusammen, sodass ein Zylinder entsteht!

Anwendungsorientierte Aufgabenstellungen

Neues Modul

e-Learning

- ▢ Drehzylinder
- ▢ Bastelanleitung für einen Zylinder
- ▢ Oberfläche des Drehzylinders
- ▢ Volumen eines Drehzylinders
- ▢ Übungen zum Drehzylinder
- ▼ Drehkegel
 - ▢ Drehung 1
 - ▢ Drehung 2
 - ▢ Drehung 3
- ▢ Bastelanleitung für einen Kegel
- ▢ Oberfläche des Drehkegels
- ▢ Volumen eines Drehkegels
- ▢ Übungen zum Drehkegel
- ▢ Oberfläche der Kugel
- ▢ Volumen der Kugel
- ▢ Kommentar für Lehrer/innen

bit media

EXTRAS
DRUCKEN

2. Aufgabe: Die Oberfläche eines Drehzylinders beträgt $659,74 \text{ cm}^2$. Der Radius ist 7 cm . Berechne die Höhe dieses Zylinders und das Volumen!

3. Aufgabe: Eine Litfasssäule ist $2,6 \text{ m}$ hoch und hat einen Durchmesser von $1,4 \text{ m}$.
Wie groß ist die Werbefläche, wenn der Sockel bis zu einer Höhe von 40 cm nicht beklebt wird?

4. Aufgabe: Der Wassertrog einer Viehtränke hat die Form eines Halbzylinders.
Wie viel Liter fasst die Tränke, wenn sie randvoll ist?

5. Aufgabe: In einem antiken Tempel sollen 5 zylindrische Säulen (Durchmesser 80 cm , Höhe $5,5 \text{ m}$) durch Kopien ersetzt werden.
Wie viele m^3 Beton sind dazu nötig?
Wie viele kg Farbe wird benötigt, wenn mit $0,6 \text{ kg}$ Farbe pro m^2 gerechnet wird?
Wie schwer ist eine Säule, wenn die Dichte von Beton 2000 kg/m^3 beträgt?





4. Drehbuch / Drehbücher – Methodisch-didaktische Anleitungen

4.1. Unterrichtsorganisation – Arbeitsanweisungen für Schüler/innen

Die Arbeitsanweisungen für die Schülerinnen und Schüler sind im Lernpfad integriert.

e-Learning

- ▢ Drehzylinder
- ▢ Bastelanleitung für einen Zylinder
- ▢ Oberfläche des Drehzylinders
- ▢ Volumen eines Drehzylinders
- ▢ Übungen zum Drehzylinder
- ▼ Drehkegel
 - ▢ Drehung 1
 - ▢ Drehung 2
 - ▢ Drehung 3
- ▢ Bastelanleitung für einen Kegel
- ▢ Oberfläche des Drehkegels
- ▢ Volumen eines Drehkegels
- ▢ Übungen zum Drehkegel
- ▢ Oberfläche der Kugel
- ▢ Volumen der Kugel
- ▢ Kommentar für Lehrer/innen

bit media

Bastelanleitung für einen Zylinder

Du brauchst:

- ▢ Papier (schön wäre buntes Papier)
- ▢ Schere
- ▢ Klebstoff
- ▢ Dreieck
- ▢ Zirkel

1. Schritt:

- ▢ Zeichne einen Kreis mit Radius $r = 3 \text{ cm}$. (Kleberand beachten!)

2. Schritt:

- ▢ Zeichne nun ein Rechteck mit einer Länge von $18,8 \text{ cm}$ und einer Breite von 5 cm . (Kleberand beachten!)

3. Schritt:










- ▢ Jetzt musst du einige Dinge berechnen, dann erst klebe den Zylinder zusammen!
- ▢ Berechne den Umfang des Kreises mit dem Radius $r = 3 \text{ cm}$!
- ▢ Berechne den Flächeninhalt des Kreises mit dem Radius $r = 3 \text{ cm}$!
- ▢ Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks!
- ▢ Kontrolliere deine Lösung! Du findest sie im Bereich "Themen" unter *Lösung 1*!

4. Schritt:

- ▢ Klebe den Kreis und das Rechteck zusammen, sodass ein Zylinder entsteht!

4.2. Anleitungen für Lehrer/innen

Offenes Lernen – Drehzylinder, Drehkegel und Kugel

1		Drehzylinder	Selbstständiges Herleiten der Formel für die Oberfläche und das Volumen	PA	SK
2		Drehzylinder	Übungen zum Drehzylinder	PA	SK
3		Drehzylinder	Zusätzliche Übungen	EA	LK
4		Drehkegel	Selbstständiges Herleiten der Formel für die Oberfläche und das Volumen	PA	SK
5		Drehkegel	Übungen zum Drehkegel	PA	SK
6		Drehkegel	Zusätzliche Übungen	EA	LK
7		Kugel	Herleitung der Formeln Lies das Arbeitsblatt genau durch und besprich die Inhalte mit deinem Partner / deiner Partnerin. Versuche, die Herleitung der Formel für das Volumen der Kugel mit eigenen Worten zu formulieren!	PA	SK
8		Kugel	Übungen zur Kugel	EA	LK
9		Zusammenfassung	Erstelle eine Formelsammlung zum Kreis, Zylinder, Kegel und Kugel	EA	LK

4.3. Weitere Materialien

Keine weiterführenden Materialien vorhanden.

5. Ergebnisse der internen Evaluation

5.1. Zum didaktisch-methodischen Kommentar

Es werden neue Inhalte erarbeitet, aber auch vertieft und geübt. Lerninhalte und Lernziele werden angeführt. Vorwissen wird angemessen angeführt und formuliert, es sollten allerdings die Lernziele zum Kreis als Vorwissen ausgewiesen werden.

Die Übungen sind gut gewählt, werden aber nicht dynamisch unterstützt. Begriffe werden präzisiert, den Schülerinnen und Schülern wird jedoch nicht durchgehend die Möglichkeit geboten, die Begriffe selbst zu entdecken.

Der didaktische Kommentar ist kurz, bündig und verständlich.

Bei diesem Lernpfad wird nur das Internet genutzt, daher gibt es keine weiteren technologischen Tipps. Technologisch gibt es die Möglichkeit (roter Button am rechten Rand), Tipps zu Problemen einzufügen. Diese Möglichkeit wurde aber noch nicht verwirklicht.

Anknüpfungspunkte zu Schulbüchern sind vorhanden.

Als methodischen Vorschlag gibt es einen Plan für offenes Lernen, dieser befindet sich im Downloadbereich. Andere methodischen Vorschläge sind direkt im Lernpfad enthalten. Der

Plan für offenes Lernen ist verständlich. Für Neueinsteiger gibt es jedoch keine Anleitung zur Methode „Offenes Lernen“ oder Zeichenerklärung.
Die Anleitungen sind im Allgemeinen handlungsorientiert.

Folgende technologische Tipps könnten noch ergänzt werden:

Falls beim Öffnen das Bild zu klein erscheint, kann durch „Aktualisieren“ das Bild vergrößert werden.

Am rechten Rand befindet sich ein roter Button, mit dem Hilfestellungen zu Vorwissen eingeblendet werden können oder Lösungen angeboten werden. Allerdings muss auch direkt in den Aufgaben auf die angebotene Lösung hingewiesen werden.

Einige Tippfehler auf der Startseite sollten ausgebessert werden.

5.2. Zum Lernpfad selbst

Mathematische Begriffe werden korrekt und durchgängig verwendet. Lernziele werden im Lernpfad für Schülerinnen und Schüler nicht transparent gemacht.

Beim Entwickeln von Formeln werden vor allem visuelle Lerntypen angesprochen, allerdings wird im Kommentar darauf verwiesen, Modellkörper zu verwenden. Bastelaufträge für aktives Tun sind mehrfach vorhanden.

Sprechansätze für Schüler/innen über mathematische Inhalte müssen vom Lehrer bzw. der Lehrerin angeregt werden.

Es gibt ansatzweise heuristisch-experimentelle Phasen, die teilweise nicht dynamisch unterstützt werden. Die hergeleiteten Formeln werden angewendet, eine weitere Verallgemeinerung ist in dieser Phase nicht zielführend.

Vorwissen (Formeln zum Umfang und Flächeninhalt des Kreises und Rechtecks) wird nicht aktiviert, auch wenn es im Lernschritt „Bastelanleitung für Drehzylinder“ leicht ergänzbar ist (z. B. „Schlag im Schulübungsheft nach!“)

Es gibt einige Anleitungen zu Arbeitsformen im Stationenplan.

Differenzierung ist nicht vorgesehen, Zusatzaufgaben sind nicht vorhanden.

Informationssuche wird nicht verlangt.

Die Gliederung ist gut.

Dynamische Übungen oder Applets sind nicht vorhanden.

Arbeitsaufforderungen für Tätigkeiten oder einzelne Lernschritte finden sich teilweise im Lernpfad sowie im Stationenplan.

5.3. Zur Festigung und Überprüfung von Wissen und Leistungsmessung

Übungsphasen und Festigungsphasen sind vorhanden, aber keine Hinweise auf Hausübungsbeispiele.

Möglichkeiten zur Selbstkontrolle und Wissensüberprüfung sind nicht vorhanden.

Es gibt keine Vorschläge zur Leistungsmessung und Leistungsbeurteilung.

6. Äußere Evaluation / Feedback der Testlehrer/innen und Schüler/innen

Entfällt wegen zu geringer Rückmeldungen.

7. Überblick über den Erstellungsprozess

Zu Beginn des Erstellungsprozesses wurde überlegt, was einen virtuellen Lernpfad zum Thema „Zylinder – Kegel – Kugel“ auszeichnen könnte. Bald war klar, dass dies vor allem animierte Darstellungen von kreisförmigen Körpern sein könnten. Die im Unterricht dann mit realen Körpern zu kombinieren wären. Also wurden bereits im Internet vorhandene Materialien analysiert, um festzustellen, ob sie ein anregendes Lernmaterial für Schülerinnen und Schüler darstellen. Da im Internet kaum animierte Darstellungen von kreisförmigen Körpern für den Bereich der Sekundarstufe 1 zu finden waren, wurde es nötig selbst welche zu erstellen. Zudem sollte eine anregende Gestaltung und Gliederung des Lernpfads ein Erarbeiten des Wissens in einzelnen wohl portionierten Lernschritten ermöglichen. Somit entstand eine erste Grobplanung zum vorliegenden Lernpfad.

In weiterer Folge wurden die einzelnen Lernschritte ausgearbeitet und die benötigten Visualisierungen (animierte wie nicht animierte) erstellt. Diese Tätigkeit erwies sich als besonders zeitaufwändig.

Danach galt es noch, den Lernpfad mit interessanten, anwendungsorientierten Aufgaben anzureichern. Hierfür wurden vorhandene Materialien (Schulbücher, Internet) als Inspiration zu Rate gezogen. Diese Orientierungen machten es möglich, den Lernpfad mit ansprechenden Aufgabenstellungen abzurunden.

Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

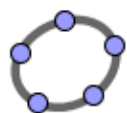
Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

TEIL 4

LERNPFAD BESCHREIBENDE STATISTIK

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

Lernpfad: Beschreibende Statistik

8. Schulstufe

Autoren/innen: Mag. Gabriele Bleier, Dr. Franz Embacher, Mag. Evelyn Stepancik

1. Motivation – Warum wurde das Thema gewählt?

Die beschreibende Statistik ist ein bedeutendes, aber leider oft auch vernachlässigtes Kapitel im Mathematikunterricht der 8. Schulstufe. Interessante statistische Daten bzw. Datenmengen lassen sich kaum händisch bewältigen und regen somit unmittelbar zur Verwendung von Technologien an. Darüber hinaus soll im Bereich der beschreibenden Statistik aber nicht nur eine Schulung zur Handhabung der Software und Bewältigung der Daten erfolgen, sondern auch ein Verstehen der Begriffe und benötigten Formeln erreicht werden. Das interaktive Experimentieren mit Applets, Daten bzw. Datensätzen kann den Schülerinnen und Schülern ein gutes Gefühl für Ausreißer und die Relevanz statistischer Zentralmaße vermitteln. In der 8. Schulstufe soll die Basis für vertiefende Betrachtungen in der Oberstufe gelegt werden.

2. Didaktischer Kommentar

Der Lernpfad baut auf folgenden Vorkenntnissen „Diagramme erstellen, lesen, deuten; intuitive Vorstellung vom Mittelwert“ auf. Die neuen Begriffe „arithmetisches Mittel und seine Eigenschaften; Median und seine Eigenschaften; Quartile; Boxplot; Standardabweichung“ werden von den Schüler/innen eigenständig und in verschiedenen Sozialformen erarbeitet. Flashanimationen sollen einem tieferen Verständnis der oben angeführten Begriffe dienen. Erarbeitungs- und Übungsbeispiele (auch mit großen Datensätzen) können mit verschiedenen Medien (Papier, CAS-Rechner, Excel) gelöst werden und, wo nötig, werden Hilfestellungen zur Handhabung dieser Medien angeboten. Das kritische Betrachten und Vergleichen verschiedenster Kennzahlen soll zum besseren Verständnis dieser beitragen.

Kurzzinformation	
Schulstufe	8. Schulstufe
Dauer	6 - 8 Stunden
Unterrichtsfacher	Mathematik, Informatik
Verwendete Medien	Internet, CAS, Excel
Technische Voraussetzungen	Web-Browser, Flash
AutorInnen	Gabriele Bleier, Franz Embacher, Evelyn Stepancik

Voraussetzungen

- Technische Voraussetzungen: Umgang mit dem Internet und Flash-Animationen, geringe Kenntnisse von CAS oder Excel, (eventuell) Lernplattform. Für den Film (im Abschnitt Standardabweichung) ist die Benutzung von Kopfhörern vorzusehen.

- Fachliche Voraussetzungen: Diagramme lesen und deuten, Daten der Größe nach ordnen, Mittelwert (arithmetisches Mittel) intuitiv begreifen, negative Zahlen kennen, Quadratwurzel ermitteln können
- Methodische Voraussetzungen: Informationen selbstständig schriftlich festhalten können, mit Partner und in Gruppe arbeiten können, Methoden zur Partner- und Gruppenfindung kennen, Ergebnisse präsentieren können, (eventuell) das Arbeiten mit Lernplattformen

Lerninhalte und Lernziele

Lerninhalt	Lernziel
Mittelwert	Untersuchen und Darstellen von Datenmengen unter Verwendung statistischer Kennzahlen (zB.: Mittelwert, Median, Quartil)
Median	
Quartile	
Boxplot	
Standardabweichung	
Mittelwert - Aufgabe 6 und 7	Sicherheit beim Arbeiten mit Variablen, Termen, Formeln
In vielen Aufgabenstellungen	planmäßigen Nutzung von elektronischen Hilfen beim Bearbeiten von Fragestellungen der Mathematik
Durchgängig im Lernpfad enthalten	Lesen mathematischer Texte, Fachsprache

Einsatz im Unterricht

Viele Aufgabenstellungen vor allem jene im Erarbeitungsbereich können von den Schülerinnen und Schülern in Partnerarbeit absolviert werden. Die Aufgaben, deren Lösung jedoch die Arbeit am PC erfordern, sind im günstigsten Fall in Einzelarbeit zu erledigen.

Kombination der Medien

Dieser Lernpfad inkludiert die Kombination verschiedenster Medien. Zum einen werden Flash-Animationen mit Aufgabenstellungen kombiniert, um ausgehend von den intuitiven Vorstellungen der Schüler/innen die neuen mathematischen Begriffe zu exaktifizieren, zum anderen werden Aufgabenstellungen gegeben, deren Lösung nur mit einem elektronischen Hilfsmittel sinnvoll machbar ist. Die Notwendigkeit zur Verwendung einer Tabellenkalkulation ist den Aufgabenstellungen also inhärent.

Lernmedien der Schüler/innen

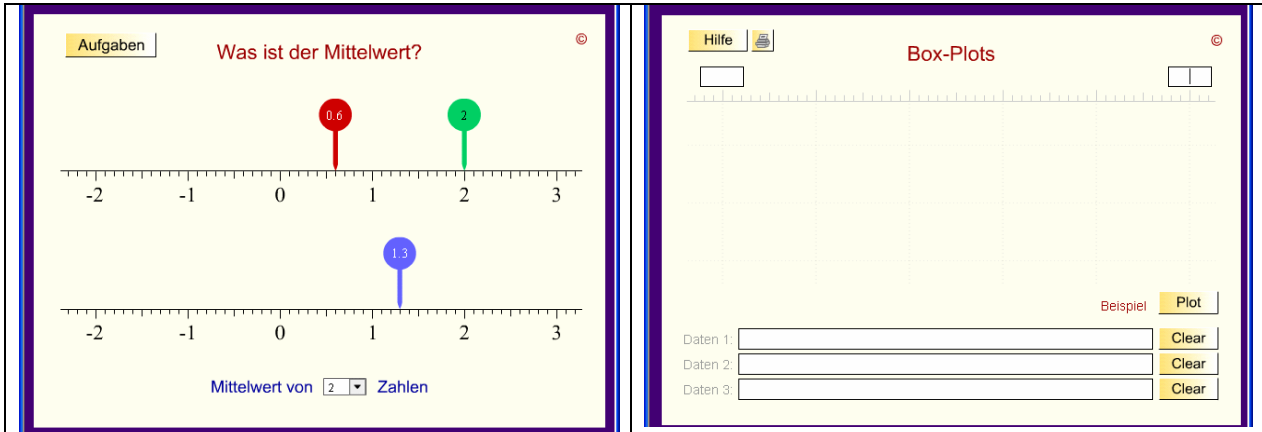
Beim Absolvieren dieses Lernpfads haben die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit, mit unterschiedlichen Lernmedien (Papier, Computer, ...) zu arbeiten.

Leistungsbeurteilung

Für die Beurteilung des Lernprozesses empfiehlt es sich, eine Bewertung der SchülerInnenaktivitäten im Rahmen der Mitarbeit vorzunehmen. Ebenso können die von den Schülerinnen und Schülern erstellten Dokumentation (des Portfolios) und eventuellen Arbeiten auf der Lernplattform Rahmen der Mitarbeit beurteilt werden.

3. Vorteile des Medieneinsatzes – exemplarische Beschreibung der Materialien

Interaktive Lernhilfen helfen beim Verstehen zentraler Begriffe



Realistische Daten vermitteln die Nähe zur Alltags- und Lebenswelt

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		15.05.2001									
2	Mittelburgenland	38096			<p>Die Tabelle enthält die Bevölkerungszahlen von Österreich geordnet nach Regionen. Das Datum zeigt den Stichtag der Zahlung an.</p> <p>Die Daten stammen von STATISTIK AUSTRIA.</p> <p>1.) Sortiere die Daten der Größe nach!</p> <p>2.) Ermittle die durchschnittliche Einwohnerzahl der Regionen!</p> <p>3.) Wie viele und welche Regionen weichen vom Durchschnittswert aus 2.) besonders stark ab?</p> <p>4.) Welche Region liegt am nächsten beim Mittelwert?</p>						
3	Nordburgenland	140976									
4	Südburgenland	98497									
5	Mostviertel-Eisenwurzen	237461									
6	Niederösterreich-Süd	246144									
7	Sankt Pölten	142430									
8	Waldviertel	224402									
9	Weinviertel	123786									
10	Wiener Umland/Nordteil	278246									
11	Wiener Umland/Südteil	293335									
12	Wien	1550123									
13	Klagenfurt-Villach	268727									
14	Oberkärnten	131749									
15	Unterkärnten	158928									
16	Graz	357548									
17	Liezen	82235									
18	Östliche Obersteiermark	175701									
19	Oststeiermark	268054									
20	West- und Südsteiermark	190414									
21	Westliche Obersteiermark	109351									
22	Innviertel	272348									
23	Linz-Wels	524444									
24	Mühlviertel	201933									
25	Steyr-Kirchdorf	152118									
26	Traunviertel	225954									
27	Lungau	21283									
28	Pinzgau-Pongau	161996									
29	Salzburg und Umgebung	332048									
30	Außerfern	31584									
31	Innsbruck	268332									
32	Osttirol	50404									

4. Drehbücher – Methodisch-didaktische Anleitungen

Unterrichtsorganisation – Arbeitsanweisungen für Schüler/innen

Die Arbeitsanweisungen für selbstständiges Arbeiten sind direkt im Lernpfad formuliert. Zu Beginn wird es jedoch notwendig sein, den SchülerInnen einen Überblick über die Inhalte (zum Beispiel in Form einer Mindmap) zu geben und sie in die Handhabung des Browsers, der Navigationsleiste sowie der Scrollleiste, in das Verwenden von Links und in die verwendeten Abkürzungen für Dateiformate einzuführen.

Anleitungen für Lehrer/innen

Für Lehrerinnen und Lehrer gibt es zusätzliche Vorschläge, wie einzelne Lernschritte bzw. Unterrichtseinheiten in Methoden des eigenverantwortlichen Arbeitens eingekleidet werden können. Die Unterrichtsorganisation wird in Lernspiralen genau beschrieben.

Es werden drei ausgearbeitete Vorschläge angeboten:

- Lernspirale zum Thema Beschreibende Statistik, die sich auf den gesamten Lernpfad bezieht (Die Erfahrung zeigt, dass nicht der gesamte Lernpfad als Lernspirale gestaltet werden kann. Es empfiehlt sich, einzelne Einheiten herauszugreifen.)
- E-Learning-Lernspirale zum Thema Mittelwert (verstärkter Einsatz von Informationstechnologie, unter anderem einer Lernplattform, zur Dokumentation und Präsentation)
- Vorschläge für den begleitenden Einsatz einer Lernplattform

**Lernspirale zum Thema
Beschreibende Statistik
4. Klasse
von
Gabriele Bleier, Franz Embacher und Evelyn Stepancik**

Themenbereich/Inhalte:	
Zentral- und Streuungsmaße, Boxplot	
Fachliche Voraussetzungen:	Fachliche Ziele:
<ul style="list-style-type: none"> • Diagramme lesen und deuten • Daten der Größe nach ordnen • Mittelwert(arithmetisches Mittel) intuitiv begreifen • negative Zahlen kennen • Quadratwurzel ermitteln können 	<ul style="list-style-type: none"> • die Zentralmaße arithmetisches Mittel (kurz: Mittelwert) und Median (Zentralwert) ermitteln können • Eigenschaften von Mittelwert und Median anhand von Daten beschreiben können • die Streuungsmaße Minimum, Maximum, unteres und oberes Quartil sowie Standardabweichung ermitteln können • Eigenschaften von Standardabweichung und Interquartilsabstand anhand von Daten beschreiben können • Auswirkung von Ausreißern auf Zentral- und Streuungsmaße beschreiben können • Boxplot zeichnen und deuten können • Zentral- und Streuungsmaße auf verschiedene Sachsituationen anwenden können • große Datensätze auswerten können

Methodische Voraussetzungen:	Methodische Ziele:
<ul style="list-style-type: none"> • Informationen selbstständig schriftlich festhalten können • mit Partner und in Gruppe arbeiten können • Methoden zur Partner- und Gruppenfindung kennen • Ergebnisse präsentieren können • Kugellager • Gruppenrallye 	<ul style="list-style-type: none"> • mathematische Inhalte selbstständig erarbeiten können • über mathematische Inhalte sprechen können • wichtige Informationen filtern und schriftlich festhalten können • Eigenverantwortung beim Lernprozess stärken • elektronische Lernhilfen sinnvoll nutzen können

Technische Voraussetzungen:	Technische Ziele:
<ul style="list-style-type: none"> • PC mit Internetzugang oder PC mit dem installiertem Lernpfad Beschreibende Statistik • Beamer • Bei Verwendung von CAS-Rechnern empfiehlt sich ein Overhead-Display und ein Overhead-Projektor. • Dateien öffnen, schließen und speichern können • auf einer Webseite navigieren können • Berechnungen am numerischen Taschenrechner durchführen können • Tabellenkalkulation Excel öffnen und einfache Eingaben vornehmen können • ggf. auf einem CAS-Rechner Voyage/TI92/TI89 im Algebrafenster arbeiten können: Zahlen eingeben und Berechnungen durchführen können, Wert und Formeln unter einer Variable speichern können, exakte und näherungsweise Berechnung anwenden können 	<ul style="list-style-type: none"> • Zentral- und Streuungsmaße großer Datensätze mit elektronischen Hilfsmitteln ermitteln können • Boxplot mit elektronischen Hilfsmitteln erstellen können • Flash-Animationen zur Visualisierung von Zusammenhängen und Eigenschaften nutzen können • technische Anleitungen (Eingabeanweisungen, Screenshots und Videosequenzen) selbstständig nutzen können

Makrospirale zur beschreibenden Statistik

Arbeitsinseln mit grau hinterlegter Nummer sind ausgearbeitet.

Vorwissen /Voreinstellungen aktivieren

A 00	Einführung: Was ist beschreibende Statistik? Was sind Daten? Wiederholung: einfache Säulendiagramme lesen
------	--

Neue Kenntnisse/ Verfahrensweisen erarbeiten

A 01	Mittelwert ermitteln, darstellen, Eigenschaften erarbeiten und anwenden (2 Unterrichtseinheiten)
A 02	Median ermitteln, darstellen, Eigenschaften erarbeiten und anwenden, mit dem Mittelwert vergleichen – Kugellager (1 Unterrichtseinheit)
A 03	Unteres und oberes Quartil ermitteln, darstellen, Eigenschaften erarbeiten und anwenden – Gruppenrallye (1 Unterrichtseinheit)
A 04	Boxplot zeichnen und deuten (1 Unterrichtseinheit)
A 05	Standardabweichung ermitteln, Eigenschaften erarbeiten und anwenden, mit dem Interquartilsabstand vergleichen (1 Unterrichtseinheit)

Komplexere Anwendungs-/Transferaufgaben

	sind jeweils in den einzelnen Mikrospiralen enthalten
A 06	Variante: Das Beispiel Österreichische Bevölkerung nach Regionen wird erst in einer abschließenden Unterrichtseinheit bearbeitet und entfällt daher in den einzelnen Arbeitsinseln.

Arbeitsmittel für alle Arbeitsinseln sind PC und der Lernpfad Beschreibende Statistik sowie Heft für Mitschriften.

Mikrospirale A1: Mittelwert

Schritt	Lernaktivitäten der SchülerInnen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
Beginn der 1.Unterrichtseinheit:				
1	Die Lernschritte <i>Notendurchschnitt</i> und <i>Mittelwert von 2 Zahlen/3 Zahlen/4 Zahlen/5 Zahlen</i> werden in Einzelarbeit durchgeführt und die Ergebnisse im Heft festgehalten.	EA	20'	eventuell Kopien der Angaben zum Mittelwert von 2 Zahlen/3 Zahlen/4 Zahlen/5 Zahlen
2	Die SchülerInnen bilden je nach räumlichen Möglichkeiten im Unterrichtsraum 3er bis 5er Gruppen und vergleichen ihre Ergebnisse. Anschließend werden die Aufgaben zu den <i>Körpergrößen in der Gruppe</i> durchgeführt.	GA	10'	
3	Eine Gruppe präsentiert die Aufgaben zum Mittelwert für 5 Zahlen und wiederholt die allgemeine Formel zur Berechnung.	Plenum	5'	
4	Ausgewählte Aufgaben aus dem Lernschritt <i>Übungsaufgaben</i> (Bsp. 1 bis 5) werden in Einzelarbeit bzw. als Hausübung bearbeitet.	EA		eventuell Kopien der Angaben <i>Übungsaufgaben</i> zum Mittelwert
Beginn der 2.Unterrichtseinheit:				
5	Der Lernschritt <i>Formel: Mittelwert</i> wird selbstständig bearbeitet und die wichtigsten Informationen werden im Heft festgehalten.	EA	10'	
6	Beispiel 6 und 7 aus dem <i>Lernschritt Übungsaufgaben</i> werden in Einzelarbeit bearbeitet.	EA	5'	
7	Zu zweit werden die Aufgaben der Einzelarbeit bzw. der Hausübung besprochen. Das <i>Beispiel Venedig</i> wird mit CAS und/oder Excel berechnet und die Ergebnisse im Heft festgehalten bzw. gespeichert.	PA	5'	eventuell Kopien mit der Angabe zum Venedigbeispiel
8	Die Ergebnisse werden mit einem anderen Paar verglichen. Exceldateien werden gespeichert oder ausgedruckt.	GA	5'	
9	eventuell: Zu zweit wird das <i>Beispiel Österreichische Bevölkerung nach Regionen</i> mit Excel bearbeitet: Dabei soll ein Schüler/eine Schülerin das Jahr 2001, der/die andere das Jahr 2002 bearbeiten. Das Ergebnis wird wieder mit einem anderen Paar verglichen.	PA	10'	Achtung: Daten für 2001 und 2002
	alternativ: als Hausübung oder Arbeitsinsel A 06	EA		
10	Nach dem Zufallsprinzip werden 1 oder 2 SchülerInnen ausgewählt, die das Beispiel Venedig bzw. eventuell Österreichische Bevölkerung präsentieren.	Plenum	5'	

Mikrospirale A2: Median

Schritt	Lernaktivitäten der SchülerInnen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
1	Die SchülerInnen bearbeiten die Aufgaben <i>Stirnreihe</i> und <i>Bleistifte</i> und arbeiten die <i>Definition</i> des Medians durch. Im Heft sind ausreichende Aufzeichnungen zu führen.	EA	10'	Bleistifte
2	Zu zweit wird die Vorgangsweise bei den Aufgaben <i>Stirnreihe</i> und <i>Bleistifte</i> verglichen. Außerdem wird beim Partner/bei der Partnerin kontrolliert, ob die Aufzeichnungen zur <i>Definition</i> richtig und vollständig sind.	PA	5'	
3	Zu zweit wird der Lernschritt <i>Ausreißer</i> mithilfe der Flash-Animation bearbeitet. Die Antworten werden im Heft festgehalten.	PA	10'	
4	SchülerInnen mit einer Katalognummer der ersten Klassenhälfte bearbeiten in Partnerarbeit Beispiel 1 von den <i>Übungsaufgaben</i> , die anderen SchülerInnen Beispiel 2 von den <i>Übungsaufgaben</i> . Kontrolle durch Vergleich mit einem anderen Paar.	PA	10'	eventuell Kopien der Übungsaufgaben
5	Kugellager: Austausch der Beispiele <ul style="list-style-type: none"> - Gruppe 1 erklärt Beispiel 1 - Gruppe 2 wiederholt Vorgangsweise für Beispiel 1 - Gruppe 2 erklärt Beispiel 2 - Gruppe 1 wiederholt Beispiel 1 	Plenum	10'	
6	als Hausübung: Das Beispiel der anderen Gruppe wird ausgearbeitet. Beispiel 3 der Übungsaufgaben eventuell Beispiel <i>Österreichische Bevölkerung nach Regionen</i>	EA		

Mikrospirale A3: Quartile

Schritt	Lernaktivitäten der SchülerInnen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
1	Informationssuche mit Bewegung zur <i>Definition der Quartile</i> : pro ausgehängter Information eine Gruppe Hinweis: Die Arbeitsblätter der SchülerInnen müssen stets verdeckt hingelegt werden.	EA	10'	Definition der Quartile 2x aufhängen Lückentext kopieren (ist im Worddokument zur Definition enthalten)
2	Die SchülerInnen bearbeiten das <i>Beispiel</i> zu den Quartilen mithilfe der Flash-Animation.	EA	10'	
3	Gruppenrallye: In 4er-Gruppen werden die Beispiele 1 und 3 der <i>Übungsaufgaben</i> zu den Quartilen arbeitsteilig gelöst und die Vorgangsweise besprochen.	GA	10'	Lösung im Heft oder auf Extrablättern; eventuell Kopien der Übungsaufgaben

	Die Ergebnisse werden von einer anderen Gruppe anhand der Lösungen verbessert und bewertet.	GA	5'	Lösungen mit Folie oder Beamer vorbereiten
	Zwei SchülerInnen präsentieren die beiden Beispiele.	Plenum	5'	
4	eventuell: Zu zweit wird das Beispiel <i>Österreichische Bevölkerung nach Regionen</i> für das Jahr 2001 gelöst.	PA	5'	
5	Hausübung: Beispiele 1 und 3 werden im SÜ-Heft vollständig und richtig dokumentiert. Beispiel 2 der Übungsaufgaben eventuell Beispiel <i>Österreichische Bevölkerung nach Regionen</i> für das Jahr 2001 (noch einmal) selbstständig lösen.	EA		

Übungsbeispiele zum Median (Zentralwert) und den Quartilen Lösungen und Bewertung für die Gruppenrallye

	Lösung	Bewertung
1a	Median: 55	1
	Satz	1
1b	Minimum: 25, Maximum: 58, q1: 51, q3: 56	4
1c	Median: 55.5 Minimum: 50, Maximum: 58 q1: 52, q3: 56	5
	Beobachtung	1
	Erklärung	1
3a	3.1 kg	1
3b	1.2 kg und 4.2 kg	2
3c	2.5 kg und 3.5 kg	2
3d	50 Katzen	1
3e	75 Katzen	1
3f	Die leichteste Katze wog 1,2 kg, die schwerste Katze 4,2 kg. 50% der Katzen waren leichter als 3,1 kg und 50% waren schwerer als 3,1 kg. Die mittlere Hälfte der Katzen wog zwischen 2,5 kg und 3,5 kg.	3
	Gesamtpunkte:	maximal 23

Lösung Beispiel 2:

2.	Median: 1.7, Mittelwert: 1.95
	ein beliebiger Wert muss um mehr als 3 verkleinert werden (z.B. -3.0 statt 1.0) neuer Mittelwert, neuer Median
	Mittelwert = Median: z.B. -2 statt 1.0 der gegebenen Liste

Mikrospirale A4: Boxplot

Schritt	Lernaktivitäten der SchülerInnen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
1	Die SchülerInnen lernen die Bedeutung und Erstellung eines Boxplots kennen: Lernschritt <i>Boxplot zeichnen</i> .	EA	10'	
2	Anhand der Anleitung wird ein Boxplot am Papier und mit einem elektronischen Hilfsmittel gezeichnet: <i>Beispiel A</i> Kontrolle durch Vergleich der händischen Darstellung mit der elektronischen. Anmerkung zur Partnerwahl – die Summe der Katalognummern muss ungerade sein.	PA	15'	
3	Interpretieren und Erstellen eines Boxplots: SchülerInnen mit gerader Katalognummer bearbeiten Beispiel B, SchülerInnen mit ungerader Katalognummer Beispiel C. Lückentext ausfüllen bzw. auf einen Zettel schreiben.	EA	5'	eventuell Kopien zu Bsp. b und C in halber Klassenstärke oder Zettel
	Die Lückentexte werden mit dem Partner getauscht. Anhand des Lückentextes wird ein Boxplot gezeichnet.	EA	5'	
	Gegenseitige Kontrolle und Besprechung der Darstellungen	PA	2'	
4	Ein zufällig gewähltes Paar erklärt anhand von Beispiel D die Erstellung und die Deutung eines Boxplots.	Plenum	5'	
5	Mithilfe der grafischen Darstellung einer Flash-Animation werden die <i>Interpretations- und Vergleichsaufgaben</i> gelöst und dabei das Interpretieren und Vergleichen von Boxplots gefestigt.	PA	5'	
6	als Hausübung: die <i>Übungsaufgaben</i> zum Boxplot	EA		

Mikrospirale A5: Standardabweichung

Schritt	Lernaktivitäten der SchülerInnen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
1	Der Begriff der Standardabweichung wird in einem <i>Film-Clip</i> eingeführt.	EA	10'	Film-Clip
2	Die SchülerInnen erarbeiten anhand der Definition und einer schrittweisen Anleitung die Berechnung der Standardabweichung: <i>Definition Standardabweichung</i>	EA	10'	

3	Die SchülerInnen vergleichen ihre Berechnungen.	PA	2'	
4	Die SchülerInnen erarbeiten die Berechnung der Standardabweichung mit einem elektronischen Hilfsmittel anhand der <i>Werkzeutipps</i> .	PA	5'	
5	Die SchülerInnen lösen arbeitsteilig mithilfe eines elektronischen Werkzeugs die Übung <i>Routenwahl</i> und interpretieren mithilfe des Mittelwertes und der Standardabweichung die Daten. Verfassen eines Briefes.	PA	10'	
6	Zwei SchülerInnen präsentieren ihren Brief an Herrn Strasser.	Plenum	5'	
7	Hausübung: Überarbeiten der Übung <i>Routenwahl</i> Die SchülerInnen untersuchen in dem Lernschritt <i>Streuung</i> mithilfe einer Flash-Animation die Zusammenhänge zwischen Standardabweichung und Mittelwert bzw. Quartilen bzw. Ausreißern.	EA		

Mikrospirale A6: Österreichische Bevölkerung nach Regionen

Schritt	Lernaktivitäten der SchülerInnen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
1	Zu zweit wird das Beispiel <i>Österreichische Bevölkerung nach Regionen</i> im Abschnitt Mittelwert mit Excel bearbeitet. Dabei soll ein Schüler/eine Schülerin das Jahr 2001, der/die andere das Jahr 2002 bearbeiten. Das Ergebnis wird mit einem anderen Paar verglichen.	PA	10'	Achtung: Daten für 2001 und 2002
2	Im Beispiel <i>Österreichische Bevölkerung nach Regionen</i> im Abschnitt Median werden die Daten für das Jahr 2001 von SchülerIn 1 berechnet. Anschließend kann in der ersten Datei (siehe Mittelwert) von SchülerIn 2 ebenfalls der Median für 2002 ermittelt werden. Unterschiede zu 2001 sollen erarbeitet werden.	PA	10'	
3	nach einem Partnerwechsel: Das Beispiel <i>Österreichische Bevölkerung nach Regionen</i> im Abschnitt Quartile wird von SchülerIn 1 für das Jahr 2001 gelöst. Anschließend werden in der ersten Datei (siehe Mittelwert) von SchülerIn 2 ebenfalls die Quartile für 2002 ermittelt. Unterschiede zu 2001 sollen erarbeitet werden.	PA	10'	
4	nach einem Partnerwechsel: Zum Beispiel <i>Österreichische Bevölkerung nach Regionen</i> wird entweder für 2001 oder für 2002 ein Boxplot gezeichnet.	PA	10'	
5	Mit einem weiteren Paar werden die grafischen Darstellungen ausgetauscht. Die SchülerInnen sollen untersuchen, ob die Darstellung den jeweiligen Daten entspricht.	GA	5'	
6	Hausübung: zusammenfassende Ausarbeitung für ein Jahr mit Angabe der Daten, der berechneten Zentral- und Streuungsmaße und einem passenden Boxplot in elektronischer Form	EA		

**eLearning-Lernspirale zum Thema
Beschreibende Statistik – Mittelwert**

4. Klasse

von

Gabriele Bleier, Franz Embacher und Evelyn Stepancik

Themenbereich/Inhalte:

Mittelwert

Fachliche Voraussetzungen:	Fachliche Ziele:
<ul style="list-style-type: none"> • Diagramme lesen und deuten • Daten der Größe nach ordnen • Mittelwert(arithmetisches Mittel) intuitiv begreifen • negative Zahlen kennen • Quadratwurzel ermitteln können 	<ul style="list-style-type: none"> • das arithmetische Mittel (kurz: Mittelwert) ermitteln können • Eigenschaften des Mittelwerts beschreiben können • große Datensätze auswerten können

Methodische Voraussetzungen:	Methodische Ziele:
<ul style="list-style-type: none"> • Informationen selbstständig schriftlich festhalten können • mit Partner und in Gruppe arbeiten können • Methoden zur Partner- und Gruppenfindung kennen • Ergebnisse präsentieren können • Eventuell ein Portfolio anlegen und bearbeiten können • Projektdokumentation mittels PC anfertigen können 	<ul style="list-style-type: none"> • mathematische Inhalte selbstständig erarbeiten können • über mathematische Inhalte sprechen können • wichtige Informationen filtern und schriftlich festhalten können • Eigenverantwortung beim Lernprozess stärken • elektronische Lernhilfen sinnvoll nutzen können

Technische Voraussetzungen:	Technische Ziele:
<ul style="list-style-type: none"> • PC mit Internetzugang oder PC mit dem installiertem Lernpfad Beschreibende Statistik • Beamer • Bei Verwendung von CAS-Rechnern empfehlen sich ein Overhead-Display und ein Overhead-Projektor. • Dateien öffnen, schließen und speichern können • auf einer Webseite navigieren können • Berechnungen am numerischen Taschenrechner durchführen können • Tabellenkalkulation Excel öffnen und einfache Eingaben vornehmen können 	<ul style="list-style-type: none"> • Arithmetisches Mittel großer Datensätze mit elektronischen Hilfsmitteln ermitteln können • Flash-Animationen zur Visualisierung von Zusammenhängen und Eigenschaften nutzen können • technische Anleitungen (Eingabeanweisungen, Screenshots und Videosequenzen) selbstständig nutzen können • Dateien in der Plattform veröffentlichen • Plattformeinträge lesen und kommentieren • Wiki bearbeiten können

<ul style="list-style-type: none"> • ggf. auf einem CAS-Rechner Voyage/TI92/TI89 im Algebrafenster arbeiten können: Zahlen eingeben und Berechnungen durchführen können, Wert und Formeln unter einer Variable speichern können, exakte und näherungsweise Berechnung anwenden können • Forum, Wiki, Abstimmungs- und eventuell Quizmodule in Plattformen nützen können • Wechsel zwischen Textverarbeitung, Tabellenkalkulation, Lernplattform und Lernpfad vollziehen können 	
---	--

Makrospirale zur beschreibenden Statistik

Arbeitsinseln mit grau hinterlegter Nummer sind ausgearbeitet.

Vorwissen /Voreinstellungen aktivieren

A 00	Einführung: Was ist beschreibende Statistik? Was sind Daten? Wiederholung: einfache Säulendiagramme lesen
------	--

Neue Kenntnisse/ Verfahrensweisen erarbeiten

A 01	Mittelwert ermitteln, darstellen, Eigenschaften erarbeiten und anwenden (2 Unterrichtseinheiten)
A 02	Median ermitteln, darstellen, Eigenschaften erarbeiten und anwenden, mit dem Mittelwert vergleichen (1 Unterrichtseinheit)
A 03	Unteres und oberes Quartil ermitteln, darstellen, Eigenschaften erarbeiten und anwenden (1 Unterrichtseinheit)
A 04	Boxplot zeichnen und deuten (1 Unterrichtseinheit)
A 05	Standardabweichung ermitteln, Eigenschaften erarbeiten und anwenden, mit dem Interquartilsabstand vergleichen (1 Unterrichtseinheit)

Komplexere Anwendungs-/Transferaufgaben

	sind jeweils in den einzelnen Mikrospiralen enthalten
A 06	Variante: Das Beispiel <i>Österreichische Bevölkerung nach Regionen</i> wird erst in einer abschließenden Unterrichtseinheit bearbeitet und entfällt daher in den einzelnen Arbeitsinseln.

Arbeitsmittel für alle Arbeitsinseln sind PC, der Lernpfad Beschreibende Statistik, die verwendete Lernplattform sowie Heft für Mitschriften.

Mikrospirale A1: Mittelwert

Schritt	Lernaktivitäten der SchülerInnen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
Beginn der 1.Unterrichtseinheit:				
1	Die Lernschritte <i>Notendurchschnitt</i> und <i>Mittelwert von 2 Zahlen/3 Zahlen/4 Zahlen/5 Zahlen</i> werden in Einzelarbeit durchgeführt, die Ergebnisse mittels PC (Word) festgehalten und in einem Forum veröffentlicht.	EA	20'	PC, Word,
Plattform: Ergebnisse der Einzelarbeit in einem Forum veröffentlichen.				
2	Die SchülerInnen bilden je nach räumlichen Möglichkeiten im Unterrichtsraum 3er bis 5er Gruppen und vergleichen ihre Ergebnisse. Anschließend werden die Aufgaben zu den Körpergrößen in der Gruppe durchgeführt.	GA	10'	
Plattform: Ergebnisse der Aufgabe Körpergröße in einem weiteren Forum veröffentlichen.				
3	Eine Gruppe präsentiert die Aufgaben zum Mittelwert für 5 Zahlen und wiederholt die allgemeine Formel zur Berechnung.	Plenum	5'	
Plattform (+ Beamer): Präsentation erfolgt mittels Beamer und Plattform.				
4	Ausgewählte Aufgaben aus dem Lernschritt Übungsaufgaben (Bsp. 1 bis 5) werden in Einzelarbeit bzw. als Hausübung bearbeitet.	EA		eventuell Kopien der Angaben Übungsaufgaben zum Mittelwert
Plattform: Eventuell die Hausübungen in einem Forum veröffentlichen, damit sie in Schritt 7 allen zur Verfügung stehen.				
Beginn der 2.Unterrichtseinheit:				
5	Der Lernschritt <i>Formel: Mittelwert</i> wird selbstständig bearbeitet und die wichtigsten Informationen werden mittels PC festgehalten.	EA	10'	PC, Word
Plattform: Falls die Plattform ein Glossar zur Verfügung stellt, kann ein Schüler/eine Schülerin im Glossar den Begriff Mittelwert erklären.				

6	Beispiel 6 und 7 aus dem <i>Lernschritt Übungsaufgaben</i> werden in Einzelarbeit bearbeitet.	EA	5'	
Plattform: Ergebnisse der Einzelarbeit in einem Forum veröffentlichen.				
7	Zu zweit werden die Aufgaben der Einzelarbeit bzw. der Hausübung besprochen. Das <i>Beispiel Venedig</i> wird mit CAS und/oder Excel berechnet und die Ergebnisse im Heft festgehalten bzw. gespeichert.	PA	5'	eventuell Kopien mit der Angabe zum Venedigbeispiel
Plattform: Ergebnisse der Partnerarbeit in einem Forum veröffentlichen.				
8	Die Ergebnisse werden mit einem anderen Paar verglichen. Exceldateien werden gespeichert oder ausgedruckt.	GA	5'	
9	eventuell: Zu zweit wird das <i>Beispiel Österreichische Bevölkerung nach Regionen</i> mit Excel bearbeitet: Dabei soll ein Schüler/eine Schülerin das Jahr 2001, der/die andere das Jahr 2002 bearbeiten. Das Ergebnis wird wieder mit einem anderen Paar verglichen.	PA	10'	Achtung: Daten für 2001 und 2002
Plattform: Ergebnisse der Partnerarbeit in einem Forum veröffentlichen.				
	alternativ: als Hausübung oder Arbeitsinsel A 06	EA		
Plattform: Falls ein Wiki vorhanden ist, können die Schüler/innen als Hausübung in Gruppenarbeit einen erklärenden Text zum Mittelwert verfassen. Falls kein Wiki vorhanden ist, kann diese Aufgabe als Kettenposting in einem Forum oder als Kettenmail bearbeitet werden.				
10	Nach dem Zufallsprinzip werden 1 oder 2 SchülerInnen ausgewählt, die das Beispiel Venedig bzw. eventuell Österreichische Bevölkerung präsentieren.	Plenum	5'	

**Begleitender Einsatz von Lernplattformen zur
Beschreibende Statistik
4. Klasse
von
Gabriele Bleier, Franz Embacher und Evelyn Stepancik**

Die ersten vier Arbeitsschritte können bereits vor dem Lernpfad zur beschreibenden Statistik oder auch parallel dazu erledigt werden. Der fünfte Arbeitsschritt kann allerdings erst nach Absolvierung des Lernpfads erfolgen.

Einsatz eines Forums

Erhebung des Evaluationsthemas:

Schon bevor die Schüler/innen die mathematischen Inhalte aus dem Bereich beschreibende Statistik kennen lernen, können die Schüler/innen in einem Forum diskutieren, zu welchem Thema eine Befragung in allen Klassen ihrer Schulstufe durchgeführt werden soll.

Arbeitsaufwand für Schüler/innen: etwa 1 Woche

Lehrer/innenaktivitäten:

- Eröffnung des Forums mit gezielter Fragestellung.
- Mitlesen im Forum, eventuell Einträge von Schüler/innen kommentieren.

- Zusammenfassen der gewünschten Evaluationsthemen am Ende der Woche (kann auch an Schüler/innen übergeben werden).
- Schüler/innenaktivitäten dokumentieren (eventuell direkt in der Plattform, siehe nebenstehende Abbildung).



Einsatz eines Abstimmungsinstruments

Abstimmung über das Evaluationsthema:

Fast jede Plattform verfügt über ein Abstimmungsinstrument. Die Klasse soll über das zu evaluierende Thema abstimmen¹. Diese Aufgabe kann durchaus von den Schüler/innen zuhause erledigt werden.

Falls keine Abstimmungsinstrument in der Plattform zur Verfügung steht, kann die Abstimmung natürlich auf herkömmliche Art geschehen.

Arbeitsaufwand für Schüler/innen: etwa 30 Minuten

Lehrer/innenaktivitäten:

- Zusammenstellung der Abstimmung.
- Zusammenfassen der Ergebnisse der Abstimmung.

Einsatz eines Wikis

Erarbeitung eines Fragebogens mittels Wiki:

Falls die Plattform ein Wiki zur Verfügung stellt, können die Schüler/innen (eventuell in Gruppen) Fragebögen zum ausgewählten Thema erarbeiten.

Richtlinie zur Gestaltung von Fragebögen können an dieser Stelle thematisiert werden.

Die Fragebögen können aber auch in Deutsch oder Informatik erarbeitet werden.

Einen Schüler / eine zum/zur Endredakteur/in ernennen.

Einsatz eines Forums

Erarbeitung eines Fragebogens mittels Forum (Kettenposting):

Falls kein Wiki zur Verfügung steht, können die Schüler/innen in Gruppen Fragebögen erarbeiten.

Zum Beispiel: Ein Schüler / eine Schülerin beginnt mit der Erstellung der ersten Frage.

Nächste/r Schüler/in entwickelt die zweite Frage. Usw.

Es hat sich als praktisch erwiesen, wenn vom Lehrer / von der Lehrerin die Bearbeitungsreihenfolge vorgegeben wird.

Die Fragebögen können aber auch in Deutsch oder Informatik erarbeitet werden.

Einen Schüler / eine zum/zur Endredakteur/in ernennen.

Arbeitsaufwand für Schüler/innen: 1 Woche

Lehrer/innenaktivitäten:

- Initiierung des Wikis, Gruppeneinteilung.
- Eröffnung des Forums, Gruppeneinteilung, Vorgabe der Reihenfolge.
- Mitlesen im Wiki oder im Forum, eventuell Kommentare und Hinweise veröffentlichen.
- Deadline für Fertigstellung des Fragebogens ausgeben, Ergebnisse einsammeln.
- Schüler/innenaktivitäten dokumentieren (eventuell direkt in der Plattform).

¹ Die Daten der Evaluierung können ebenfalls zur Auswertung herangezogen werden. Die meisten Plattformen liefern eine sehr brauchbare Zusammenstellung der Daten.

Einsatz eines Abstimmungsinstruments

4. Durchführung der Befragung:

Wie bereits bei der Abstimmung über das Evaluationsthema ausgeführt, kann der Fragebogen mittels Plattform oder auch auf Papier beantwortet werden.

Arbeitsaufwand für Schüler/innen: 1 Stunde

Lehrer/innenaktivitäten:

- Zusammenstellung des Fragebogens mit dem entsprechenden Instrument oder Kopien (Papier) anfertigen.
- Daten als xls-Datei zur Weiterverwendung aufbereiten.

Einsatz eines Glossars

5. Zusammenfassung und Vertiefung des neuen Wissens:

Falls die Lernplattform auch ein Glossar zur Verfügung stellt, können die Schüler/innen (eventuell in Gruppen) alle neuen Begriffe im Glossar aufschreiben und mit eigenen Worten erklären. Dieses Glossar kann eine wertvolle Nachschlaghilfe beim Lernen sein.

Arbeitsaufwand für Schüler/innen: 1 Woche

Lehrer/innenaktivitäten:

- Eröffnung des Glossars, Beschreibung von Sinn und Zweck, Gruppeneinteilung.
- Einträge im Glossar lesen (eventuell danach erst freischalten), Tipps und Anmerkungen geben.

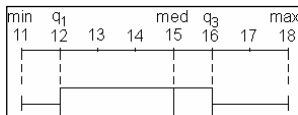
Weitere Materialien

Als weitere Materialien werden

- ein so genannter Themenplan (als Arbeitsplan für die Schüler und Schülerinnen),
- eine Arbeitsanleitung für die Schüler und Schülerinnen für eine reine E-Learning-Sequenz,
- ein so genannter „advanced organizer“ als Vorbereitung für den Lernpfad zum Anknüpfen an Vorwissen und zur Vorschau auf die Lerninhalte des Lernpfads und
- eine ZIP-Datei mit den Lösungen

zur Verfügung gestellt.

Themenplan mit Pflicht- und Wahlaufgaben








































Beschreibende Statistik

Name:

Alle Lernschritte findest du im Lernpfad „Beschreibende Statistik“ auf <http://www.austromath.at/medienvielfalt/>

Zeitplan: 6 Unterrichtsstunden. Die 7. Unterrichtsstunde ist für die Präsentation zu den vorgegebenen Themen (siehe Extraeinteilung) vorgesehen (max. 5 Minuten pro Gruppe). Siehe auch Anmerkungen am Ende des Plans!

Du brauchst:  

Nr.	Titel		Arbeitsauftrag	P/W	✓
Mittelwert					
1	Notendurchschnitt		 : Antwort	P	
2	Mittelwert von 2 Zahlen		 : Zusammenfassung	W	
3	Mittelwert von 3 Zahlen		 : Zusammenfassung	W	
4	Mittelwert von 4 Zahlen		 : Zusammenfassung	P	
5	Mittelwert von 5 Zahlen		 : Zusammenfassung	P	
6	Formel		 : Formeln	P	
7	Übungsaufgaben		HÜ: 	P	
8	Venedig		 mit Excel berechnen; Antwort 	P	
9	Österreich. Bevölkerung		 mit Excel berechnen; Ergebnis 	W	
Median					
10	Stirnreihe		 : Antwort	P	
11	Bleistifte		 : Antworten	P	
12	Definition		 : wichtigste Informationen	P	
13	Ausreißer		 : Zusammenfassung, Erklärung	P	
14	Übungsaufgaben		HÜ: 	P	
15	Österreich. Bevölkerung		 mit Excel berechnen; Ergebnis 	W	
Quartile					
16	Definition		 : neue Begriffe und Bedeutung	P	
17	Beispiel		 : Beispiel 5	P	

18	Übungsaufgaben	😊	HÜ: 📖✎	P	
19	Österreich. Bevölkerung	😊😊	📊 mit Excel berechnen; Ergebnis 🖨	W	
BoxPlots					
20	BoxPlot zeichnen	😊	📖✎ : Zeichnung	P	
21	Beispiel A	😊	📖✎ : Zeichnung	P	
22	Beispiel B oder C	😊	📖✎ : Text zum BoxPlot	P	
23	Beispiel C oder B	😊😊	mit Partner/in tauschen 📖✎ : BoxPlot zum Text zeichnen	P	
24	Beispiel D	😊😊	Dialog mit Partner/in	P	
25	Übungsaufgaben	😊	HÜ: 📖✎	P	
26	Interpretations- und Vergleichsaufgaben	😊😊	📖✎ : Antworten	P	
Standardabweichung					
27	Film	😊	Du kannst das Video anhalten, zurückspulen etc.	P	
28	Definition	😊😊	📖✎ : Erklärung der Standardabweichung, Formel, Beispiel für die für gegebenen Zahlen berechnen	P	
29	Streuung	😊😊	📖✎ : Zusammenfassung	P	
30	Routenwahl	😊	HÜ: 📖✎	P	

P/W Pflicht/Wahl 📖✎ Antworten in der Projektmappe aufschreiben
 ✓ Kontrolliert von ... 🖨 ausdrucken

Die Projektmappe muss spätestens am abgegeben werden!

Deine **Projektmappe** enthält:

- o alle deine **Aufzeichnungen** (Definitionen, Merksätze, Skizzen, Rechnungen, ...) - Achte besonders darauf, deine Projektmappe übersichtlich zu gestalten! Vergiss nicht auf Lernschrittnummer, Überschriften, Beispielangaben, etc. !
- o alle Hausübungsbeispiele

Zur **Beurteilung** des Projektes zählen: Projektmappe (Vollständigkeit, Ausführung, ...), Arbeitshaltung, Hausübung, freiwillige Zusatzübungen (Wahlstationen, Bonus-Hausübung) .
 Viel Vergnügen!

E-Learning-Sequenz Beschreibende Statistik

Arbeitsauftrag

Den **Lernpfad** findest auf www.austromath.at/medienvielfalt.

Das Projekt dauert **6 Unterrichtsstunden**: vom 16. bis 28. November 2006

In den folgenden 6 Unterrichtseinheiten arbeitest du eigenverantwortlich und selbstständig zum Thema Beschreibende Statistik. Du lernst wichtige Maße für den Durchschnitt und die Abweichung vom Durchschnitt kennen. Außerdem erfährst du, wie Daten mithilfe eines Boxplots dargestellt werden können. Animationen und Videos unterstützen dich beim Lernen. Halte dich an die Angaben, ob du alleine, mit Partner/in oder in einer Gruppe arbeiten sollst. Das Gleiche gilt für Anweisungen, ob du etwas aufschreiben sollst.

Bevor du beginnst, lege eine Übersicht und einen Zeitplan in deiner Projektmappe an (siehe unten).

Als **Hausübung** sind folgende Lernschritte zu erledigen und auf Einlageblättern zum jeweiligen Termin abzugeben:

Mittelwert: Übungsaufgaben	bis 21.11.
Median: Übungsaufgaben	bis 23.11.
Quartile: Übungsaufgaben	bis 25.11.
Boxplot: Übungsaufgaben	bis 28.11.
Standardabweichung: Beispiel Routenwahl	bis 30.11.

Auf unserer Lernplattform sind Themenvorschläge für abschließende Kurzpräsentationen am 2.12. zu finden. Die Zuordnung erfolgt per Zufall. Die Präsentation hat gemeinsam zu erfolgen und dauert maximal 5 Minuten. Die Art der Präsentation (Plakat, Handout, PowerPoint, Excel, Overheadfolie) kann frei gewählt werden.

Die **Projektmappe** ist händisch oder am Computer zu führen und enthält

- eine **Übersicht** über die **Inhalte** des Lernpfades (MindMap o.Ä.),
- eine **Zeitplanung**, in der genau eingetragen ist, wann du was machen möchtest bzw. wann du was mit wem gemacht hast (sie könnte etwa so aussehen),

Was?	Wann geplant?	Wann durchgeführt?	Dauer	Mit wem?

- alle deine **Aufzeichnungen**: Rechnungen, Merksätze, Skizzen, Probleme usw.,
- sämtliche **Übungen**, die du zuhause erledigst,
- **Arbeitsblätter**, die du ausgedruckt hast.

Achte besonders darauf, deine Projektmappe übersichtlich zu gestalten! Vergiss nicht auf Überschriften, Angaben etc. Die Materialien sollten in der richtigen Reihenfolge festgehalten und gesammelt werden.

Das **Protokoll** zu jedem Lernschritt sollte Folgendes mindestens in deiner Projektmappe stehen:

Titel des Lernschritts
kurze Beschreibung des Inhaltes
Hattest du Probleme mit dem Lernschritt? Wenn ja, welche?

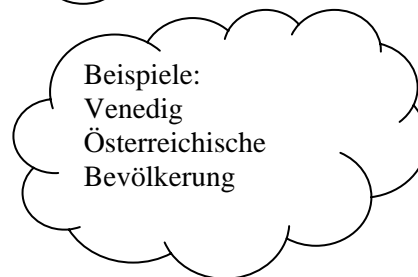
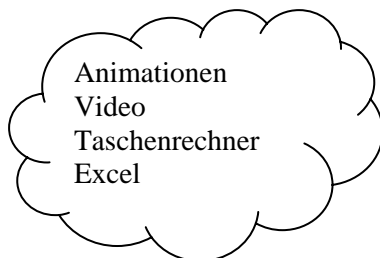
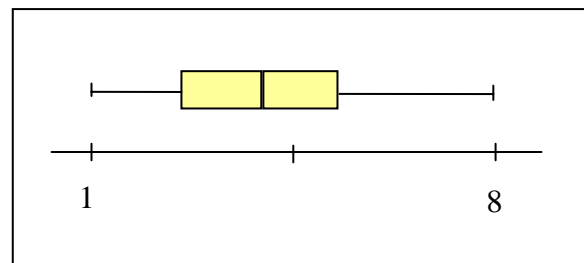
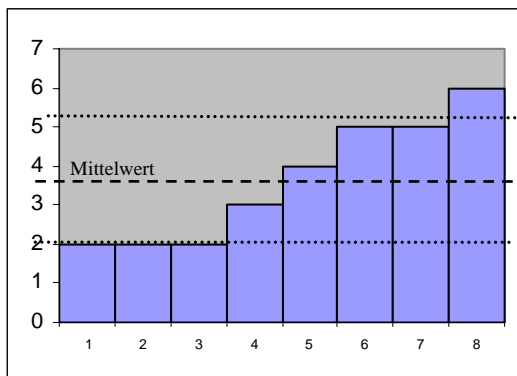
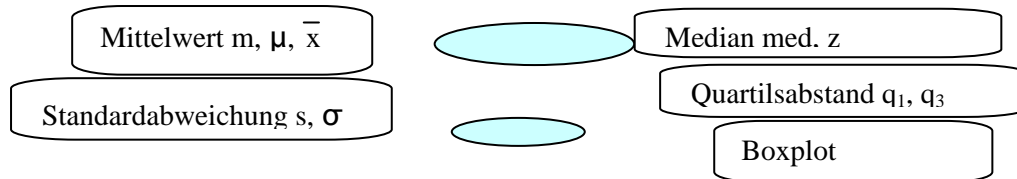
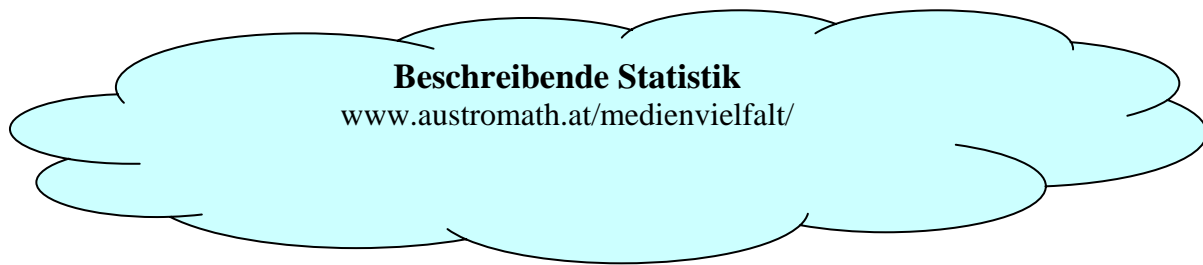
Sollten Fragen bzw. Probleme auftauchen, dann stelle sie auf unserer Plattform ins Netz. Beteilige dich am Austausch über die Plattform. Dort erhältst du auch Hilfe von deinem Lehrer.

Zur **Beurteilung** des Projektes zählen

Projektmappe (Vollständigkeit, Ausführung der Arbeitsaufträge, Sorgfalt ...)
Arbeitshaltung (Selbstständigkeit, Beteiligung am Diskussionsforum am Infoportal, ...)
Einhaltung von Terminen
Freiwillige Zusatzübungen
Leistung bei der Präsentation

Die Projektmappe (mit Hausübungen) muss bis 30. November abgegeben werden.

Advanced Organizer



Lern- und Arbeitsphase: 14.November bis 26.November 2005

Aufzeichnungen im SÜ-Heft

Hausübungen im HÜ-Heft

Beurteilung:

- Übersichtlichkeit (Gliederung, Überschriften – Thema, Beispiel)
- alle Formeln und Definitionen
- Aufzeichnungen zu Beispielen
- Erklärungen
- Angabeblätter (eingeklebt)
- Vollständigkeit
- sinnvolle Reihenfolge

Abgabe des SÜ-Heftes: 28.November 2005

5. Ergebnisse der internen Evaluation

Zum didaktisch-methodischen Kommentar

Der Lernpfad weist viele hilfreiche methodische Hinweise (Lernspirale, E-Learning-Lernspirale, E-Learning-Projekt mit/ohne Lernplattform, Themenplan, Anleitung für selbstständige Zeiteinteilung, Übersichtsblatt) auf.

Zum Lernpfad selbst

Die Flash-Applets helfen vielen Schüler/innen, eine bessere Vorstellung der verwendeten Begriffe zu bekommen. Der Lernpfad geht weg von der „trockenen“ Statistik. Die Übungen sind zahlreich und gut gelungen. Die vorgesehenen Arbeitszeiten sind realistisch gewählt. Die Lernspirale ist stark lernzielorientiert, die anderen methodischen Formen zeigen keine direkte Lernzielorientierung. Aus der Strukturierung werden aber die Lernziele auch für Schüler/innen sehr deutlich. Die Unterstützung durch Applets und auch Videos unterstützt unterschiedliche Lerntypen.

Mängel:

Hinweise für das Vorhandensein von Ton sind vorhanden, waren aber nicht deutlich genug. Weitere Hinweise im didaktischen Kommentar zur Notwendigkeit von Kopfhörern oder Headsets wären notwendig.

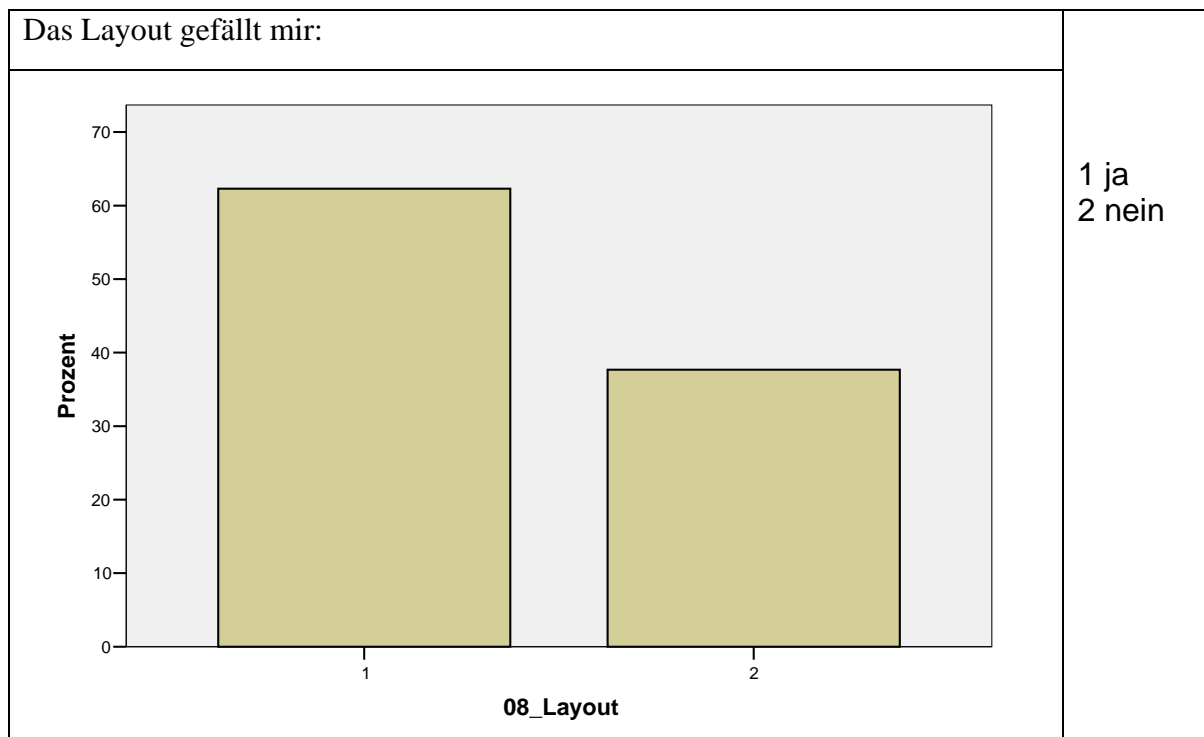
Excel und die TI-Rechner bzw. die händische Berechnung führen zu verschiedenen Ergebnissen. Die Systeme arbeiten bei der Berechnung von Median, Quartile etc. unterschiedlich – abweichende statistische Methoden und Gewichtungen bei Excel erschweren hier die Arbeit. Auch bei der Berechnung der Standardabweichung (Division durch n , Division durch $n-1$) werden manchmal unterschiedliche Methoden / Begriffe angewandt. Dies sollte im didaktischen Kommentar und auch im Lernpfad ergänzt werden.

Zur Wissensüberprüfung und Leistungsmessung

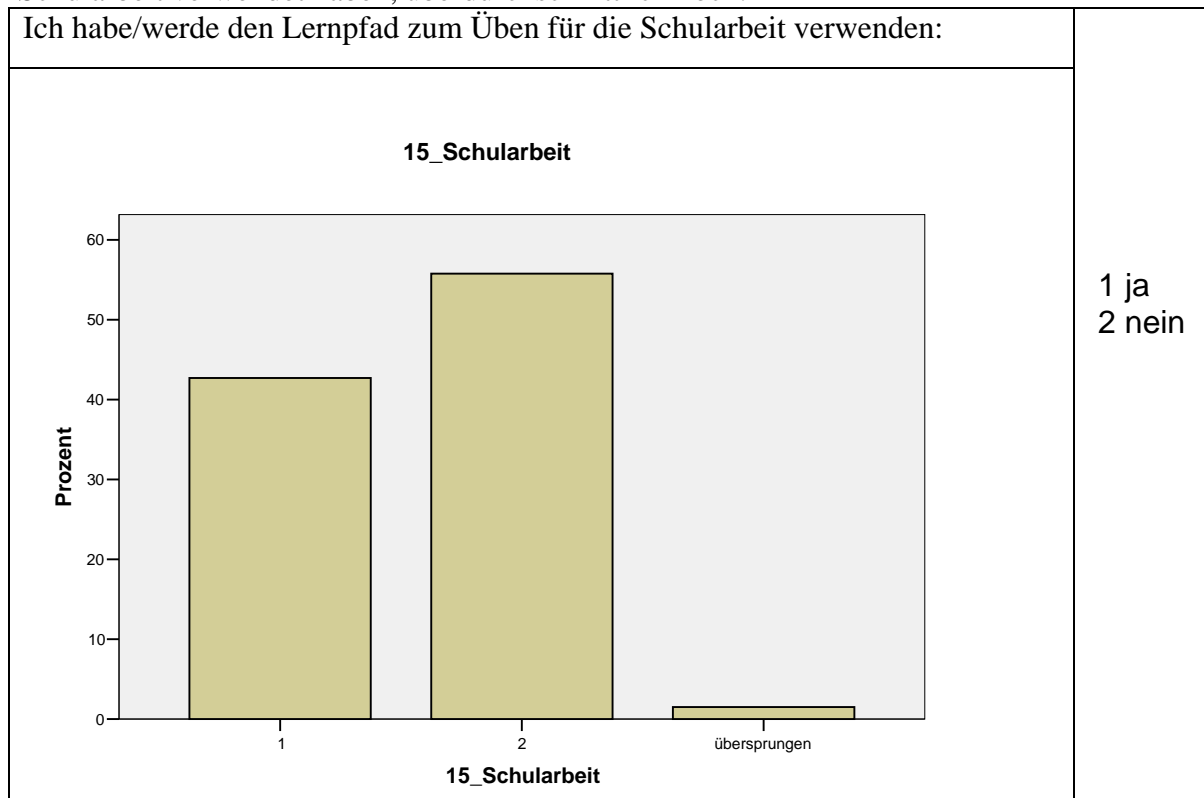
Eigene Übungen zur Wissensüberprüfung werden nicht angeboten. Übungsmaterial für Hausübungen ist ausreichend vorhanden. Vorschläge zur Leistungsmessung und Leistungsbeurteilung sind im didaktischen Kommentar vorhanden.

6. Äußere Evaluation / Feedback der Schüler/-innen

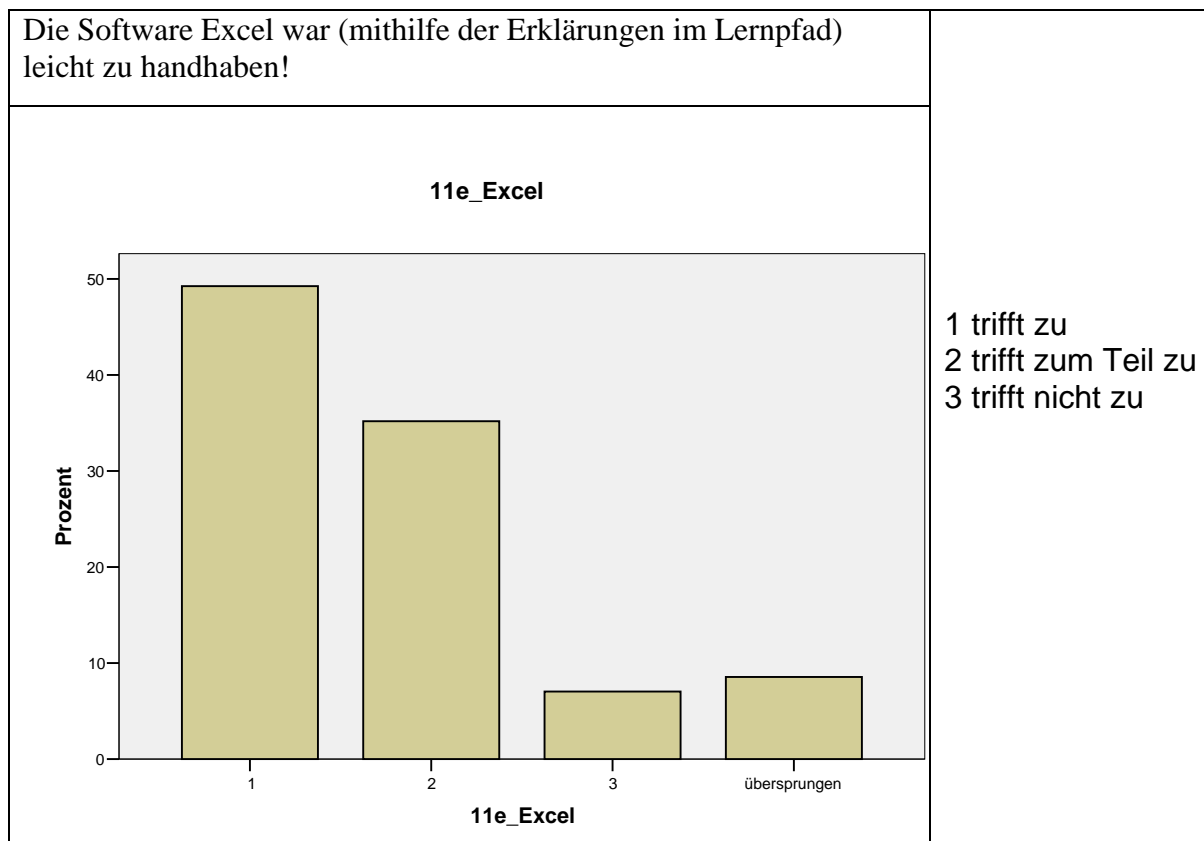
Von 199 Schülerinnen und Schülern aus 9 Klassen liegen Rückmeldungen vor.
Überdurchschnittlich viele Schülerinnen und Schüler finden keinen Gefallen am Layout.



Zuhause wurde wenig gearbeitet. Trotzdem ist der Anteil jener, die den Lernpfad als Übung für Schularbeit verwendet haben, überdurchschnittlich hoch.



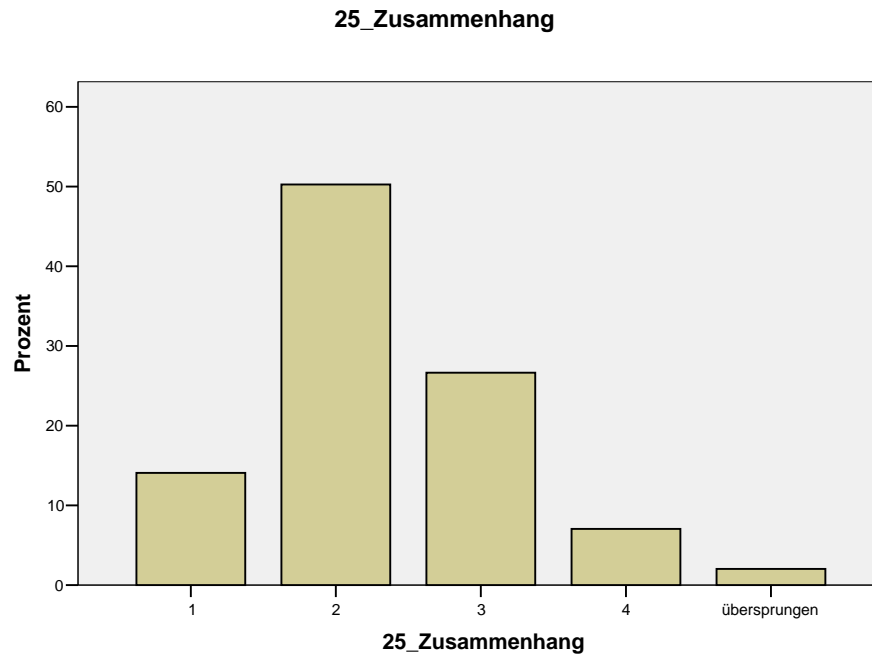
Excel wird als leicht handhabbar empfunden, die Zustimmung ist sehr groß. Videos und Flashanimationen werden in den offenen Fragen von Schülern und Schülerinnen oft positiv genannt.



Selbstständigkeit und Gruppenarbeit wird oft genannt.

Ein überdurchschnittlich hoher Anteil sagt, dass dieses neue mathematische Teilgebiet in Zusammenhang mit anderen mathematischen Gebieten steht (Möglicherweise werden Bruchrechnen, Prozentrechnung, relativer Anteil, Mittelwert und Diagramme erstellen als Querverbindungen erkannt.)

Mit Hilfe dieses Lernpfades konnte ich erkennen, dass dieses neue mathematische Teilgebiet einen Zusammenhang mit anderen mathematischen Gebieten hat:



1 trifft völlig zu
2 trifft eher zu
3 trifft eher nicht zu
4 trifft gar nicht zu

Unter den negativen Rückmeldungen werden mehrmals genannt:

Der Lernpfad wird als zu lang empfunden.

Es war zu wenig Zeit.

Es gab zu wenig Erklärungen vom Lehrer bzw. von der Lehrerin.

Erklärungen waren unverständlich.

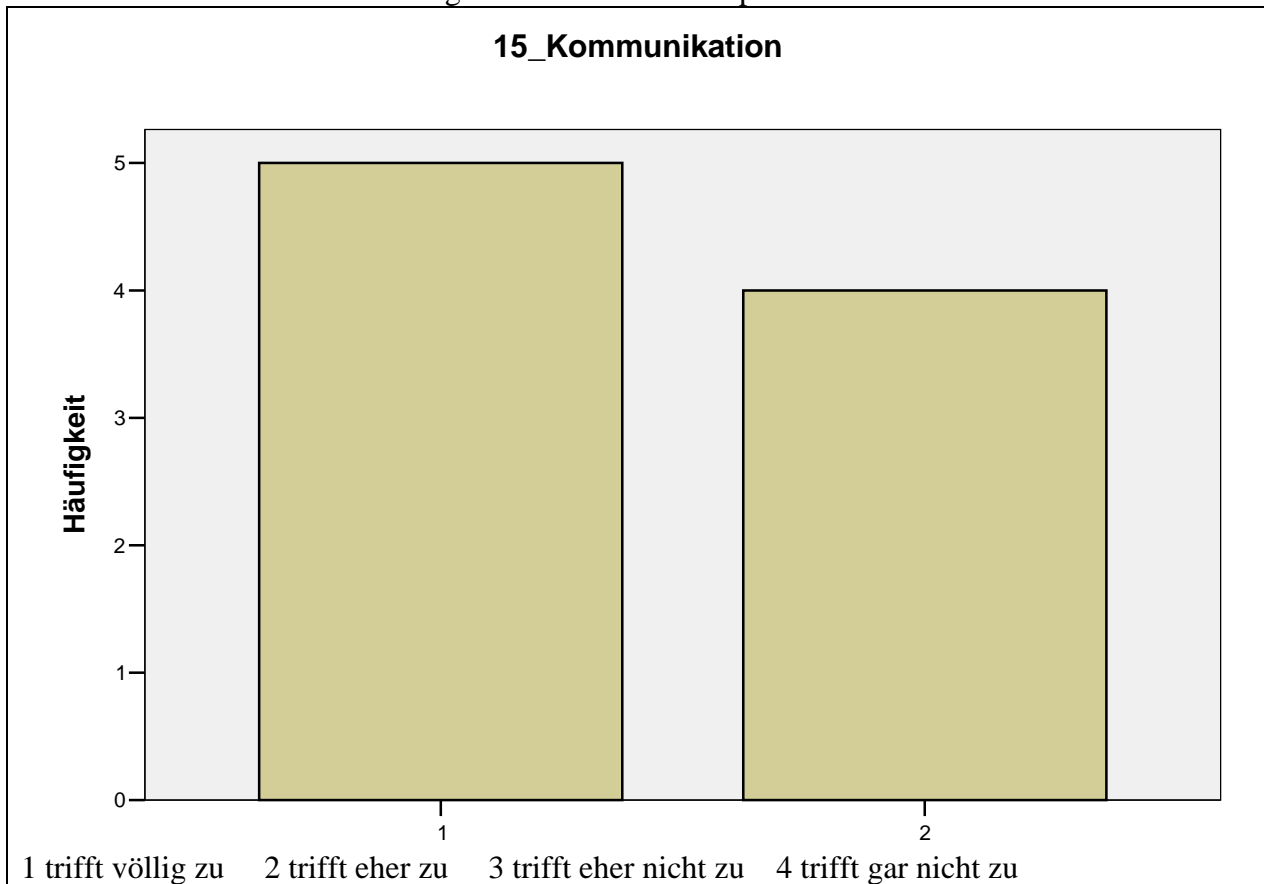
Der Boxplot war zu kompliziert.

Die Installation von Zusatzmodulen machte Schwierigkeiten.

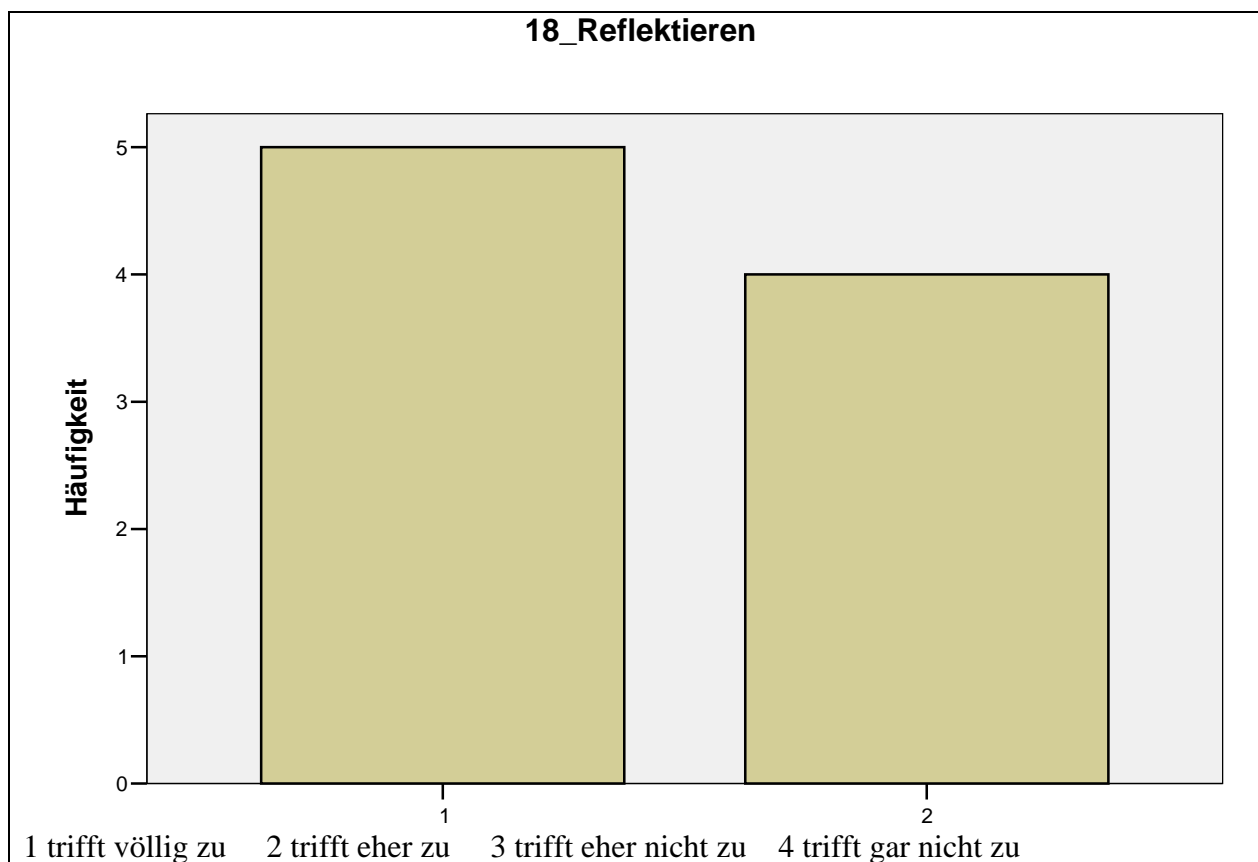
7. Äußere Evaluation / Feedback der Lehrer/-innen

9 Lehrerinnen bzw. Lehrer gaben Rückmeldung zum Lernpfad.

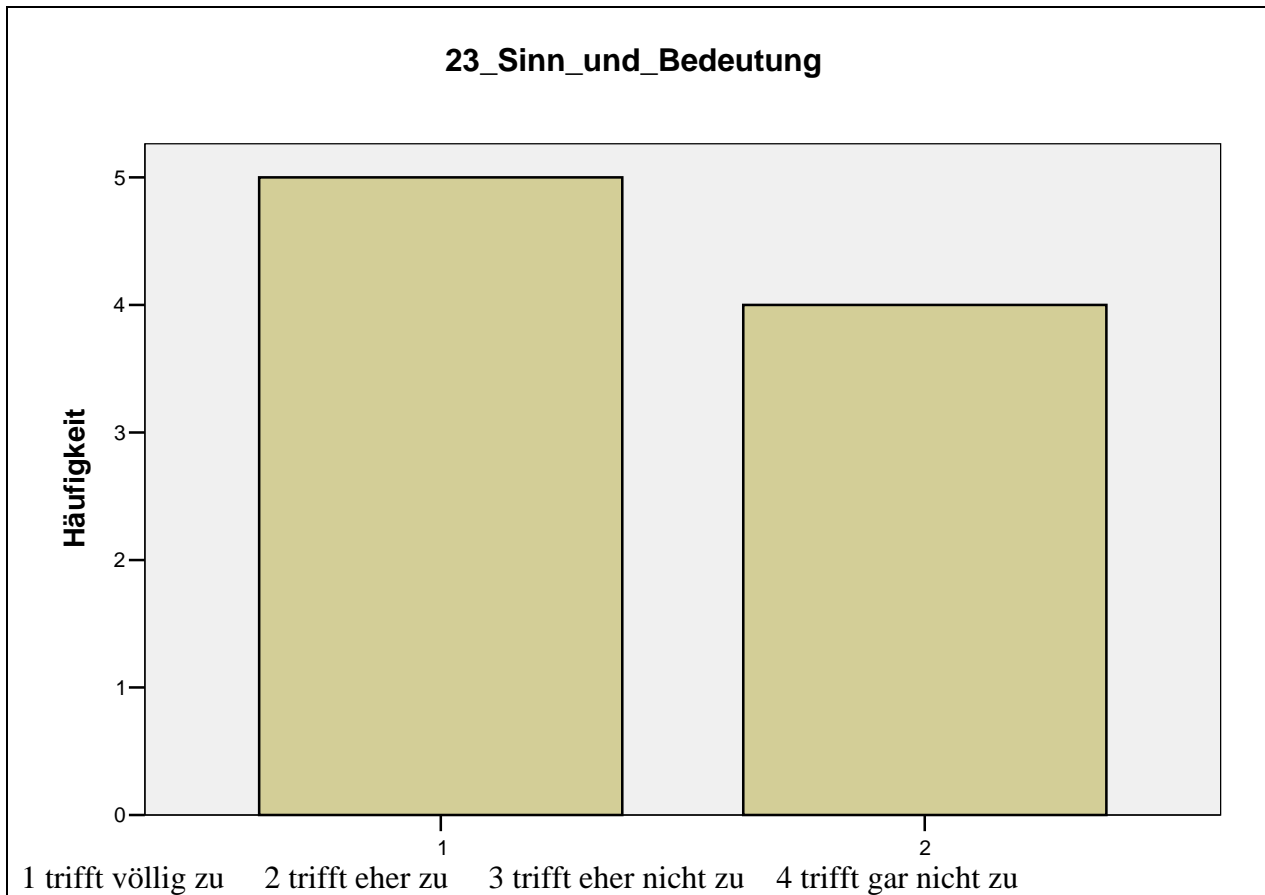
Die Kommunikation unter den Schülerinnen und Schülern wird von den Lehrerinnen und Lehrern als überdurchschnittlich gut und ausschließlich positiv beurteilt.



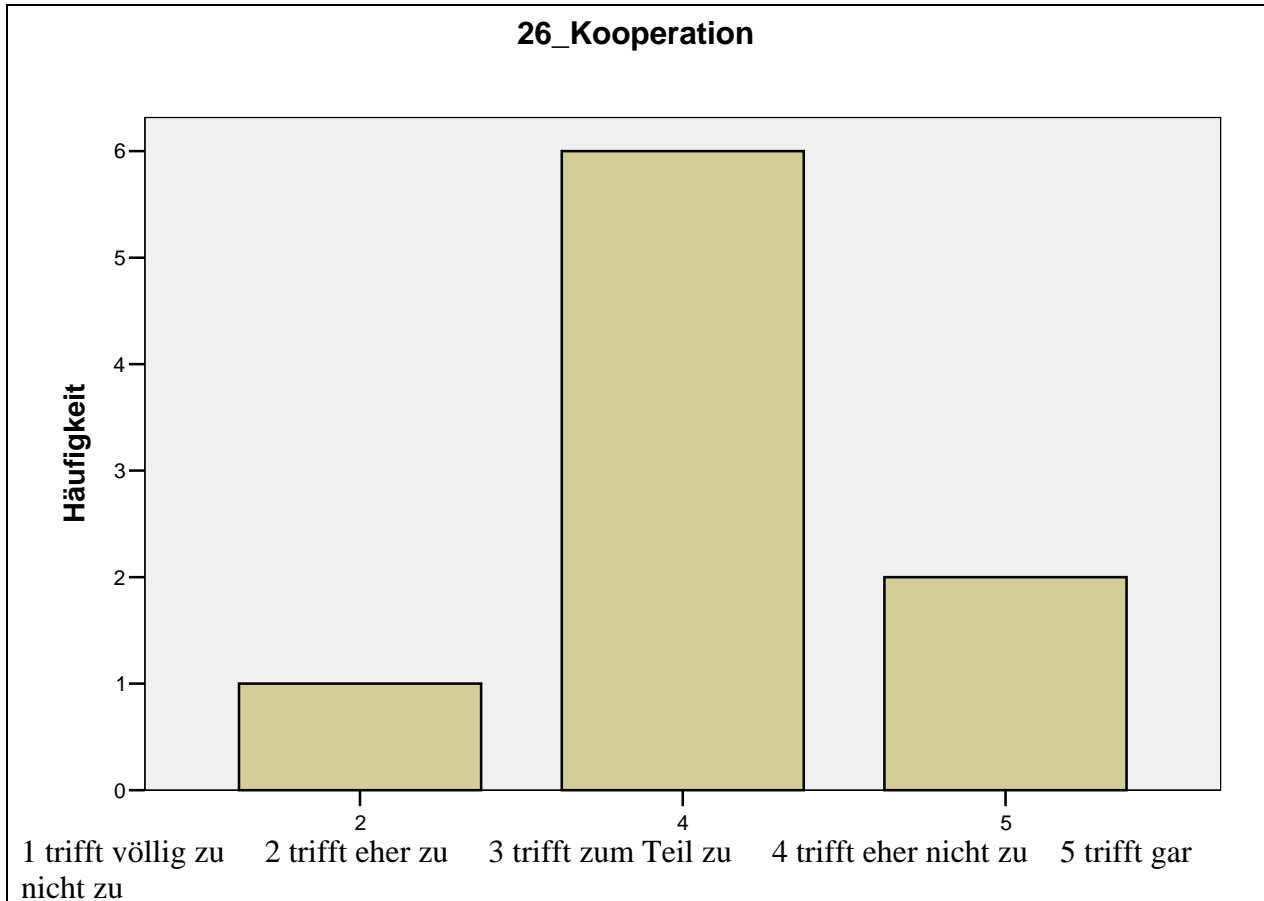
Es gibt ausschließlich Zustimmung zur Feststellung, dass der Lernpfad den Schülerinnen und Schülern das Reflektieren über mathematisches Tun ermöglicht.



Ungeteilte Zustimmung gibt es zur Feststellung, dass Sinn und Bedeutung der mathematischen Inhalte für die Schüler und Schülerinnen nachvollziehbar waren.



Die Aussage „Beim Absolvieren des Lernpfades erleben sich die SchülerInnen als Einzelkämpfer. Kooperation findet lediglich auf der informellen Ebene des Unterrichts (z. B. Mogeln) statt“ erfährt mehrheitlich Ablehnung. Daraus lässt sich ableiten, dass Kooperation zum Thema unter Schülerinnen und Schülern von Lehrerinnen und Lehrern in überdurchschnittlichem Ausmaß beobachtet wurde.



8. Überblick über den Erstellungsprozess

Am Beginn des Erstellungsprozesses standen eine genaue Analyse des Lehrplans und der im Bereich der Statistik zu erreichenden Lehr- und Lernziele. Es galt abzuwägen, wie viel theoretischer Input für die Schülerinnen und Schüler nötig und verträglich sei. Im Anschluss an diese Überlegungen wurde der gewünschte Lernprozess in verschiedene Lernschritte unterteilt sowie das von den SchülerInnen benötigte Vorwissen zusammengefasst. Aufgrund dieser Überlegungen entstand eine erste Grobplanung des Lernpfades. Die einzelnen Lernschritte wurden danach von den ErstellerInnen detaillierter ausgearbeitet. Bei einem weiteren Treffen fand eine Besprechung und Redigierung der bereits vorhandenen Materialien statt und eine nochmalige Erörterung des gesamten Lernprozesses, um sicher zu stellen, dass der Lernprozess konsistent und die Reihenfolge der Lernschritte sinnvoll war. In weitere Folge wurden die vorliegenden Arbeiten zu den einzelnen Lernschritten verfeinert und fast vollständig ausgeführt. Beim darauf folgenden Treffen wurden die nun schon fast fertigen Ergebnisse abermals einer kritischen Sichtweise unterzogen und an einigen Stellen korrigiert. Hernach folgte die individuelle Fertigstellung der Lernschritte. Weiters wurden zur Erlernung der Handhabung von Excel kleine Videos erstellt, die den SchülerInnen den Erwerb dieser Fertigkeiten erleichtern sollten. Das Erstellen dieser Videosequenzen stellte sich als überaus aufwendige Angelegenheit heraus.

Nachdem die Webrealisierung des Lernpfades komplett fertig gestellt war, wurden drei unterschiedliche Methoden zur Umsetzung des Lernpfades entwickelt, deren Erstellung sehr viel Zeit in Anspruch nahm.



Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

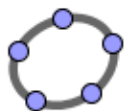
Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

TEIL 4

LERNPFAD FUNKTIONEN

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

Lernpfad: Funktionen - Einstieg

9. Schulstufe

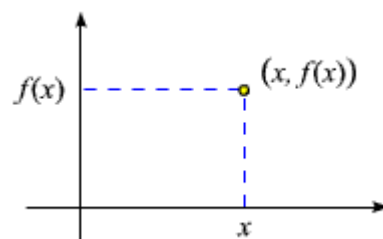
Autoren/innen: Mag. Irma Bierbaumer, Dr. Franz Embacher, Dr. Helmut Heugl

1. Motivation (Vorwort):

Das Thema Funktionen wurde gewählt, da sich unserer Meinung nach die Funktionenlehre besonders gut für den Einsatz von elektronischen Medien eignet. Wir haben die gängigen (den Schüler/innen zugänglichen) elektronischen Medien in Hinblick auf einen möglichen Einsatz zum Einstieg in das Thema Funktionen angesehen, und dann die entsprechende Verwendung der geeigneten Medien in die Lernsequenz eingebaut.

2. Didaktischer Kommentar

Der Lernpfad "Funktionen - Einstieg" kann zum Einstieg in das Thema Funktionen in der 5. Klasse AHS (9. Schulstufe) eingesetzt werden. Anhand konkreter Aufgabenstellungen soll mit Hilfe des Einsatzes elektronischer Medien Vorwissen aus der Unterstufe aktiviert und vertieft (verschiedene Darstellungsformen für Funktionen wie Formel, Wertetabelle, Graph) sowie neue Kenntnisse zum Funktionsbegriff (Präzisierung der Funktionsdefinition, Bezeichnungen wie Definitionsmenge, Zielmenge, Argument, Funktionswert,...) erarbeitet und an komplexeren Aufgabenstellungen angewendet werden.



Kurzinformation	
Schulstufe	5. Klasse AHS (9. Schulstufe)
Dauer	ca. 6 UE (mehr bei geringen Vorkenntnissen der Schüler/innen in der Handhabung des elektronischen Werkzeugs)
Verwendete Medien	CAS, Derive, Excel, Applets, Animationen
Technische Voraussetzungen	Flash, Java, Web-Anbindung
Autor/innen	Irma Bierbaumer, Franz Embacher, Helmut Heugl

Lerninhalt	Lernziel
Funktionsgleichungen, Wertetabellen	<ul style="list-style-type: none"> Aufstellen von Formeln anhand von Wertetabellen Erstellen von Wertetabellen mit einem elektronischen Medium Ablesen von Werten aus der Wertetabelle - Tabellen zum Problemlösen verwenden.
Definition einer Funktion	<ul style="list-style-type: none"> Kennen und anwenden können der Definition einer

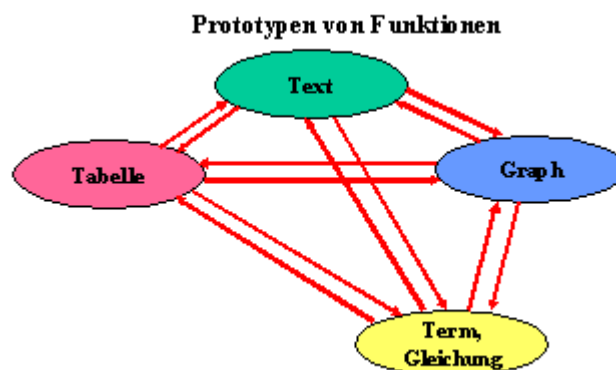
	Funktion.
Bezeichnungen bei Funktionen bzw. Eigenschaften von Funktionen	<ul style="list-style-type: none"> • Bezeichnungen wie Definitionsmenge, Zielmenge, Argument, Funktionswert, abhängige und unabhängige Variable kennen und anwenden können • Aus dem Text bzw. der Funktionsgleichung und der Wertetabelle Eigenschaften der jeweiligen Funktion ableiten können.
Funktionsgraphen	<ul style="list-style-type: none"> • Definition eines Funktionsgraphen formulieren und anwenden können • Erstellen von Funktionsgraphen mit einem elektronischen Medium • Skizzen von Funktionsgraphen anfertigen können • Ablesen von Werten aus dem Funktionsgraphen - den Funktionsgraph zum Problemlösen verwenden • Beschreiben der Abhängigkeit anhand des Funktionsgraphen.
Funktionsgraphen, Definition einer Funktion	<ul style="list-style-type: none"> • Erkennen, ob eine Kurve ein Funktionsgraph ist.

2.1. Didaktische Grundlagen

2.1.1 Zur fundamentalen Idee der "Funktion"

Allgemeinbegriffe erwirbt man in der Regel durch die Erfahrung und Begegnung mit prototypischen Repräsentanten (den Begriff "Tisch" verinnerlicht man nicht, indem man eine exakte Definition gibt, sondern weil man verschiedene Prototypen des Tisches erlebt). So verinnerlichen Lernende die fundamentale Idee der Funktion auch nicht durch eine "saubere" Definition am Beginn des Lernprozesses, sondern indem sie verschiedene Prototypen dieses Begriffes möglichst anhand von Beispielen aus seiner Erfahrungswelt erleben [Dörfler, 1991].

Im Laufe des "Funktionenlernens" erleben Lernende verschieden Prototypen des Funktionsbegriffes:



"Funktionenlernen" besteht im Wesentlichen darin, einen Prototypen zu finden, Beziehungen zwischen Prototypen herzustellen oder bestimmte Prototypen für das Problemlösen zu nutzen.

Funktionenlernen an "Prototypen" in diesem Lernpfad Text \leftrightarrow Tabelle \leftrightarrow Formel (=Funktionsgleichung) \leftrightarrow Tabelle \leftrightarrow Graf	
Handybeispiel (1)	Aus einem Text eine Tabelle, eine Gleichung finden.
Handybeispiel (2)	Mit einem geeigneten elektronischen Werkzeug eine Tabelle erstellen.
Handybeispiel (3)	Die Tabelle zum Problemlösen nutzen.
Schachtelbeispiel (1)	Aus einem Text, einer Skizze, einer Flashanimation eine Formel (Funktionsgleichung) finden.
Schachtelbeispiel (2)	Aus einer Formel eine Tabelle mit variabler Schrittweite erstellen.
Handybeispiel (4) und Schachtelbeispiel (3)	Aus dem Text bzw. der Funktionsgleichung Eigenschaften der jeweiligen Funktionen ableiten können.
Schachtelbeispiel (5), Handybeispiel (4) und (5)	Aus Gleichungen und Tabellen Graphen mit Hilfe geeigneter elektronischer Werkzeuge ermitteln können.

2.1.2 Zum genetischen Konzept

1. **Anschluss an das Vorverständnis der Adressaten.**
Probleme, wie z.B. Handytarife, kommen aus der Erfahrungswelt der Schüler/innen.
2. **Zulässigkeit einer informellen Einführung.**
Eine "saubere" Definition des Funktionsbegriffes erfolgt erst, wenn die Schüler/innen schon längst mit verschiedenen Funktionsprototypen Bekanntschaft gemacht haben.
3. **Hinführen zu strengeren Überlegungen; Erweiterung des Gesichtskreises, Standpunktsverlagerung.**
Die Aufgabensequenz soll den Schüler/innen die Notwendigkeit einer exakteren Fassung des Funktionsbegriffes klar machen (Definitions- und Zielmenge, usw.)
4. **Durchgehende Motivation, Kontinuität.**
Die Schüler/innen sollten auch das Gemeinsame in dieser Aufgabensequenz erkennen und den Zusammenhang der einzelnen Phasen verstehen.

2.1.3 Drei Phasen des Mathematiklernens

- **Die experimentelle, heuristische Phase:**
Durch experimentieren mit verschiedenen Funktionsprototypen (Tabelle, Graf, usw.) erfahren die Schüler/innen die wichtigsten Kennzeichen funktionaler Abhängigkeiten.
- **Die exaktifizierende Phase:**
Sie besteht in diesem Lernpfad in der Definition der Funktion und des Funktionsgraphen. Beweise im engeren Sinn findet man erst in späteren Teilen des Kapitels "Funktion".
- **Die Anwendungsphase:**
Anwendungen begleiten den ganzen Lernprozess. Aus den Anwendungen wird auch der Funktionsbegriff erarbeitet. Im letzten Teil werden dann noch Aufgaben zur Festigung des Gelernten und eventuell zur Selbstevaluation und als Übungsaufgaben angeboten.

2.2. Grundvorstellungen - Grundfähigkeiten

2.2.1 Grundvorstellungen zu Funktionen

- **Grundvorstellung 1:**
Einen naiven Funktionsbegriff verinnerlichen: "Abhängigkeiten zwischen Größen"
- **Grundvorstellung 2:**
Beziehungen zwischen verschiedenen "Prototypen" des Funktionsbegriffes herstellen und nutzen können:
 - Text \leftrightarrow Tabelle
 - Text \leftrightarrow Term
 - Term \leftrightarrow Tabelle
 - Tabelle \leftrightarrow Graph
 - Term \leftrightarrow Graph
- **Grundvorstellung 3:**
Einen exakteren Funktionsbegriff verinnerlichen

2.2.2 Grundfähigkeiten zu Funktionen

- **Grundfähigkeit 1:**
Mit Informationen aus einem Text eine Tabelle erstellen können
- **Grundfähigkeit 2:**
Tabelle zum Interpretieren, zum Problemlösen nutzen können
- **Grundfähigkeit 3:**
Aus einem Text, einer Tabelle einen Funktionsterm entwickeln können
- **Grundfähigkeit 4:**
Aus einem Text, einer Tabelle, einem Term einen sinnvollen Definitionsbereich ableiten können
- **Grundfähigkeit 5:**
Aus einer Tabelle, einem Funktionsterm einen Graphen zeichnen können
- **Grundfähigkeit 6:**
Graphen interpretieren können
- **Grundfähigkeit 7:**
Für alle diese Grundfähigkeiten technologische Hilfsmittel nutzen können

2.2.3 Was steht im Lehrplan?

In allen Schularten ist die **Nutzung von informationstechnologischen Medien** verpflichtend vorgeschrieben.

Allgemein bildende höhere Schule (AHS)

5. Klasse - Funktionen

- Beschreiben von Abhängigkeiten, die durch reelle Funktionen in einer Variablen erfassbar sind (mittels Termen, Tabellen und Graphen), Reflektieren über den Modellcharakter von Funktionen
- Beschreiben und Untersuchen von linearen und einfachen nichtlinearen Funktionen
- Untersuchen von Formeln im Hinblick auf funktionale Aspekte, Beschreiben von direkten und indirekten Proportionalitäten mit Hilfe von Funktionen
- Arbeiten mit Funktionen in anwendungsorientierten Bereichen

Höhere technische und gewerbliche Lehranstalten (HTL)

1. Jahrgang - Funktionen

- Begriff, Darstellung im Koordinatensystem; lineare Funktion; Interpretieren von Tabellen, ...

Handelsakademien (HAK)

II. Jahrgang - Funktionen, Umkehrfunktionen, ...

Höhere Lehranstalten für wirtschaftliche Berufe (HLW)

Lehrplan ist nicht jahrgangsbezogen - Funktionenlehre

- Lineare Funktionen und dazugehörige Gleichungen
- Potenz- und Wurzelfunktionen, ...
- Anwendungsbeispiele und Projekte zu funktionalen Zusammenhängen

Bildungsanstalt für Kindergartenpädagogik (BAKIP)

2. Klasse - Funktionen

- Lineare Funktionen, Potenzfunktionen, Wurzelfunktionen

2.3. Literatur

Dörfler, Willi. (1991): "Der Computer als kognitives Werkzeug und kognitives Medium" in Computer – Mensch – Mathematik. Verlag Holder-Pichler-Tempsky, Wien, 1991, S. 51. ISBN3-209-01452-3.

3. Drehbücher

- Einsatz des Lernpfades als **Lernsequenz**. Der verbindende Text soll als Leitfaden für das selbst gesteuerte Lernen dienen.
- Einsatz im Rahmen einer **Lernspirale** (Lernspirale befindet sich im Anhang).
- Der modulartige Aufbau erlaubt einen **Einsatz nach individuellen methodischen Vorstellungen** (nach eigenem "Drehbuch"). Die in diesem Kapitel angesprochenen Grundfähigkeiten und Grundfertigkeiten sollten aber auf jeden Fall vermittelt werden. Dabei kann die im Folgenden angebotene Übersicht eine Art Leitlinie sein.

4. Vorteile des Medieneinsatzes bei diesem Lernpfad

Das Erstellen von Tabellen und Graphen von Funktionen ist ohne elektronisches Medium sehr mühsam. Haben die Schüler/innen verstanden, wie eine Tabelle oder ein Graph angefertigt wird, so kann diese Arbeit nun das elektronische Medium übernehmen und es bleibt mehr Zeit zum Herstellen von Beziehungen zwischen den einzelnen Prototypen von Funktionen bzw. für das Finden von Prototypen von Funktionen zum Problemlösen.

Elektronische Medien eignen sich beim Thema Funktionen hervorragend um mit den einzelnen Prototypen zu Experimentieren und dadurch Erkenntnisse über die vorliegende Funktion zu erhalten. Sie können auch dazu beitragen, dass die Schüler/innen eine bessere Vorstellung vom Begriff „Abhängigkeit“ erwerben (Interaktive Applets).

5. Interne Evaluation

5.1 Zum didaktisch-methodischen Kommentar

Der Lernpfad greift Wissen aus der Unterstufe auf und aktiviert sie. Die intuitive Begriffsbildung der Unterstufe wird exaktifiziert. Im didaktischen Kommentar wird Vorwissen nicht explizit angeführt. Die Beziehungen zwischen Graph-Text-Term-Tabelle-Gleichung werden zwar ausführlich dargestellt, es wird aber nicht festgehalten, dass nicht alle im Lernpfad abdeckt werden. Hinweise zur Leistungsbeurteilung fehlen. Die Bedeutung der Begriffe „Grundvorstellungen“ und „Grundfähigkeiten“ sollte genauer erklärt werden.

Unter „Verwendete Medien“ muss GeoGebra ergänzt werden. Außerdem sollte angeführt werden, dass CAS-Rechner, Derive und Excel wahlweise verwendet werden können, da in der aktuellen Fassung der Eindruck erweckt wird, dass alle drei Technologien parallel zu verwenden sind.

Die methodische Umsetzung als Lernspirale ist detailliert mit Lernzielen angegeben, allerdings im Lernpfad schwer auffindbar. Für die Umsetzung als Lernsequenz fehlen Zusatzinformationen für Lehrer/innen sowie ein Verlaufsplan für Schüler/innen mit verbindenden Texten. Die Farbgebung (Aufgabe, Werkzeug, Theorie) ist im didaktischen Kommentar nicht erklärt.

5.2 Zum Lernpfad selbst

Die ausgewählten Beispiele erscheinen für den Einstieg in das Thema sehr geeignet. Bei einigen Aufgabenstellungen passt jedoch die Art der Lösung nicht zur Fragestellung. Z.B. beim Einstiegsbeispiel Handy(1): Die Art der Lösung (Funktionsgleichung) passt nicht zur Aufgabenstellung (lediglich der Term in der Tabelle ist gefragt). Besser: In der Lösung die gesamte Tabelle anführen und als zusätzliche Aufgabenstellung: Kannst du eine geeignete Funktionsgleichung angeben? Analog bei weiteren Beispielen.

Lernziele werden am Beginn jedes Beispiels angeführt, auch wenn sich die Formulierung nicht direkt an den Schüler / die Schülerin richtet.

Es werden verschiedene Lerntypen angesprochen: bildhaft (Darstellungen, Animationen), lesend, schreibend (konkrete Aufträge), aktives Tun (Graphen händisch zeichnen).

Einige im Lernpfad verwendete Begriffe (z.B. reelle Größe) sollten genauer erklärt werden, um das Verständnis zu unterstützen. Änderungsvorschlag: Übung zum aktiven Lernen dieser Begriffe sowie eventuell Pop-up-Fenster mit Definition oder Erklärung, wenn diese Begriffe im Text auftreten.

Begriffe werden exaktifiziert (Definition und Abhängigkeiten). Bei der Umsetzung als Lernsequenz fehlen allerdings konkrete Handlungsanweisungen für die Schüler/innen (z.B. ausdrucken und wichtige Begriffe markieren oder Glossar anlegen). Zusätzlich könnte im Anschluss an die Exaktifizierung ein Hot-Potatoe-Test zur Wissensüberprüfung eingefügt werden.

Die Veranschaulichung mathematischer Inhalte steht im Zentrum der Betrachtungen. Verschiedene Schreibweisen werden sehr exakt angegeben und sind mit den Schulbüchern verträglich.

In der Lernspirale werden Methoden, Arbeitsform und Dokumentation sehr genau beschrieben, fehlen in der Lernsequenz jedoch meistens.

Die Werkzeughinweise sind sehr ausführlich und genau (mit Screenshots, Menüführung etc.). Die Screenshots der Excel-Grafiken sollten etwas vergrößert werden.

Differenzierungsmöglichkeiten fehlen. Einige Lernschritte können als Wahlmöglichkeit gekennzeichnet werden (z.B. Punktgraphen zeichnen). Bei den abschließenden Beispielen bietet sich eine Differenzierung an, indem der Schwierigkeitsgrad des Beispiels angegeben wird.

Informationssuche wird nicht explizit als Lernmethode verwendet. Der Lernpfad ist in sich abgeschlossen. Als Differenzierung lassen sich eventuell Arbeitsaufträge mit Internetrecherche ergänzen.

Durch die tabellarische Auflistung der einzelnen Lernschritte, fehlen verbindende Elemente. Dies unterstützt aber andererseits eine Modularisierung des Lernpfads. Lernobjekte sind dadurch einzeln verwendbar. Die Evaluator/innen haben den Eindruck, dass die tabellarische Gestaltung nicht zu lustvollem Lernen beiträgt. Zusammenfassungen sind vorhanden und leicht auffindbar.

Handlungsanweisungen werden in der Lernspirale im Begleitmaterial ausführlich beschrieben. Für die Lernsequenz befinden sich die Arbeitsaufforderungen teilweise bei den einzelnen Objekten, wobei eine Verbindung der einzelnen Lernobjekte wünschenswert wäre. An manchen Stellen folgt einer Fragestellung keine Anweisung, was die Schüler/innen damit tun sollen.

5.3 Zur Wissensüberprüfung und Leistungsmessung

Es gibt Übungsphasen, zur Festigung müssen jedoch zusätzliche Übungen vom Lehrer / der Lehrerin bereitgestellt werden. Teile der Selbstkontrolle sind dynamisch, andere statisch (die Lösungen werden vorgegeben). Ein möglicher Vorschlag: Schüler/innen wird die Möglichkeit zur selbstständigen Eingabe geboten und dann erst die Lösung präsentiert.

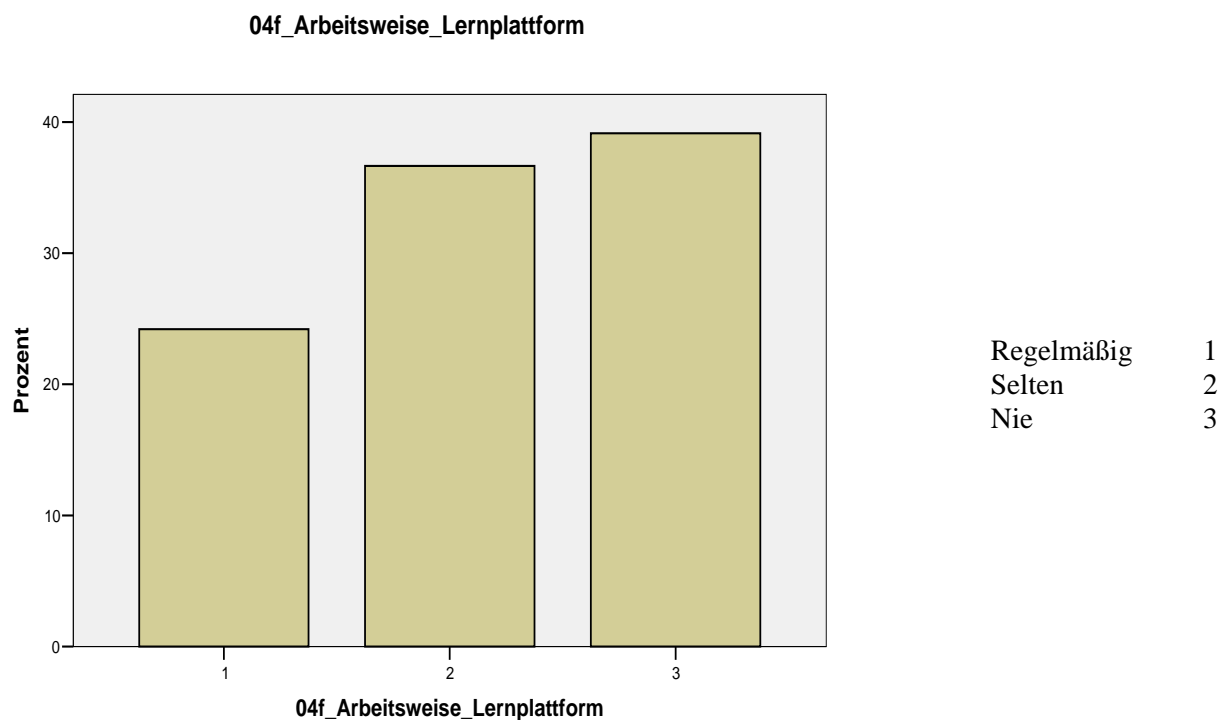
6. Externe Evaluation

6.1 Schüler/innen-Rückmeldungen

Es haben 281 Schüler/innen an der externen Evaluation teilgenommen.

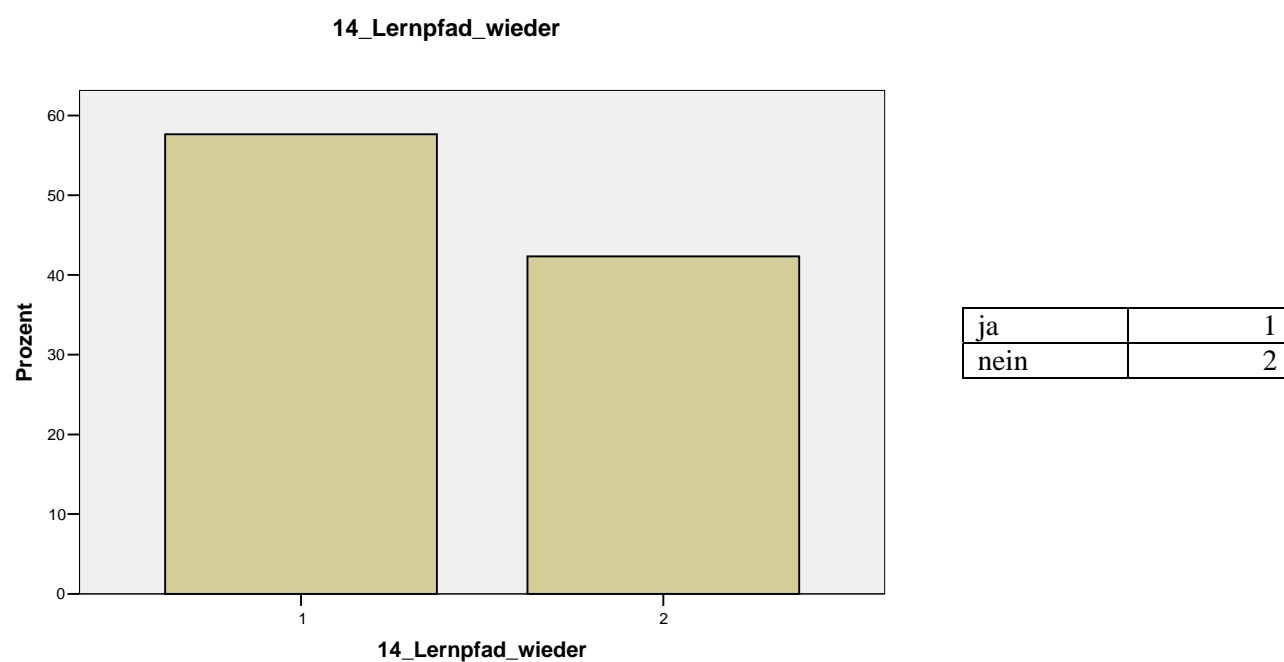
Über 20% geben an, regelmäßig im Unterricht in Gruppen zu arbeiten. Partnerarbeit und Einzelarbeit entsprechen dem Durchschnitt der Untersuchung. 40% arbeiten regelmäßig am Computer.

Lernplattformen werden überdurchschnittlich oft verwendet:



Die Schüler/innen finden sich zu 70% mit den Links zurecht. Das Layout findet etwas weniger Zustimmung als im Durchschnitt (Rückmeldungen: „Das Layout schaut [...] komisch aus.“). Die Sprache wird als etwas weniger verständlich empfunden als im Durchschnitt. Fragestellungen, Erklärungen, Anleitungen werden von den Schüler/innen als unklar/unverständlich empfunden, Texte (vor allem der Text im Theorieteil) als zu kompliziert.

Ebenso werden interaktive Übungen als weniger hilfreich im Vergleich zum Durchschnitt empfunden. Fast 60% der Schüler/innen möchten wieder mit einem Lernpfad arbeiten:



Entsprechend dem Durchschnitt verwenden über 30% den Lernpfad zum Üben für die Schularbeit.

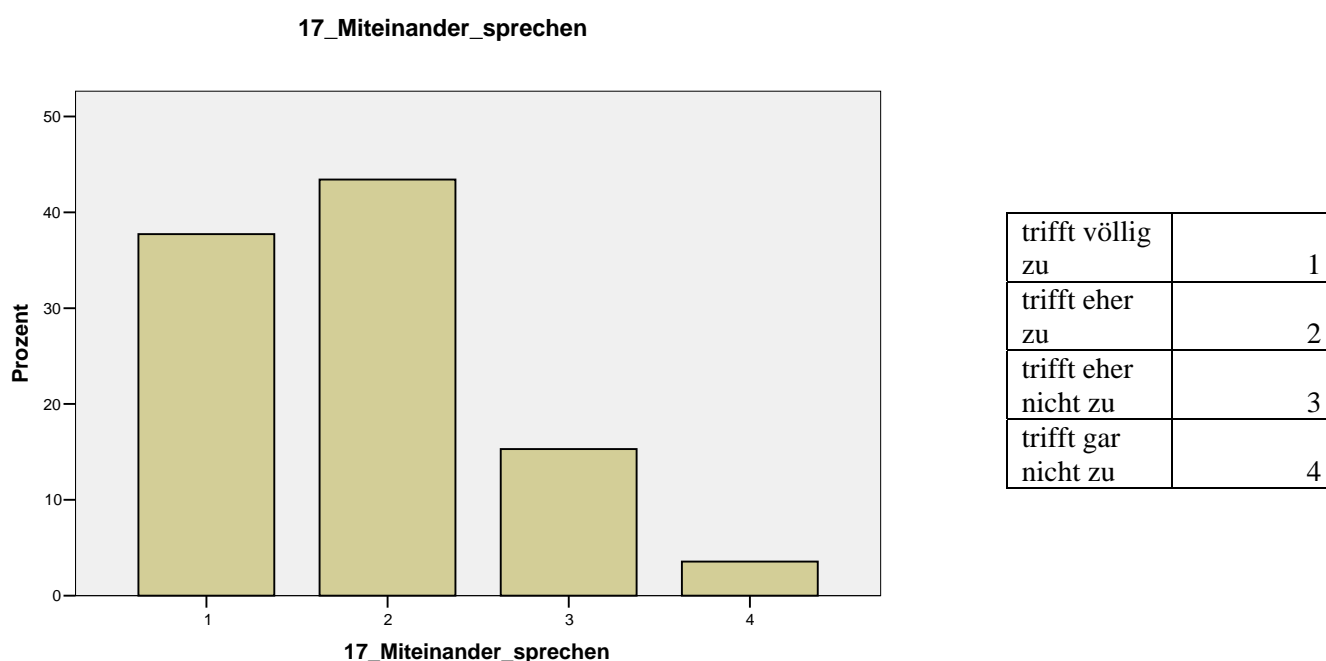
Über 60% haben die mathematischen Inhalte völlig oder eher verstanden.

Neugier und Lust am mathematischen Tun wird geringfügig seltener empfunden als im Durchschnitt.

Sinn und Bedeutung der neu erlernten Inhalte wird deutlich weniger oft erkannt als im Durchschnitt.

Gegenseitige Hilfe beim Lernen, das Sprechen über mathematische Inhalte und das Übernehmen von Eigenverantwortung entsprechen dem Durchschnitt:

Beim Durcharbeiten dieses Lernpfades war es möglich, mit anderen Schüler/innen über die mathematischen Inhalte zu sprechen:



Schüler/innenzitate: „Die Gruppenarbeit und die Kommunikation, es war eine gute Abwechslung zum "normalen" Unterricht!“

„Mir hat gefallen, dass man mit den Mitschülern/innen viel reden konnte und alle sehr hilfsbereit waren jemand etwas nicht gleich kapiert hat! Hat die Gemeinschaft gestärkt!“

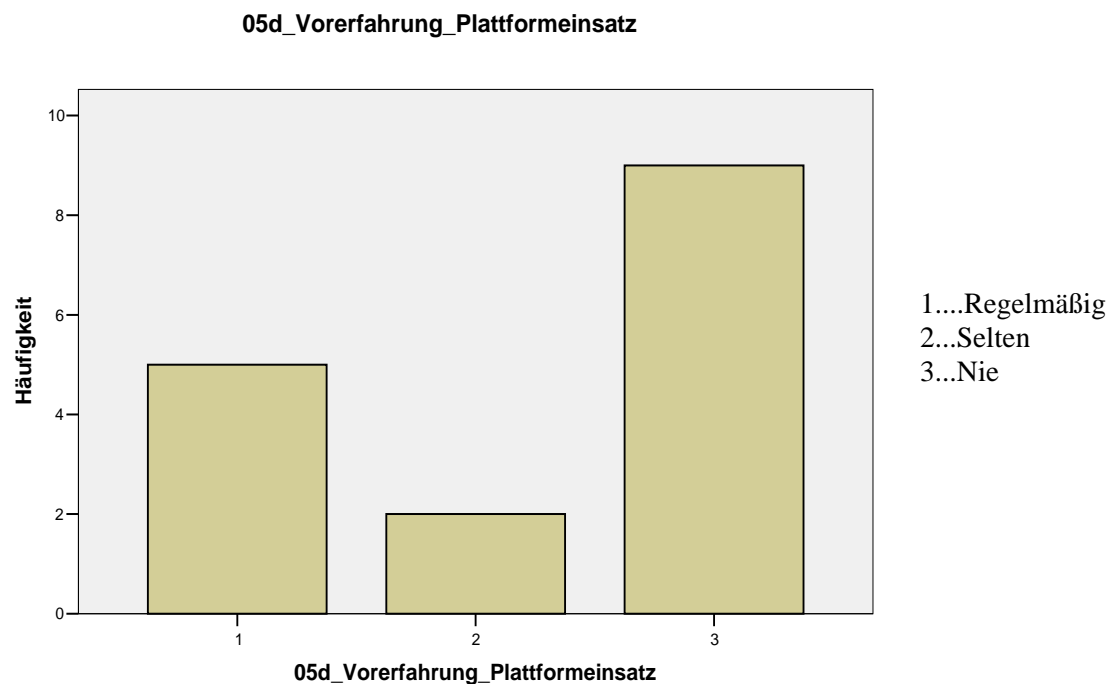
Mit großer Begeisterung wird die Schachtel-Animation aufgenommen: Animation, Farben und Zerlegung in Schritten tragen zum Verständnis bei. Schüler/innenzitat: „Durch die schrittweise Animation beim Schachtelbeispiel konnte ich mir gut vorstellen, wie das Beispiel zu lösen ist.“ Auch die Temperaturkurve mit Schieberegeln wird mehrmals ausdrücklich als hilfreich genannt.

In vielen Rückmeldungen wünschen sich die Schüler/innen Lösungen und Möglichkeiten zur Selbstkontrolle.

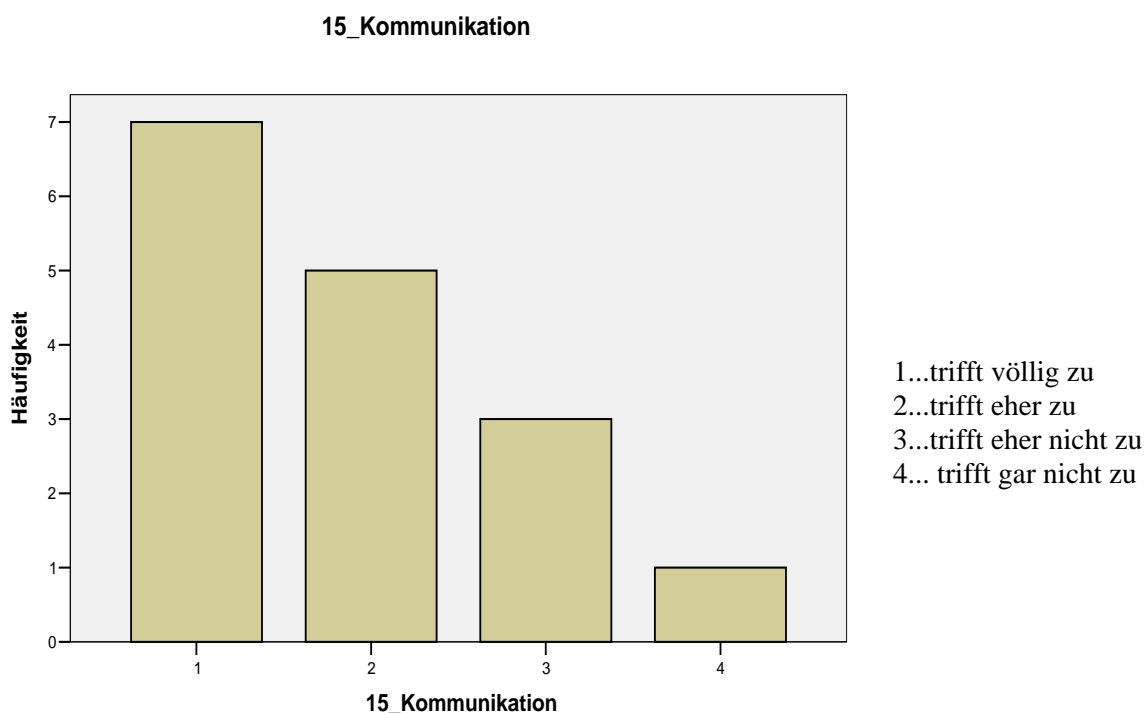
6.2 Lehrer/innenrückmeldungen

Es haben 16 Lehrer/innen an der externen Evaluation teilgenommen. Darunter waren 3 eLSA-Lehrer/innen, 3 eLC-Lehrer/innen und 4 IMST-Lehrer/innen.

Auffallend war, dass fast die Hälfte der Lehrer/innen im Unterricht bereits mit einer Lernplattform gearbeitet hat.

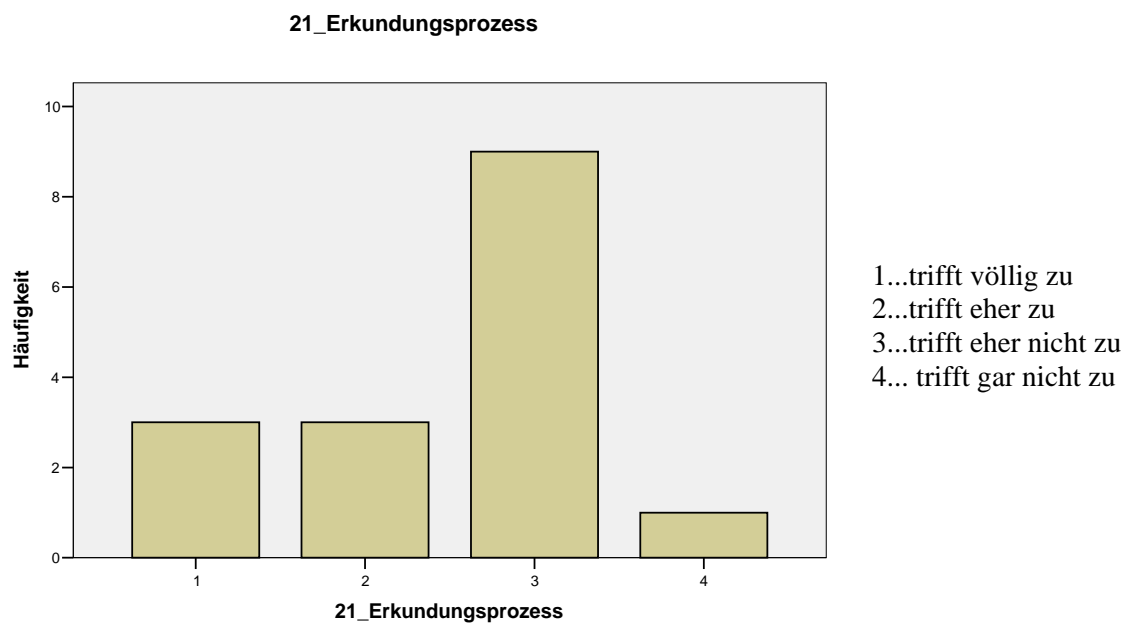


12 von 16 Lehrer/innen sind der Meinung, dass die vorgeschlagene Unterrichtsmethode die Kommunikation der Schüler/innen untereinander über Mathematik fördert:



8 von 16 Lehrer/innen meinen, dass der Lernpfad den Schüler/innen eher keine unterschiedlichen und individuellen Lösungswege ermöglicht.

Nur 6 Lehrer/innen glauben, dass mit diesem Lernpfad die Schüler/innen Mathematiklernen als Erkundungsprozess erleben, der allein oder gemeinsam mit anderen in intensiven Austausch von Ideen und Argumenten vollzogen werden kann.



7. Erstellungsprozess

5.4.2005 Treffen Wien (10 – 17Uhr)

Besprechen der bereits vorhandenen Ressourcen zum Thema „Funktionen“ im Internet. Abgrenzen der möglichen Inhalte des Lernpfads. Lehrplanstudium. Beginn der Erstellung eines Lernzielkatalogs.

16./17.4 Treffen Salzburg (10 -17Uhr) mit Markus Hohenwarter

Einsatz von GeoGebra zum Thema Funktionen

25.4 Treffen Wien (10 – 17Uhr)

Besprechung des erstellten Lernzielkatalogs zum Thema „Funktionen“. Aufgabenverteilung zur Erstellung von Lernobjekten zum Thema „Funktionen – Einstieg“.

19.5 Treffen Wien (10-17Uhr)

Besprechen der erstellten Lernobjekte bzw. Überarbeitung der erstellten Lernobjekte

28.5/28.5 Arbeitstagung Medienvielfalt in Stockerau (14 – 16Uhr)

Besprechung der erstellten Lernobjekte. Aufgabenverteilung: technische Umsetzung, methodische Anleitungen, didaktischer Kommentar, Werkzeughandling

13.7 Treffen Wien (10-17Uhr) mit Markus Hohenwarter

Möglicher Einsatz von GeoGebra bei „Funktionen – Einstieg“. Besprechen der methodischen Anleitungen, Werkzeughandling,...

13.9. Treffen Wien (10 -17Uhr)

Besprechen des didaktischen Kommentars, Design des Lernpfads,...

14.10/15.10 Arbeitstagung Salzburg

Besprechen der letzten Überarbeitungen, Übersichtsseite des Lernpfads

10.11/11.11

Einarbeiten von Anregungen zum Lernpfad vom Bundesseminar „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“ in Rankweil, Fertigstellen des Didaktischen Kommentars.

22. 6. 2006 Treffen Hollabrunn (10 – 17 Uhr)

Besprechen des Rechenschaftsberichtsteils über den Lernpfad „Funktionen – Einstieg“, Aufgabenverteilung.

31. 8. 2006 Treffen Hollabrunn (9 - 15 Uhr)

Besprechen und Überarbeiten der einzelnen Teile für den Rechenschaftsbericht.

26. 9. 2006 Treffen Hollabrunn (11 - 18 Uhr)

Fertigstellen des Rechenschaftsberichts.

Zwischen allen Treffen wurde das erstellte Material per E-mail ausgetauscht und Änderungsvorschläge eingebracht bzw. eingearbeitet.

8. Anhang

8.1 Lernspirale zum Lernpfad

Lernspirale zum Thema „Einstieg Funktionen“

5. Klasse

von

Bierbaumer Irma (irma.bierbaumer@utanet.at)

Embacher Franz (franz.embacher@univie.ac.at)

Heugl Helmut (hheugl@aon.at)

Themenbereich/Inhalte:	
Einstieg Funktionen	
Fachliche	
Voraussetzungen:	Ziele:
<ul style="list-style-type: none"> Lehrinhalte über Funktionen aus der 4.Klasse. 	<ul style="list-style-type: none"> Finden von Formeln anhand von Wertetabellen. Erstellen von Wertetabellen mit einem elektronischen Medium. Ablesen von Werten aus der Wertetabelle. Kennen und anwenden können der Definition einer Funktion. Bezeichnungen wie Definitionsmenge, Zielmenge, Argument, Funktionswert, abhängige und unabhängige Variable kennen und anwenden können. Definition eines Funktionsgraphen formulieren und anwenden können. Erstellen von Funktionsgraphen mit einem elektronischen Medium. Skizzen von Funktionsgraphen anfertigen können. Ablesen von Werten aus dem Funktionsgraphen. Beschreiben der Abhängigkeit anhand des Funktionsgraphen. Erkennen, ob eine Kurve ein Funktionsgraph ist.
Methodische	
Voraussetzungen:	Ziele:
<ul style="list-style-type: none"> Arbeitsblätter bearbeiten Gruppen – und Partnerarbeit Präsentation von Lösungen Informationsbeschaffung aus Arbeitsblättern 	<ul style="list-style-type: none"> Erweiterung und Festigung des Lernmethodenrepertoires der Schüler/innen

Makrospirale zum Thema

Einstieg Funktionen (5.Klasse)

Vorwissen /Voreinstellungen aktivieren

A1	Anhand einer Tabelle eine Formel entwickeln, Tabelle mit elektronischem Medium erzeugen, anhand der Tabelle Fragestellungen beantworten.
A2	Anhand von geometrischen Überlegungen eine Formel entwickeln, Tabelle mit elektronischem Medium erzeugen, anhand der Tabelle Fragestellungen beantworten.

Neue Kenntnisse/ Verfahrensweisen erarbeiten

A3	Definition einer Funktion, Bezeichnungen bei Funktionen wie Definitionsmenge, Zielmenge, Argument, Funktionswert, abhängige und unabhängige Variable.
A4	Definition des Graphen einer Funktion, erstellen von Graphen von Funktionen mit einem elektronischen Medium, beantworten von Fragestellungen mit Hilfe des Graphen einer Funktion

Komplexere Anwendungs-/Transferaufgaben

A5	Beantworten von Fragestellungen mit Hilfe von erstellten Wertetabellen und Graphen, angeben von Ziel- und Definitionsmengen von Funktionen, ablesen von Werten aus dem Funktionsgraph.
A6	Erkennen, ob eine Kurve ein Funktionsgraph ist oder nicht.

Mikrospirale zu Arbeitsinsel A1: Handyrechnung

Arbeits-schritte	Lernaktivitäten der Schüle/innen	Sozial-form	Zeit	Arbeitsmittel/Anlagen	Sonstiges
1	Jeder Schüler, jede Schülerin bearbeitet die Aufgabenstellung zum Handybeispiel (1).	EA	10 min	Arbeitsblatt entweder ausgedruckt oder elektronisch, Schulübungsheft.	
2	Besprechen und Vergleichen der gefunden Lösungen zu Handybeispiel (1). Danach wird in Partnerarbeit Handybeispiel (2) bearbeitet.	PA	10 min ¹	Arbeitsblatt entweder ausgedruckt oder elektronisch, Schulübungsheft und elektronisches Werkzeug.	
3	Bearbeiten von Handybeispiel (3).	PA	10 min	Arbeitsblatt entweder ausgedruckt oder elektronisch, Schulübungsheft und elektronisches Werkzeug.	
4	Diskutieren der gefundenen Antworten und Einigung auf eine Gruppenlösung.	GA	5 min		Aufteilung der Klasse in 4 Gruppen.
5	Jede Gruppe präsentiert die Antwort auf eine Anfrage an die Hotline. Diskussion der gefundenen Lösungen.	Plenum	10 min	Beamer, elektronisches Werkzeug	

¹ Sind die Schüler/innen mit dem elektronischen Werkzeug noch nicht vertraut, so muss hier mehr Zeit eingeplant werden.

Mikrospirale zu Arbeitsinsel A2: Volumen einer Schachtel

Arbeits-schritte	Lernaktivitäten der Schüler/innen	Sozial-form	Zeit	Arbeitsmittel/Anlagen	Sonstiges
1	Jeder Schüler, jede Schülerin bearbeitet Schachtelbeispiel (1).	EA	10 min	Arbeitsblatt entweder ausgedruckt oder elektronisch, Schulübungsheft.	
2	Besprechen und Vergleichen der gefunden Lösungen zu Schachtelbeispiel (1). Danach wird in Partnerarbeit Schachtelbeispiel (2) bearbeitet.	PA	10 min ²	Arbeitsblatt entweder ausgedruckt oder elektronisch, Schulübungsheft und elektronisches Werkzeug.	
4	Diskutieren der gefundenen Antworten und Einigung auf eine Gruppenlösung.	GA	10 min	Arbeitsblatt entweder ausgedruckt oder elektronisch, Schulübungsheft und elektronisches Werkzeug.	Aufteilung der Klasse in 4-5 Gruppen.
5	Eine Gruppe präsentiert die Lösungen der Fragestellungen. Diskussion der gefundenen Lösungen.	Plenum	10 min	Beamer, elektronisches Werkzeug	

² Sind die Schüler/innen mit dem elektronischen Werkzeug noch nicht vertraut, so muss hier mehr Zeit eingeplant werden.

Mikrospirale zu Arbeitsinsel A3: Definition und Bezeichnungen

Arbeits-schritte	Lernaktivitäten der Schüler/innen	Sozial-form	Zeit	Arbeitsmittel/Anlagen	Sonstiges
1	Jeder Schüler, jede Schülerin liest das Theorieblatt mit dem „Musterbeispiel“ durch und füllt das Arbeitsblatt aus.	EA	20 min	Theorieblatt (Definition des Funktionsbegriffs, Funktionen beschreiben Abhängigkeiten), Arbeitsblatt Handybeispiel (4), Arbeitsblatt Schachtelbeispiel (3) entweder ausgedruckt oder elektronisch.	Jeder Schüler, jede Schülerin bearbeitet nur 1 Arbeitsblatt (entweder Handybeispiel (4) oder Schachtelbeispiel (3)).
2	Besprechen und Vergleichen des Arbeitsblatts.	PA	10 min	Theorieblatt, Arbeitsblatt Handybeispiel (4) , Arbeitsblatt Schachtelbeispiel (3) entweder ausgedruckt oder elektronisch,	Es finden sich zwei Schüler/innen mit dem gleichen Arbeitsblatt.
4	Diskutieren der gefundenen Antworten und Einigung auf eine Gruppenlösung.	GA	10 min		Aufteilung der Klasse in 4Gruppen. In jeder Gruppe finden sich Schüler/innen die das gleiche Arbeitsblatt bearbeitet haben.
5	Je eine Gruppe pro Arbeitsblatt präsentiert die Lösungen der Fragestellungen. Diskussion der gefundenen Lösungen.	Plenum	10 min	Beamer u./od. Overheadprojektor	Jeder Schüler, jede Schülerin erhält das zweite, noch nicht bearbeitete Arbeitsblatt und schreibt bei der Präsentation mit (oder füllt das Arbeitsblatt als HÜ aus).

Mikrospirale zu Arbeitsinsel A4: Funktionsgraphen

Arbeits-schritte	Lernaktivitäten der Schüler/innen	Sozial-form	Zeit	Arbeitsmittel/Anlagen	Sonstiges
1	Jeder Schüler, jede Schülerin liest die Definition für den Graphen einer Funktion genau durch und überträgt diese ins Schulübungsheft.	EA	5 min	Arbeitsblatt elektronisch, Schulübungsheft.	
2	Jeder Schüler, jede Schülerin erhält ein Arbeitsblatt (Handybeispiel (5) oder Schachtelbeispiel (4). Die Aufgabenstellungen werden in Partnerarbeit bearbeitet.	PA	15 min ³	Arbeitsblatt Handybeispiel (5), Arbeitsblatt Schachtelbeispiel (4) entweder ausgedruckt oder elektronisch, elektronisches Medium.	Es finden sich zwei Schüler/innen mit dem gleichen Arbeitsblatt.
4	Diskutieren der gefunden Antworten und Einigung auf eine Gruppenlösung.	GA	10 min		Aufteilung der Klasse in 6 Gruppen. In jeder Gruppe finden sich Schüler/innen die das gleiche Arbeitsblatt bearbeitet haben.
5	Experten erklären ihren Lösungsweg den anderen Gruppenmitgliedern. Diese machen Aufzeichnung am Arbeitsblatt.	GA	15 min	Arbeitsblatt Handybeispiel (5), Arbeitsblatt Schachtelbeispiel (4) entweder ausgedruckt oder elektronisch, elektronisches Medium.	Bilden von Mischgruppen. Jeder Schüler, jede Schülerin erhält das fehlende Arbeitsblatt.

³ Sind die Schüler/innen mit dem elektronischen Werkzeug noch nicht vertraut, so muss hier mehr Zeit eingeplant werden.

Mikrospirale zu Arbeitsinsel A5: Überall Funktionen

Arbeits-schritte	<i>Lernaktivitäten der Schüler/innen</i>	Sozial-form	Zeit	Arbeitsmittel/Anlagen	Sonstiges
1	Jeder Schüler, jede Schülerin bekommt ein Arbeitsblatt und löst die Aufgabenstellungen.	EA od. PA	20 min	4 Arbeitsblätter (Geschwindigkeitsmessung, Rechtwinkeliges Dreieck, Zug und Baustelle, Bremsweg) elektronisch oder ausgedruckt, Dokumentation, elektronisches Medium.	
2	Diskutieren der gefundenen Antworten und Einigung auf eine Gruppenlösung.	GA	10 min		In jeder Gruppe finden sich Schüler/innen die das gleiche Arbeitsblatt bearbeitet haben.
4	Experten erklären ihren Lösungsweg den anderen Gruppenmitgliedern. Diese machen Aufzeichnung am Arbeitsblatt.	GA	40 min		Bilden von Mischgruppen. Jeder Schüler, jede Schülerin erhält die fehlenden Arbeitsblätter.
5	Präsentation und Diskussion der Beispiele.	Plenum	25 min	Beamer u./ od. Overheadprojektor	Ein Schüler/ eine Schülerin wird zufällig zur Präsentation ausgewählt. Die restlichen Ergänzungsbeispiele (Temperaturkurve, Funktionale Abhängigkeiten verstehen, Erweitertes Schachtelbeispiel) können als Hausübung aufgegeben werden.

Mikrospirale zu Arbeitsinsel A6: Ist das ein Funktionsgraph?

Arbeits-schritte	<i>Lernaktivitäten der Schüler/innen</i>	Sozial-form	Zeit	Arbeitsmittel/Anlagen	Sonstiges
1	Jeder Schüler, jede Schülerin bearbeitet den Multiple Choice-Test und druckt das Arbeitsblatt aus.	EA	10 min	Elektronisches Arbeitsblatt	
2	Die Beispiele werden besprochen und am Arbeitsblatt Begründungen für „Graph“ oder „nicht Graph“ notiert.	GA	15 min		
3	Präsentation und Diskussion der Beispiele und Begründungen.	Plenum	15 min	Beamer u./od. Overheadprojektor	Schüler/innen werden zur Präsentation zufällig ausgewählt.



Medienvielfalt
im **Mathematikunterricht** 

Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

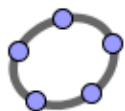
Medienvielfalt im Mathematikunterricht

TEIL 4

LERNPFAD VEKTORRECHNUNG

Teil 1

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

Lernpfad: Vektorrechnung in der Ebene, Teil 1

9. Schulstufe

Autoren/innen:

Lernpfad: Andreas Lindner, Markus Hohenwarter, Thomas Himmelbauer,
Arbeitsplan: Anita Dorfmayr

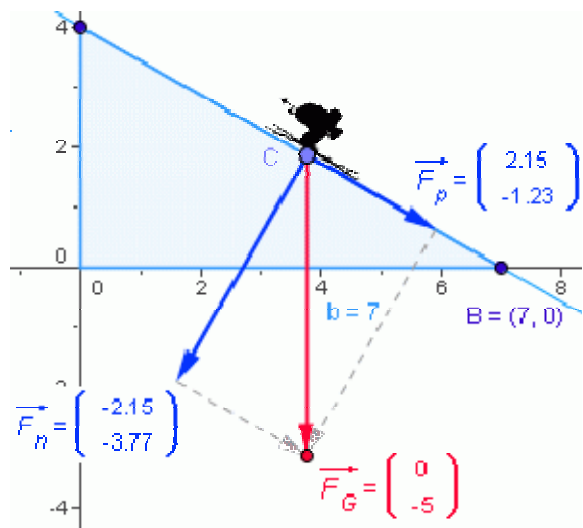
1. Motivation – Warum wurde das Thema gewählt?

Die Vektorrechnung bietet in der Einführungsphase eine ideale Möglichkeit zum Einsatz von dynamischer Geometriesoftware wie das in dem Lernpfad oftmals verwendete Programm GeoGebra. Diese Software stellt die Verwendung von Vektoren in der Ebene standardmäßig zur Verfügung, so dass Visualisierungen wie in den dargestellten Applets ermöglicht werden. Durch die Verwendung von dynamischen Formeln kann das intuitive Verständnis für die Lage oder die Länge von Vektoren wesentlich erleichtert werden. Die Einarbeitungszeit für diese Geometriesoftware ist für Schüler/innen erfahrungsgemäß sehr kurz, so dass das Hauptaugenmerk der Arbeit stets auf die Mathematik gerichtet bleiben kann und nicht auf die Beherrschung der Technik.

Weiters bietet die Vektorrechnung einen guten Ansatz, die fächerübergreifenden Aspekte zwischen Mathematik und Physik bzw. Technik hervorzuheben, wie in den Anwendungsbeispielen versucht wird aufzuzeigen. Dabei stand bei der Konzeption des Lernpfades stets das erforschende, explorative Arbeiten der Schüler/innen als Einstieg in jedes Kapitel im Vordergrund, das in weiterer Folge in einer Phase der Exaktifizierung ergänzt wird.

2. Didaktischer Kommentar

Dieser Lernpfad bietet einen Einstieg in die Grundlagen der Vektorrechnung. Durch interaktive Applets, Übungen und Aufgaben mit Lösungen sollen die Schülerinnen und Schüler die Darstellung von Vektoren und das Rechnen mit diesen erlernen. In mehreren Anwendungsbeispielen aus den Naturwissenschaften sollen die Notwendigkeit und die Einsatzmöglichkeiten für das Rechnen mit Vektoren erläutert werden, wobei auf eine Kombination von Lernen am PC und traditionellem Unterricht mit Heft Wert gelegt wird. Eine Anleitung zum Arbeiten mit Vektoren in GeoGebra und in Computer-Algebra-Systemen rundet das Angebot ab.



Kurzinformation	
Schulstufe	9. Schulstufe
Dauer	4 - 6 Stunden
Unterrichtsfächer	Mathematik
Verwendete Medien	Java-Applets, Dynamische Geometrie Software (DGS)
Technische Voraussetzungen	Java
Autoren	Andreas Lindner, Markus Hohenwarter, Thomas Himmelbauer, Anita Dorfmayr

Voraussetzungen für die Lehrkraft

- technische Voraussetzungen: Java, Umgang mit dem Internet
- fachliche Voraussetzungen: Vektorrechnung im \mathbb{R}^2 auf elementarem Niveau

Einstieg: Vorwissen / Voreinstellungen aktivieren

- kein spezielles Vorwissen nötig.

Neuigkeiten: Neue Kenntnisse / Verfahrensweisen erarbeiten

- Verbalisieren von Sachverhalten, die in den Applets erarbeitet worden sind.
- Formulieren von Zusammenhängen und selbständiges Aufstellen von mathematischen Formeln.
- Darstellung von Größen durch Pfeile
- Erweiterung und Abstraktion von Zahlen auf zweidimensionale Größen
- Rechenoperationen mit zweidimensionalen Größen kennenlernen
- Verbinden von rechnerischen und graphischen Lösungsmöglichkeiten

Herausforderungen: Komplexere Anwendungs- / Transferaufgaben

- Rechengesetze für die Vektorrechnung
- Darstellung der interaktiven Applets auf traditionelle Darstellung im Heft anpassen.
- Umkehrung der Vektoraddition zur Zerlegung in Komponenten

Lernmedien der Schüler/innen

Computer, Heft, Buch, Lernplattform.

Leistungsbeurteilung

Bewertung der Mitarbeit, entsprechende Schularbeitsbeispiele, Hausübungsbeispiele in der Lernplattform, schriftliche Überprüfung der Mitarbeit.

Die Leistungsbeurteilung hängt sehr stark von den im Verlaufsplan besprochenen Umständen ab. So wird sich die Beurteilung prinzipiell bei Einsatz einer Lernplattform auf andere Kriterien stützen müssen als bei Einsatz des Lernpfades zur Wiederholung und Festigung eines schon größtenteils bekannten Lerninhalts.

Kombination der Medien

In dem vorliegenden Lernpfad wird versucht, durch interaktive Applets das erforschende Lernen der Schüler/innen zu fördern. Die neu gewonnenen Erkenntnisse sollen im Anschluss daran durch händisches Rechnen im traditionellen Sinn vertieft und gefestigt werden. Viele der Aufgabenstellungen sind eine Verflechtung von Arbeiten am PC und Rechnen mit Papier und Bleistift, wobei die Lösungen der Übungen entweder aus der Konstruktion ersichtlich sind oder explizit als solche angeführt werden.

Der Lernpfad versteht sich nicht als detaillierte Anleitung zum Arbeiten mit CAS, sondern gibt nur exemplarisch Lösungsmöglichkeiten zu konkreten Aufgabenstellungen an. Dabei ergänzt eine Auflistung der wichtigsten Befehle für Derive, MuPad und TI 92/Voyage 200 das Angebot.

Rolle des Lernpfads im Themenbereich

Teil 1 dieses Lernpfades deckt die Grundlagen des Themenbereichs "Vektorrechnung" in der 9. Schulstufe ab; zusammen mit Teil 2 werden alle relevanten Begriffe erklärt und die entsprechenden Rechenoperationen vorgestellt.

Lerninhalte und Lernziele

Lerninhalt	Lernziel
Einleitung Weg und Geschwindigkeit eines Flugzeugs	Die Notwendigkeit für die Einführung von gerichteten Größen verstehen.
Pfeile Pfeile Länge eines Pfeils Pfeile / Vektoren	Die koordinatenweise Schreibweise für Vektoren verwenden können. Die Unterscheidung zwischen Pfeil und Vektor wiedergeben können. Die Länge eines Pfeils berechnen können.
Schiebung	Vektoren als Mittel zur Schiebung einsetzen können.
Gegenvektor	Den Gegenvektor zu einem gegebenen Vektor rechnerisch und graphisch bestimmen können.
Rechenarten Vektoraddition Vektorsubtraktion Rechenregeln Beispiel mit CAS	Die grundlegenden Rechenarten Addition und Subtraktion rechnerisch und graphisch beherrschen. Mit einem CAS-System Beispiele zur Vektorrechnung lösen können.
Anwendungen Einleitung Beleuchtung Laterne Schiefe Ebene Kräfteglei.gew.1	Vektoren in Komponenten zerlegen können und die Einsatzmöglichkeiten in der Technik verstehen.
Vielfaches	Die Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar rechnerisch nachvollziehen und graphisch interpretieren können.
Übungen Vektoren ablesen Vektor zeichnen Vektoren addieren Kommutativgesetz	Durch die Übungen die Rechensicherheit im Umgang mit Vektoren erhöhen.
Anleitungen	Die Anleitungen verwenden und effizient einsetzen können.

3. Vorteile des Medieneinsatzes – exemplarische Beschreibung der Materialien

„Die Abbildungen waren sehr leicht zu verstehen; das Layout war sehr bunt gestaltet. Die Merksätze waren einfach formuliert - Schritt für Schritt zu arbeiten war sehr toll.“ (Zitat eines/einer Schülers/in im Rückmeldebogen)

Durch den Einsatz von dynamischer Geometriesoftware können Sachverhalte in vielen Fällen viel besser und anschaulicher visualisiert werden als durch statische Skizzen.

Länge eines Pfeils

Als Beispiel sei hier die Länge eines Pfeils angeführt, deren Berechnung im verwendeten Applet durch eine dynamische Formel angezeigt wird. Wenn der Benutzer Anfangs- oder Endpunkt des Pfeils bewegt, ändert sich gleichzeitig auch die Formel und das Ergebnis der Rechnung. Außerdem wird die koordinatenweise Darstellung des Pfeils dynamisch angezeigt. Durch Ausprobieren und Erforschen einer allgemeinen Situation in Kombination mit einer konkreten Aufgabenstellung, die auch rechnerisch mit Papier und Bleistift gelöst werden soll und deren Lösung angeboten wird, ergibt sich eine Lernsituation, die eine Verbesserung zum traditionellen Mathematikunterricht darstellt.

Die Länge eines Pfeiles

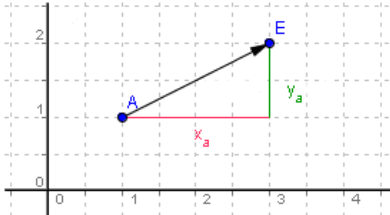


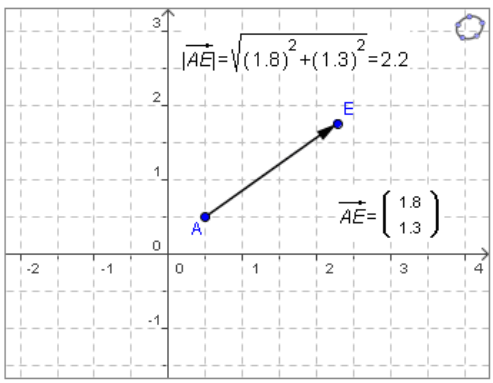
Abbildung: Pfeil \overrightarrow{AB}

In dem dargestellten rechtwinkligen Dreieck gilt der Satz von Pythagoras:

Länge eines Pfeils: $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Für die Länge eines Vektors gilt völlig analog

Länge eines Vektors: $|\vec{a}| = \left| \begin{pmatrix} x_a \\ y_a \end{pmatrix} \right| = \sqrt{x_a^2 + y_a^2}$



© A. Lindner 2005, erstellt mit [GeoGebra](#)

Aufgabe:

- Verändere Anfangs- oder Endpunkt A bzw. B des Pfeils \overrightarrow{AB} und beobachte die Auswirkung auf die Länge des Pfeils!

Übung:

- Berechne händisch und mittels nebenstehender Konstruktion die Länge des Pfeils vom Anfangspunkt A(0/2) bis zum Endpunkt B (3/1)!

Lösung

Abbildung 1: Die Länge eines Pfeils

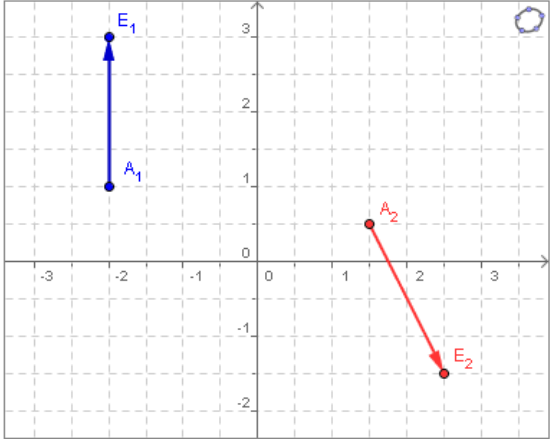
„Die Animationen waren sehr gut. Sie sind etwas leichter verständlich als Erklärungen. Auch die einzelnen Teilgebiete des Lernpfades "PFEILE" ... waren sehr gut geordnet bzw. strukturiert. (Zitat eines/einer Schülers/in im Rückmeldebogen)

Übungsaufgaben

In den Lernpfad sind Übungsaufgaben eingebaut, die mit unterschiedlichen Anfangsbedingungen beliebig oft wiederholt werden können und zur Festigung der neuen Lerninhalte dienen sollen. Eine Rückmeldung über die Richtigkeit der Ausführung erfolgt über ein Popup-Fenster, das Länge, Parallelität und Orientierung eines Pfeils wiedergibt.

Verschiedene Pfeile - derselbe Vektor

Verschiedene Pfeile repräsentieren denselben Vektor, wenn sie **gleich lang, parallel und gleich orientiert** sind.



Aufgabe:
Verändere den Anfangspunkt- oder Endpunkt des **roten Pfeils** so, dass ...

1. **der rote Pfeil** zum selben Vektor gehört wie der **blaue Pfeil**;
2. **der rote Pfeil** gleich lang ist wie **blaue Pfeil**, aber nicht zum selben Vektor gehört.
3. **der rote Pfeil** parallel ist zu **blaue Pfeil**, aber nicht zum selben Vektor gehört;
4. **der rote Pfeil** gleich lang, parallel und entgegengesetzt orientiert ist wie **blaue Pfeil**.

Überprüfe die Beziehung der beiden Pfeile jeweils durch Klicken auf "Pfeile vergleichen".

Mache diese Aufgabe für mindestens 3 verschiedene Pfeile: klicke dazu auf "Neue Aufgabe".

Neue Aufgabe

Pfeile vergleichen

©M. Hohenwarter 2005, erstellt mit GeoGebra

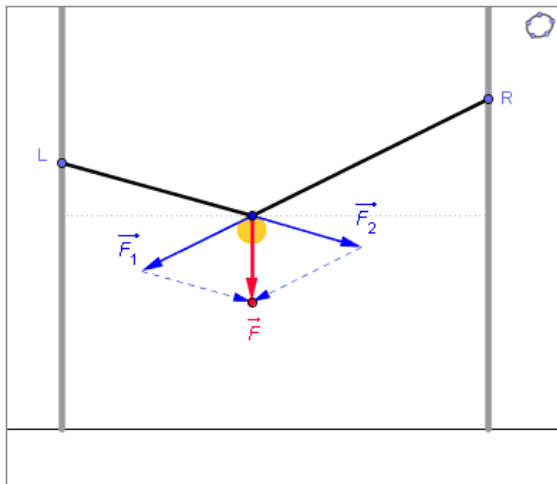
Abbildung 2: Übungsaufgaben

Anwendungsbeispiele

Einige Anwendungsbeispiele sollen die Einsatzmöglichkeiten und die Notwendigkeit der Vektorrechnung in der Technik und in der Naturwissenschaft veranschaulichen.

Straßenbeleuchtung

Eine Straßenbeleuchtung wird in einer bestimmten Höhe montiert. Wie stark sind die seitlich in den Aufhängungspunkten wirkenden Kräfte?



Aufgaben:

- Verändere die Lage des linken bzw. rechten Aufhängungspunkts! Wie verteilen sich dann die wirkenden Kräfte F_1 und F_2 ?
- Verändere die Lage der Lampe!
- Verändere das Gewicht der Lampe!

Frage:

- Ist es möglich, eins der beiden Seile waagrecht zu spannen?
- Ist es möglich, beide Seile waagrecht zu spannen? Wenn nein, warum nicht?

Lösung:

© A. Lindner 2005, erstellt mit GeoGebra

Abbildung 3: Anwendungsbeispiele - Straßenbeleuchtung

Im folgenden Fall soll gezeigt werden, dass eine Verbindung von mathematischen Aufgabenstellungen mit hinterlegten Bildern oftmals die Motivation erhöht und die Vernetzung von abstrakter Rechnung mit anschaulicher Anwendung verstärkt.

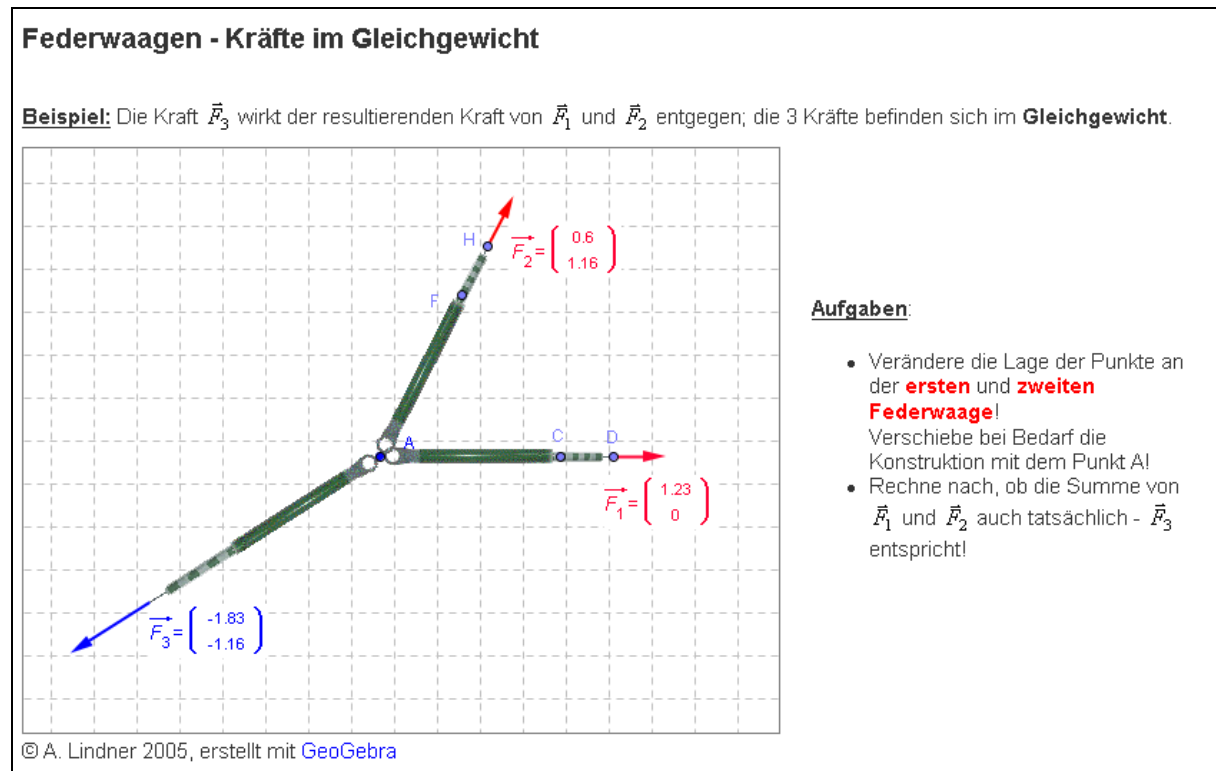


Abbildung 4: Anwendungsbeispiele - Federwaage

4. Drehbuch / Drehbücher – Methodisch-didaktische Anleitungen

4.1. Unterrichtsorganisation – Arbeitsanweisungen für Schüler/innen

Nach Durcharbeiten dieses Lernpfades sollst du erklären können, was der Unterschied zwischen einem Pfeil und einem Vektor ist.

- Beispiele dafür angeben können, wozu man Vektoren verwenden kann.
- Vektoren mit Hilfe von Koordinaten angeben können.
- Vektoren addieren, subtrahieren und Vielfache von Vektoren ausrechnen können.
- die Länge von Vektoren berechnen können.

Arbeite den Lernpfad sorgfältig durch. Du kannst bei jedem Lernschritt neu entscheiden, ob du ihn lieber alleine oder gemeinsam mit einem Partner / einer Partnerin machen möchtest.

Führe eine Projektmappe - händisch oder am Computer. Sie muss folgendes enthalten:

- diesen **Arbeitsplan**
- **Zeitplan**, auf dem möglichst genau eingetragen ist, wann du was mit wem machen möchtest / gemacht hast. Das Projekt dauert **5 Unterrichtsstunden**.
- Alle deine **Aufzeichnungen**: Rechnungen, Merksätze, Skizzen, Probleme, Hausübungen, ...
- Achte besonders darauf, deine Projektmappe übersichtlich zu gestalten! Vergiss nicht auf Überschriften, Beispielangaben, etc. Kontrolliere zum Schluss, ob du alle Lernziele (siehe oben) erfüllt hast!

- **Protokoll** zu jedem Lernschritt mit den folgenden Inhalten:
 - Titel und kurze Beschreibung des Lernschritts
 - deine Aufzeichnungen dazu
 - Hattest du Probleme mit dem Lernschritt? Wenn ja, welche?
- Alle GeoGebra-Dateien, die du selbst erzeugt hast (elektronisch oder ausgedruckt).
- Im Lernpfad werden vier Anwendungen vorgestellt. Wähle **eine Anwendung** von diesen vier und gestalte dazu eine übersichtliche DIN A4 – Seite.

Präsentation: Deine Lehrerin / dein Lehrer wird vier Schülerinnen / Schüler aus deiner Klasse auswählen, die die vier vorgestellten Anwendungen der Vektorrechnung präsentieren sollen.

Es gibt 3 **Hausübungen**, die verschiedenen Themen zugeteilt sind. Die Beispiele findest du in deinem Schulbuch¹. Überlege selbst, wann du welche Hausübung machen kannst. Die Hausübungen sind unterschiedlich lang. Teile dir die Arbeit daher gut ein!

Pfeil - Vektor - Schiebung Pflicht: 672 a-d, 673 a-d, 681, 685, 686 a-c, 687 a-c, 687 d-g, 688 f-h Bonus: 676	Rechnen mit Vektoren Pflicht: 692 e-h, 693 a-b, 694 a, 696 a Bonus: 696 b, 698 d-d, 699
Länge von Vektoren Pflicht: 679 a – d, 682	

Sollten Fragen bzw. Probleme auftauchen: Diskutiere dein Problem zuerst mit einem Mitschüler oder einer Mitschülerin. Falls ihr das Problem auch zu zweit nicht lösen könnt, wendet euch an euren Lehrer / eure Lehrerin.

Zur **Beurteilung** des Projektes zählen

- Projektmappe (Vollständigkeit, Ausführung, ...)
- Arbeitshaltung (Selbständigkeit, ...)
- Hausübungen. Achte auch auf rechtzeitige Abgabe der Hausübungen!
- Freiwillige Zusatzübungen (z.B. Beispiele aus deinem Schulbuch, Internetrecherche, etc.)

4.2. Anleitungen für Lehrer/innen

Verlaufsplan / Prozesshinweise

Dieser Lernpfad wurde prinzipiell zum selbstständigen Erarbeiten der Inhalte konzipiert. Besonderes Augenmerk wurde auf die Verbindung von interaktiven Lernhilfen und traditionellen Medien (Tafel, Buch, Heft) gelegt. Außerdem eignet sich dieser Lernpfad auch als Wiederholung oder Zusammenfassung der Lerninhalte.

Grundsätzlich wäre für ein effizientes Arbeiten pro Schüler/Schülerin ein PC notwendig; allerdings ist auch eine Partnerarbeit an einem Gerät bei entsprechender Abstimmung der Lerngeschwindigkeiten der beiden Partner durchaus möglich. Das Arbeiten am Computer wird öfter durch Aufgabenstellungen, die im Heft durchzuführen sind, unterbrochen, weshalb idealerweise für ausreichend freien Arbeitsplatz zwischen den PCs gesorgt sein sollte.

Abhängig von den äußeren Gegebenheiten in der jeweiligen Klasse (ständige Verfügbarkeit von Computern in Notebookklassen, sporadische Einsatzmöglichkeit eines PCs im Informatik-Saal,...) unterliegt eine Anpassung des vorliegenden Lernpfades dem unterrichtenden Lehrer/Lehrerin. So könnten bei ständigem Einsatz von Notebooks etwa Übungsaufgaben mit dynamischer Geometrie - Software wie GeoGebra oder mit CAS-Systemen wie Derive bearbeitet werden und anschließend über Lernplattformen abgegeben werden.

¹ Götz, Reichel: Mathematik Lehrbuch 5, 1. Auflage 2004

5. Ergebnisse der internen Evaluation

Der Lernpfad dient der Erarbeitung bzw. Wiederholung neuer Inhalte und der Anwendung von Vektoren bei technischen und physikalischen Fragestellungen. Die Modellbildung wird durch gut durchdachte und detailliert gestaltete Applets sowie damit verbundene offene Fragestellungen unterstützt.

Mathematische Inhalte sind korrekt formuliert, die Begriffe „Pfeil“ und „Vektor“ werden aber nicht durchgängig scharf voneinander abgegrenzt. Dies wurde vom Autor aber bewusst so gehandhabt, um den Umfang des Lernpfades nicht zu sprengen.

Lernziele sind für Lehrer/innen im didaktischen Kommentar nachzulesen, werden für die Schüler/innen nicht explizit angeführt, ergeben sich aber aus den Fragestellungen.

Konkret operative Phasen beschränken sich auf die Bedienung der zahlreich vorhandenen Applets, auf Beobachten, Dokumentieren und auf das Berechnen von Ergebnissen. Ob dabei ausreichend Möglichkeiten für Schüler/innen über Mathematik zu reden gegeben sind, bleibt dem Lehrer/der Lehrerin überlassen.

Die Handlungsanweisungen zu den Applets und dynamischen Elementen sind manchmal zu wenig genau bzw. nicht ausführlich genug formuliert. Zusätzliche Anweisungen durch den Lehrer/die Lehrerin in mündlicher oder schriftlicher Form bzw. konkrete Fragen in einer Lernplattform würden sinnvolles Arbeiten unterstützen.

Der Intention des Lernpfades entsprechend (als Einführung in die Vektorrechnung) gibt es zwar einige Beispiele mit vorhandenen Lösungen, die durch Verweise auf Beispiele in einem Schulbuch ergänzt werden, aber keinen ausführlichen Übungsteil zur Vertiefung und Festigung des Wissens.

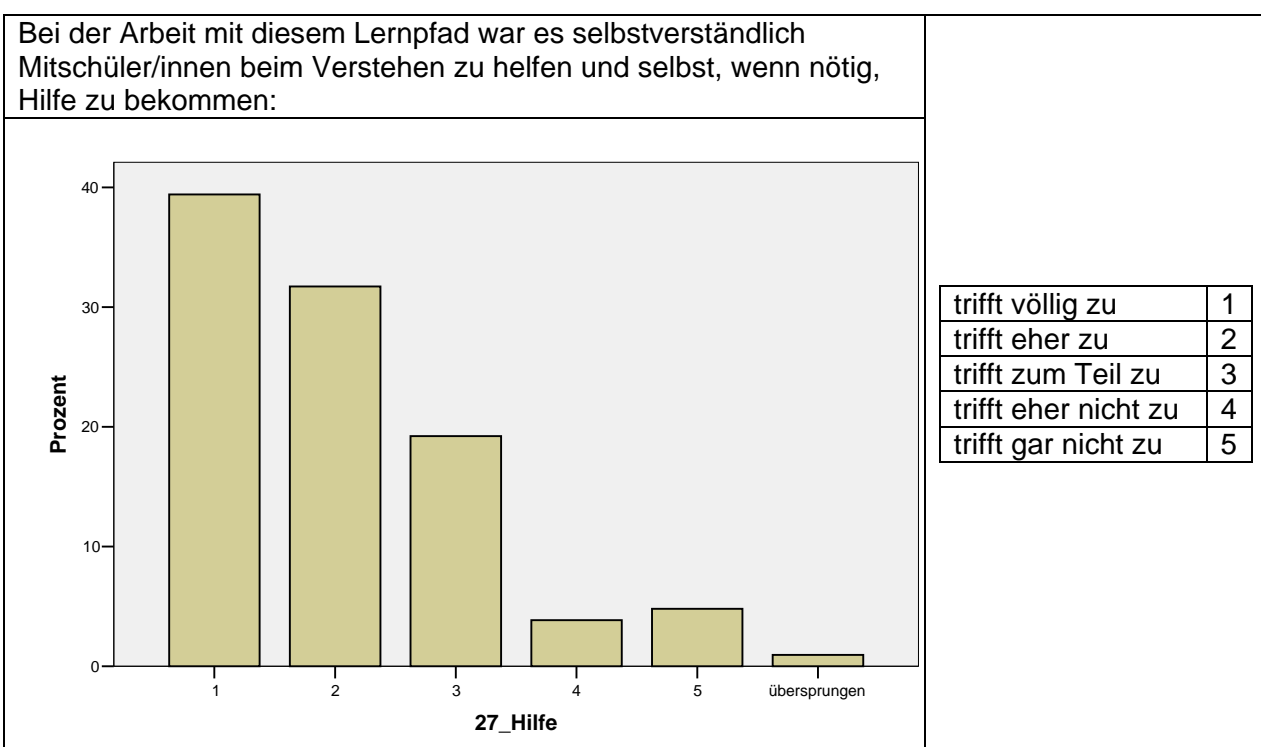
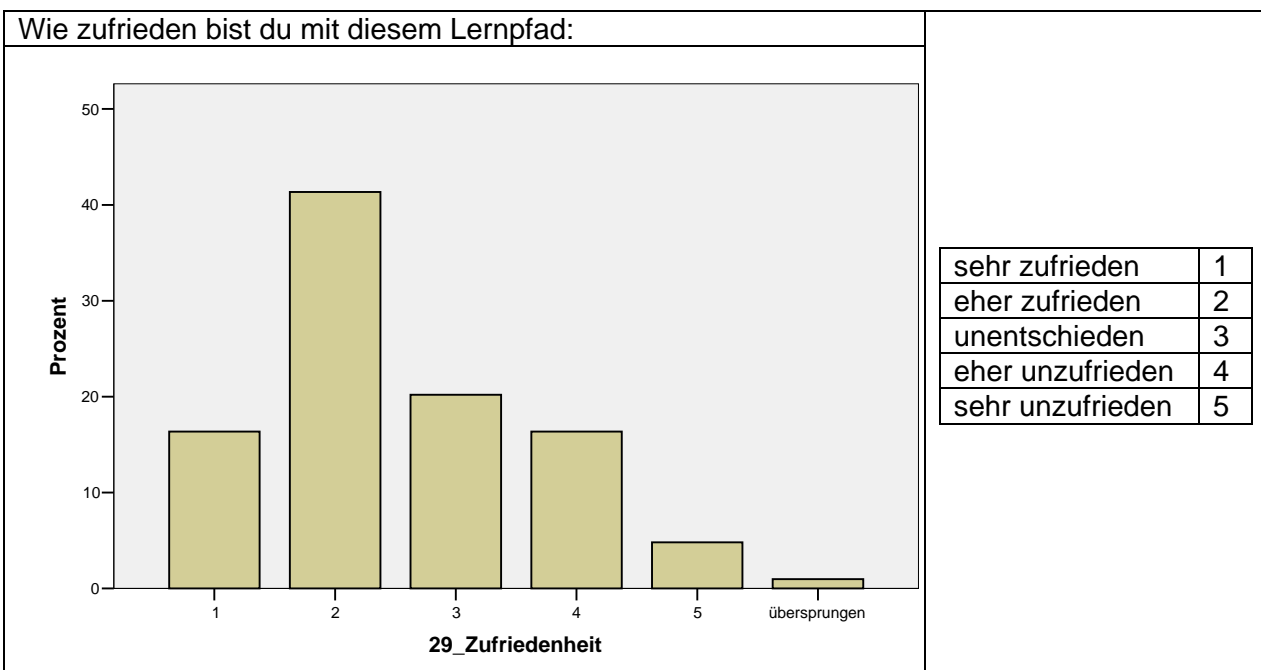
6. Äußere Evaluation / Feedback der Schüler/innen

„Die Laterne: Die vielen Erklärungen und Aufgaben haben mir geholfen diese Beispiel zu verstehen; ebenso dass man alles verschieben und sich danach die Veränderung ansehen kann.“ (Zitat eines/r Schülers/in im Rückmeldebogen)

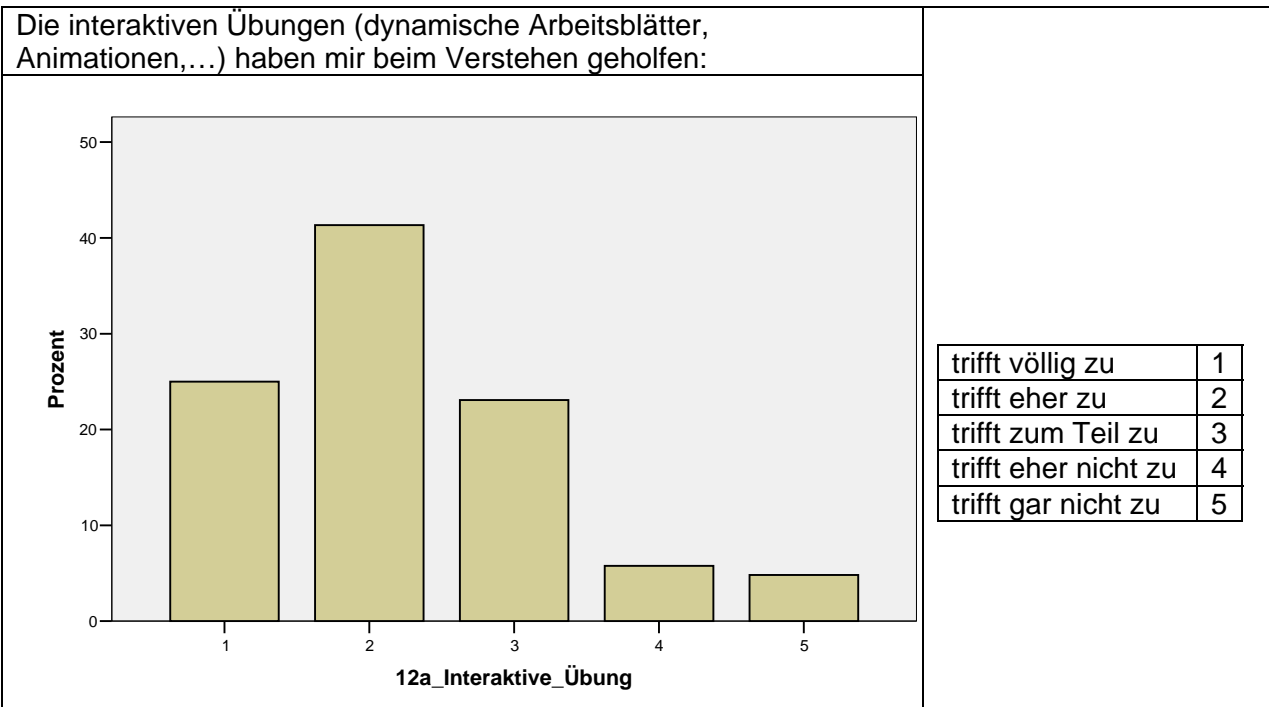
Die Beantwortung des Feedbacks erfolgte durch 104 Schüler/innen.

Das Gesamtbild der Rückmeldungen der Schüler/innen weichen nur minimal vom Durchschnitt aller anderen Lernpfade ab, es ergeben sich keine erwähnenswerten Besonderheiten.

Exemplarisch werden einige Auswertungen von Rückmeldungen der Schüler/innen angeführt.



Die interaktiven Applets zu den Anwendungsaufgaben wurden bei den offenen Fragen durch die Schüler/innen besonders oft positiv erwähnt. Sie schätzen vor allem die Möglichkeit selbst individuelle Veränderungen vornehmen zu können, da dies die Modellbildung und das mathematische Verständnis unterstützt.



7. Überblick über den Erstellungsprozess

Die ursprüngliche Planung umfasste nur einen Lernpfad „Vektorrechnung in der Ebene“. Bei der Fülle der zu behandelnden Kapitel zeigte sich jedoch bald eine Aufteilung in zwei getrennte Lernpfade als sinnvoll, um eine bessere Strukturierung und Übersichtlichkeit zu gewährleisten.

Bei den ersten Besprechungen wurde versucht, teilweise bereits vorhandene Materialien der Autoren zu sichten und zu ordnen, Überschneidungen und Doppelgleisigkeiten zu beseitigen. Grundlegend einigte man sich dabei auf die Navigationsstruktur auf HTML-Basis mit interaktiven GeoGebra-Applets und dazu parallelen Ausführungen für CAS wie Derive, Voyage und MuPad.

Auf Recherchen im Internet und Suche nach vorhandenen Materialien wurde sehr wenig Arbeitszeit verwendet, da die Autoren bestrebt waren, ihre eigenen Arbeiten zu verwenden, um einen Lernpfad mit einem eher „geschlossenes Bild“ zu produzieren.

Externe Links wurden aus diesem Grund im Großen und Ganzen nicht verwendet, auch um das Offline-Arbeiten weitgehend zu ermöglichen, nur mit Ausnahme einiger Übungsseiten etwa zur Addition von Vektoren, die in den Übungsteil aufgenommen wurden.

Bei allen didaktischen Überlegungen stand stets die hohe Eigenaktivität der Schüler/innen im Vordergrund, verbunden mit konkreten Arbeitsaufgaben, die Arbeiten am PC bzw. Heft und Bleistift beinhalten.

Bei weiteren folgenden Besprechungen wurde versucht, einen Arbeitsplan mit Anleitungen und Verbindungen zu vorhandenen Schulbüchern zu erstellen.



Medienvielfalt
im **Mathematikunterricht** 

Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

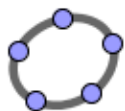
Medienvielfalt im Mathematikunterricht

TEIL 4

LERNPFAD VEKTORRECHNUNG

Teil 2

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

Lernpfad: Vektorrechnung in der Ebene, Teil 2

9. Schulstufe

Autoren/innen:

Lernpfad: Andreas Lindner, Markus Hohenwarter, Thomas Himmelbauer

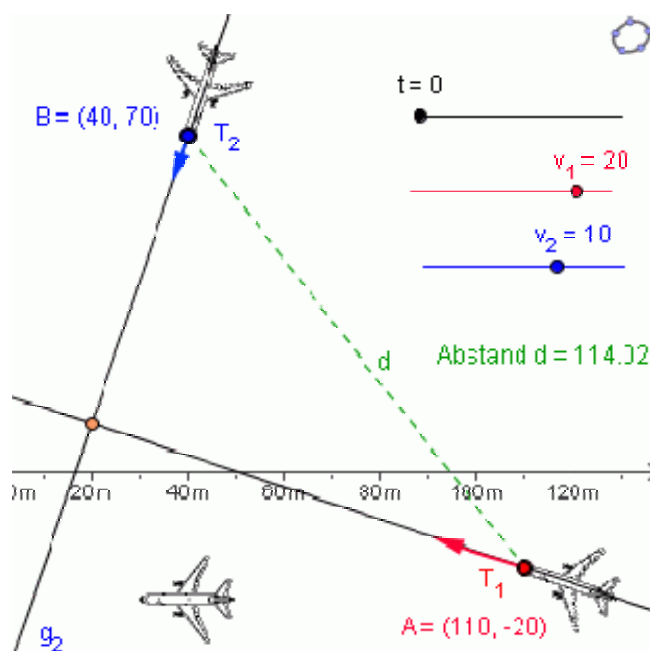
Arbeitsplan: Anita Dorfmayr

1. Motivation – Warum wurde das Thema gewählt?

Dieser Lernpfad ist eine Fortsetzung des Lernpfades „Vektorrechnung in der Ebene, Teil 1“. In Bezug auf „Motivation“ gelten die dieselben Ausführungen wie beim entsprechenden Kapitel von Teil 1.

2. Didaktischer Kommentar

Aufbauend auf Teil 1 wird in diesem Lernpfad das Wissen über Vektoren erweitert, und Begriffe wie Einheitsvektor, Normalvektor, Skalarprodukt, Parameterdarstellungen erklärt und interaktiv erforscht. Die Schülerinnen und Schüler sind dabei angehalten, nach konkreten Aufgabenstellungen vorzugehen, Fragen zu beantworten und Lösungsmöglichkeiten zu entwickeln. Anschauliche Beispiele aus der Praxis und den Naturwissenschaften lassen die Sinnhaftigkeit der Vektorrechnung einsichtig werden. Wie in Teil 1 ist eine Anleitung zum Arbeiten mit Vektoren in GeoGebra und in Computer-Algebra-Systemen im Lernpfad enthalten.



Kurzinformation	
Schulstufe	9. Schulstufe
Dauer	4 - 6 Stunden
Unterrichtsfächer	Mathematik
Verwendete Medien	Java-Applets, Dynamische Geometrie Software (DGS)
Technische Voraussetzungen	Java
Autoren	Andreas Lindner, Markus Hohenwarter, Thomas Himmelbauer, Anita Dorfmayr

Voraussetzungen für die Lehrkraft

- technische Voraussetzungen: Java, Umgang mit dem Internet
- fachliche Voraussetzungen: Vektorrechnung im \mathbb{R}^2 auf elementarem Niveau

Einstieg: Vorwissen / Voreinstellungen aktivieren

- **Vektorrechnung in der Ebene, Teil 1**
Koordinatenweise Angabe eines Pfeils, Länge eines Pfeils, Pfeile und Vektoren, Gegenvektor, Vektoraddition, Vektorsubtraktion, Rechenregeln, Vielfaches eines Vektors.

Neuigkeiten: Neue Kenntnisse / Verfahrensweisen erarbeiten

- Verbalisieren von Sachverhalten, die in den Applets erarbeitet worden sind.
- Formulieren von Zusammenhängen und selbständiges Aufstellen von mathematischen Formeln.
- Neue Kenntnisse über Einheitsvektor, Streckenteilung, Parameterdarstellung einer Geraden, Normalvektoren (Erklärung, Herleitung), Skalarprodukt, Winkel-Vektoren (Formel, Herleitung) gewinnen und festigen.
- Die Notwendigkeit von Vektoren in den Anwendungen (Rollfeld 1, Rollfeld 2, Kräftegleichgewicht) verstehen.
- Rechenoperationen mit zweidimensionalen Größen kennenlernen.
- Verbinden von rechnerischen und graphischen Lösungsmöglichkeiten.

Herausforderungen: Komplexere Anwendungs- / Transferaufgaben

- Schnittpunkt von Geraden berechnen.
- Herleitung der Formel zur Berechnung des Winkels zwischen zwei Vektoren

Lernmedien der SchülerInnen

Computer, Heft, Buch, Lernplattform.

Leistungsbeurteilung

Bewertung der Mitarbeit, entsprechende Schularbeitsbeispiele, Hausübungsbeispiele in der Lernplattform, schriftliche Überprüfung der Mitarbeit.

Die Leistungsbeurteilung hängt sehr stark von den im Verlaufsplan besprochenen Umständen ab. So wird sich die Beurteilung prinzipiell bei Einsatz einer Lernplattform auf andere Kriterien stützen müssen als bei Einsatz des Lernpfades zur Wiederholung und Festigung eines schon großteils bekannten Lerninhalts.

Kombination der Medien

In dem vorliegenden Lernpfad wird versucht, durch interaktive Applets das erforschende Lernen der SchülerInnen zu fördern. Die neu gewonnenen Erkenntnisse sollen im Anschluss daran durch händisches Rechnen im traditionellen Sinn vertieft und gefestigt werden. Viele der Aufgabenstellungen sind eine Verflechtung von Arbeiten am PC und Rechnen mit Papier und Bleistift, wobei die Lösungen der Übungen entweder aus der Konstruktion ersichtlich sind oder explizit als solche angeführt werden.

Der Lernpfad versteht sich nicht als detaillierte Anleitung zum Arbeiten mit CAS, sondern gibt nur exemplarisch Lösungsmöglichkeiten zu konkreten Aufgabenstellungen an. Dabei ergänzt eine Auflistung der wichtigsten Befehle für Derive, MuPad und TI 92/Voyage 200 das Angebot..

Rolle des Lernpfads im Themenbereich

Teil 1 dieses Lernpfades ist Voraussetzung für das Verständnis des zweiten Teils dieses Lernpfades. Zusammen decken diese beiden Lernpfade die Grundlagen des Themenbereichs "Vektorrechnung" in der 9. Schulstufe ab, wobei alle relevanten Begriffe erklärt und die entsprechenden Rechenoperationen vorgestellt werden.

Lerninhalte und Lernziele

Lerninhalt	Lernziel
Einheitsvektor	Die Notwendigkeit für die Einführung von Einheitsvektoren verstehen und Einheitsvektoren berechnen können.
Streckenteilung	Verbalisieren des entsprechenden Sachverhalts zur Berechnung von Teilungspunkten. Eine Formel zum Abtragen von Strecken entwickeln können.
Parameterdarstellung einer Geraden	Arbeitsschritte entsprechend der Anleitung richtig durchführen. Eine Formel für die Parameterdarstellung einer Geraden entwickeln können.
Anwendung 1 Rollfeld 1 Beispiel mit CAS	Die Verbindung von realer Situation und mathematischem Modell erkennen können. Die Aufgaben entsprechend der Anleitung durchführen und beantworten können.
Normalvektoren Erklärung Herleitung	Normalvektoren rechnerisch angeben können. Die gestellten Fragen beantworten können.
Anwendung 2 Einleitung Beispiel mit CAS	Die Verbindung von realer Situation und mathematischem Modell erkennen können. Die Aufgaben entsprechend der Anleitung durchführen und beantworten können.
Skalarprodukt	Die Mehrdeutigkeit von Normalvektoren wiedergeben können. Die Begründung für die Formulierung des Skalarprodukt verstehen und ein Skalarprodukt berechnen können.
Winkel-Vektoren Formel Herleitung	Den Zusammenhang zwischen Winkel und Skalarprodukt verstehen. Den Winkel zwischen Vektoren berechnen können.
Anwendung 3 Kräftegleichgewicht	Die Verbindung von realer Situation und mathematischem Modell erkennen können.
Anleitungen	Die Anleitungen verwenden und effizient einsetzen können.

3. Vorteile des Medieneinsatzes – exemplarische Beschreibung der Materialien

Einheitsvektoren

Mit Hilfe von dynamischer Geometriesoftware lassen sich Fragestellungen formulieren, die im herkömmlichen Unterricht üblicherweise nicht thematisiert werden konnten, und die das allgemeine Verständnis erhöhen können.

Beispiel:

Auf welcher Kurve bewegt sich der Endpunkt des Einheitsvektors \vec{a}_0 , wenn man bei fixen Anfangspunkt A den Endpunkt B des Vektors \vec{a} beliebig bewegt?

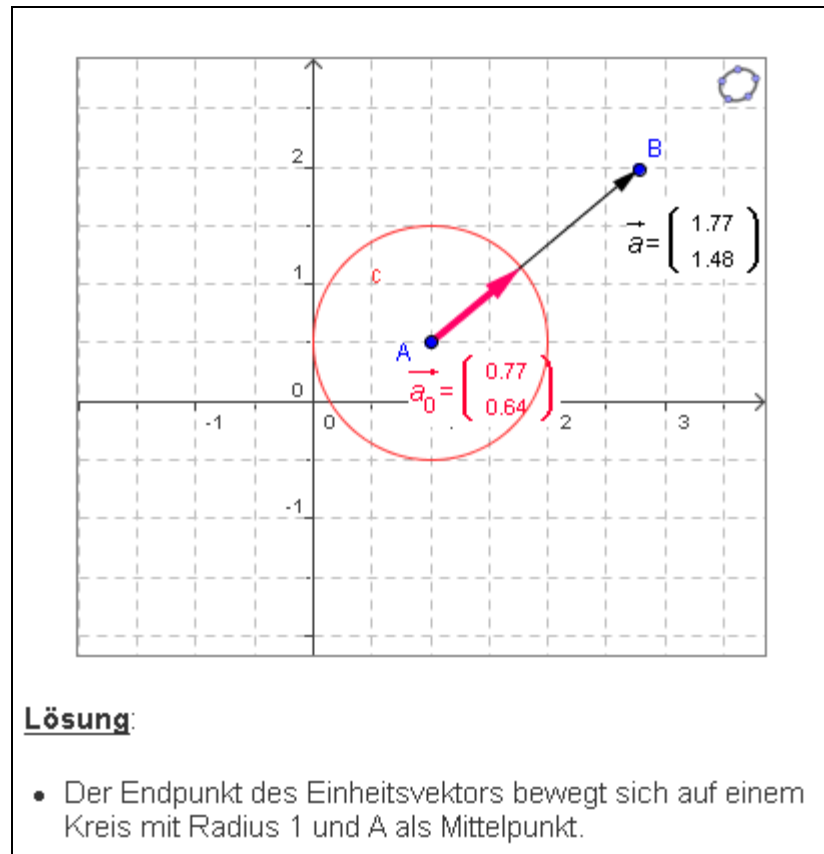


Abbildung 1: Einheitsvektor

Parameterform einer Geraden

Die Herleitung der Parameterform einer Geraden lässt sich unter Zuhilfenahme von Applets auf sehr intuitive Weise erklären, die den meisten SchülerInnen das Verständnis wesentlich erleichtert. Vor allem SchülerInnen, die bei der Verbindung von mathematischer und graphischer Darstellung Schwierigkeiten haben, kann geholfen werden, die Vorstellung zu ermöglichen oder zu verbessern.

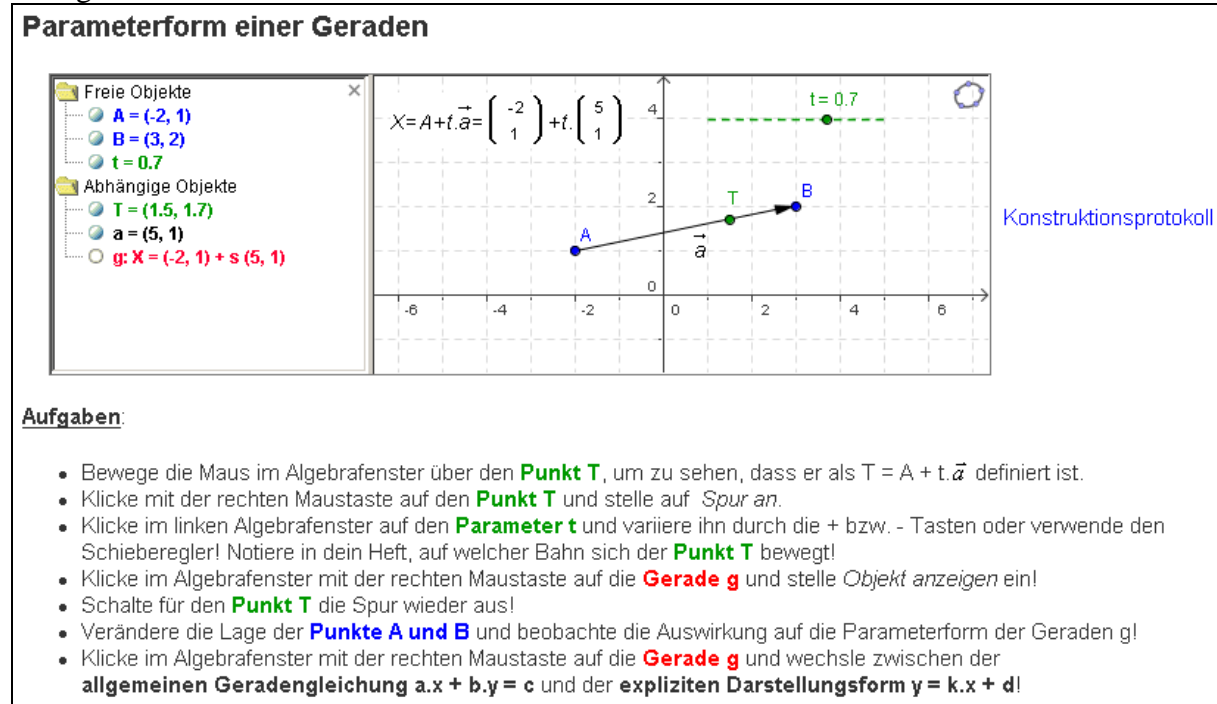


Abbildung 2: Parameterform einer Geraden

Flugzeuge am Rollfeld

An Hand von praxisorientierten Beispielen sollen SchülerInnen die Sinnhaftigkeit und Nützlichkeit von richtungsgebundenen Größen wie Geschwindigkeit kennen lernen. In Verbindung mit Anwendungsbeispielen und erforschendem Lernen lässt sich die Motivation für das Erlernen von eher abstrakten Begriffen wie „Geradengleichung“ und „Schneiden von Geraden“ steigern.

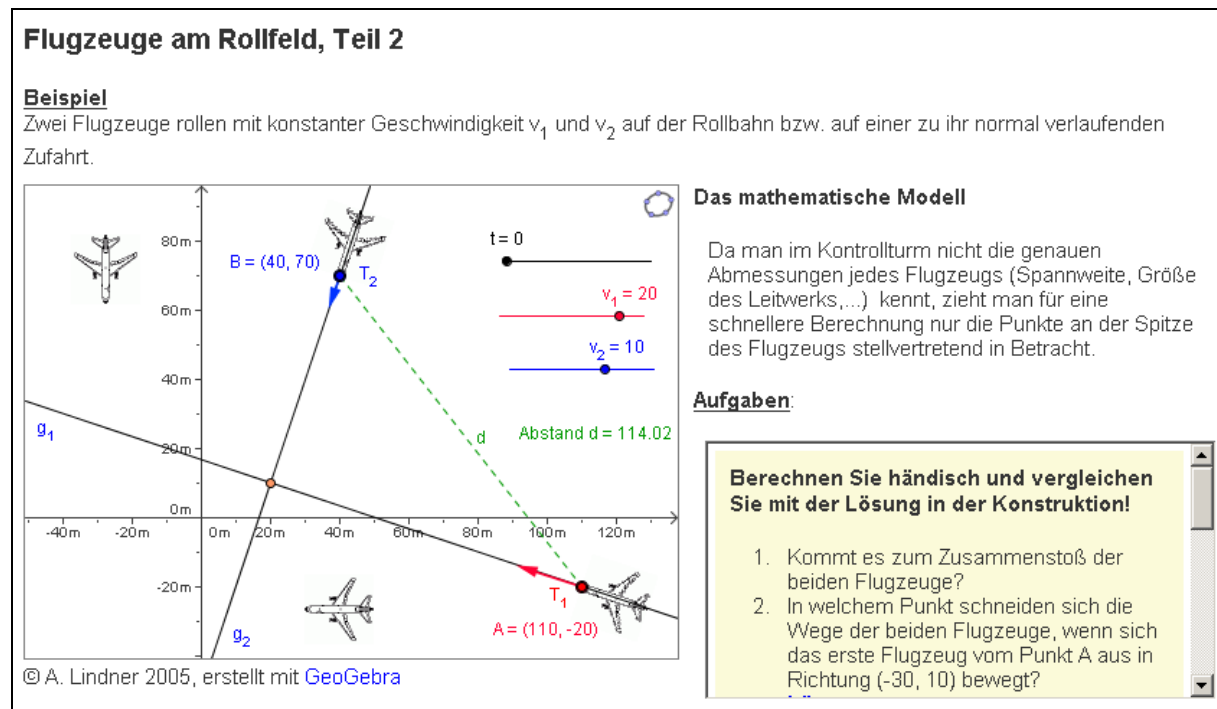


Abbildung 3: Flugzeuge am Rollfeld

4. Drehbuch / Drehbücher – Methodisch-didaktische Anleitungen

4.1. Unterrichtsorganisation – Arbeitsanweisungen für Schüler/innen

Nach Durcharbeiten dieses Lernpfades wirst du sehr gut mit Vektoren in der Ebene umgehen können. Du wirst erfahren, was ein Einheitsvektor und ein Normalvektor ist und wie man den Winkel zwischen zwei Vektoren ausrechnen kann. Außerdem wirst du lernen, wie man mit Hilfe von Vektoren Geraden beschreiben kann.

Arbeite den Lernpfad sorgfältig durch. Du kannst bei jedem Lernschritt neu entscheiden, ob du ihn lieber alleine oder gemeinsam mit einem Partner / einer Partnerin machen möchtest.

Führe eine **Projektmappe** - händisch oder am Computer. Sie muss folgendes enthalten:

- diesen **Arbeitsplan**
- **Zeitplan**, auf dem möglichst genau eingetragen ist, wann du was mit wem machen möchtest /gemacht hast. Das Projekt dauert **6 Unterrichtsstunden**.
- Alle deine **Aufzeichnungen**: Rechnungen, Merksätze, Skizzen, Probleme, Hausübungen, ...
- Achte besonders darauf, deine Projektmappe übersichtlich zu gestalten! Vergiss nicht auf
- Überschriften, Beispielangaben, etc. Kontrolliere zum Schluss, ob du alle Lernziele (siehe oben) erfüllt hast!
- **Protokoll** zu jedem Lernschritt mit den folgenden Inhalten:

- Titel und kurze Beschreibung des Lernschritts
 - deine Aufzeichnungen dazu
 - Hattest du Probleme mit dem Lernschritt? Wenn ja, welche?
 - Im Lernpfad werden drei Anwendungen vorgestellt. Beschreibe **jede Anwendung** übersichtlich auf
 - einer DIN A4 – Seite.
- Alle GeoGebra-Dateien, die du selbst erzeugt hast (elektronisch oder ausgedruckt).

Recherche: Suche in deinem Schulbuch, im Internet, etc. nach weiteren Anwendungen der Vektorrechnung. Beschreibe eine solche Anwendung genau und gib diese Beschreibungen deinem Lehrer / deiner Lehrerin ab.

Es gibt 3 **Hausübungen**, die verschiedenen Themen zugeteilt sind. Die Beispiele findest du in deinem Schulbuch¹. Überlege selbst, wann du welche Hausübung machen kannst. Die Hausübungen sind unterschiedlich lang. Teile dir die Arbeit daher gut ein!

Parallel – Einheitsvektor - Streckenteilung Pflicht: 703 a-d, 704 a-d, 707a-d, 710 c-d 738 b-c, 741 d-e Bonus: 709	Parameterdarstellung Pflicht: 749 a-b, 750 a-b, 751 a-b, 754 a-b, 755 a-b Bonus: 756, 757, 758 a-d
Normalvektor – Winkel Pflicht: 713 e-h, 716 e-f, 724 Bonus: 722	

Sollten Fragen bzw. Probleme auftauchen: Diskutiere dein Problem zuerst mit einem Mitschüler oder einer Mitschülerin. Falls ihr das Problem auch zu zweit nicht lösen könnt, wendet euch an euren Lehrer / eure Lehrerin.

Zur **Beurteilung** des Projektes zählen

- Projektmappe (Vollständigkeit, Ausführung, ...)
- Arbeitshaltung (Selbständigkeit, ...)
- Hausübungen. Achte auch auf rechtzeitige Abgabe der Hausübungen!
- Freiwillige Zusatzübungen (z.B. Beispiele aus deinem Schulbuch, Internetrecherche, etc.)

4.2. Anleitungen für Lehrer/innen

Verlaufsplan / Prozesshinweise

Grundsätzlich wäre für ein effizientes Arbeiten pro Schüler/Schülerin ein PC notwendig; allerdings ist auch eine Partnerarbeit an einem Gerät bei entsprechender Abstimmung der Lerngeschwindigkeiten der beiden Partner durchaus möglich. Das Arbeiten am Computer wird öfter durch Aufgabenstellungen, die im Heft durchzuführen sind, unterbrochen, weshalb idealerweise für ausreichend freien Arbeitsplatz zwischen den PCs gesorgt sein sollte. Abhängig von den äußeren Gegebenheiten in der jeweiligen Klasse (ständige Verfügbarkeit von Computern in Notebookklassen, sporadische Einsatzmöglichkeit eines PCs im Informatik-Saal,...) unterliegt eine Anpassung des vorliegenden Lernpfades dem unterrichtenden Lehrer/Lehrerin. So könnten bei ständigem Einsatz von Notebooks etwa Übungsaufgaben mit dynamischer Geometrie - Software wie GeoGebra oder mit CAS-Systemen wie Derive bearbeitet werden und anschließend über Lernplattformen abgegeben werden.

¹ Götz, Reichel: Mathematik Lehrbuch 5, 1. Auflage 2004

5. Ergebnisse der internen Evaluation

Der Lernpfad schließt an den ersten Teil an und dient auch der Erarbeitung neuer Inhalte, wobei mathematische Inhalte mehr im Vordergrund stehen als konkrete Anwendungen. Auf notwendiges Vorwissen wird deutlich hingewiesen und die entsprechenden Kapitel des ersten Teils sind angeführt.

Wie auch im ersten Teil des Lernpfads wird zwar ein Arbeitsplan mitgegeben, unterschiedliche methodische Ansätze werden nicht angeboten.

Es gibt ein numerisches Problem beim Applet „Einheitsvektor“ – Vektoren werden als Einheitsvektoren angezeigt, die nicht exakt die Länge 1 haben. Auf dieses Problem sollte unbedingt hingewiesen werden, um eine Verunsicherung der Schüler/innen zu vermeiden.

Die Seite Orthogonalität und Skalarprodukt sollte um eine klare Darstellung des Lernziels ergänzt werden.

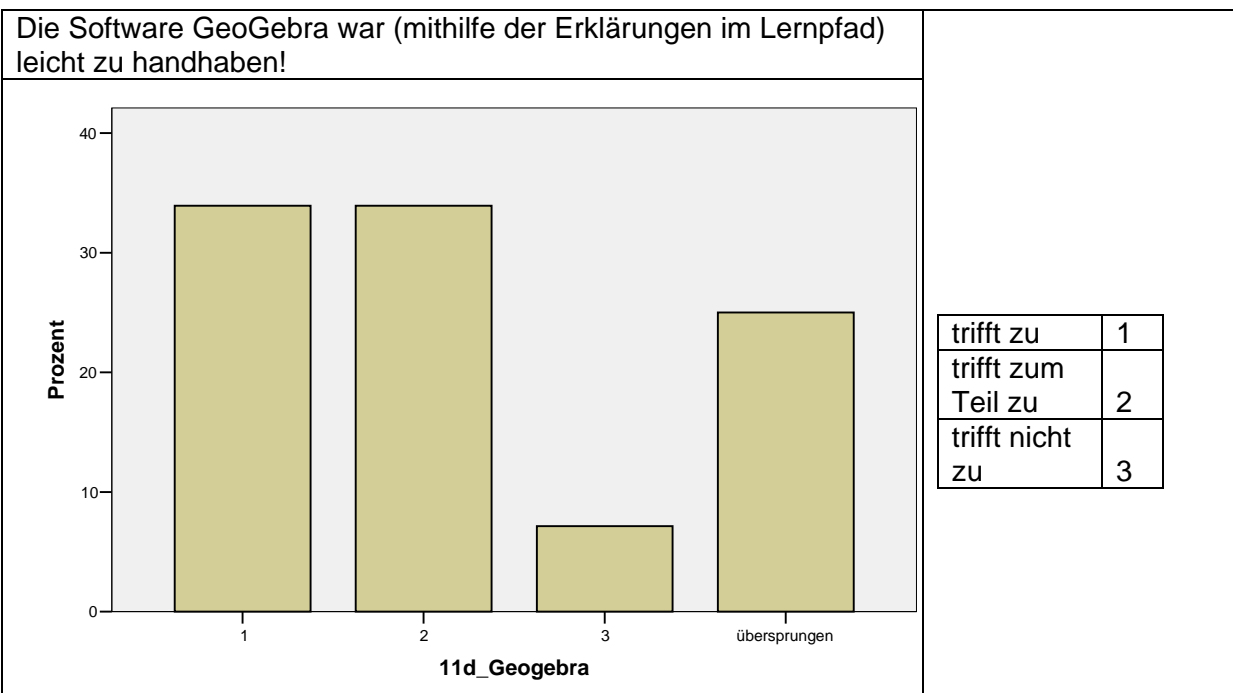
6. Äußere Evaluation / Feedback der Schüler/innen

Unter den positiven Rückmeldungen zu den interaktiven Übungen findet sich beispielsweise folgendes Zitat eines Schülers/einer Schülerin:

„Die Erklärungen all der verschiedenen Vektorarten (Einheitsvektor, Normalvektor..) und eben auch die "interaktiven Übungen", wie das Verschieben der Vektoren um den Zusammenhang der Normalvektoren herauszufinden.“

Das Feedback erfolgte durch 56 Schüler/innen.

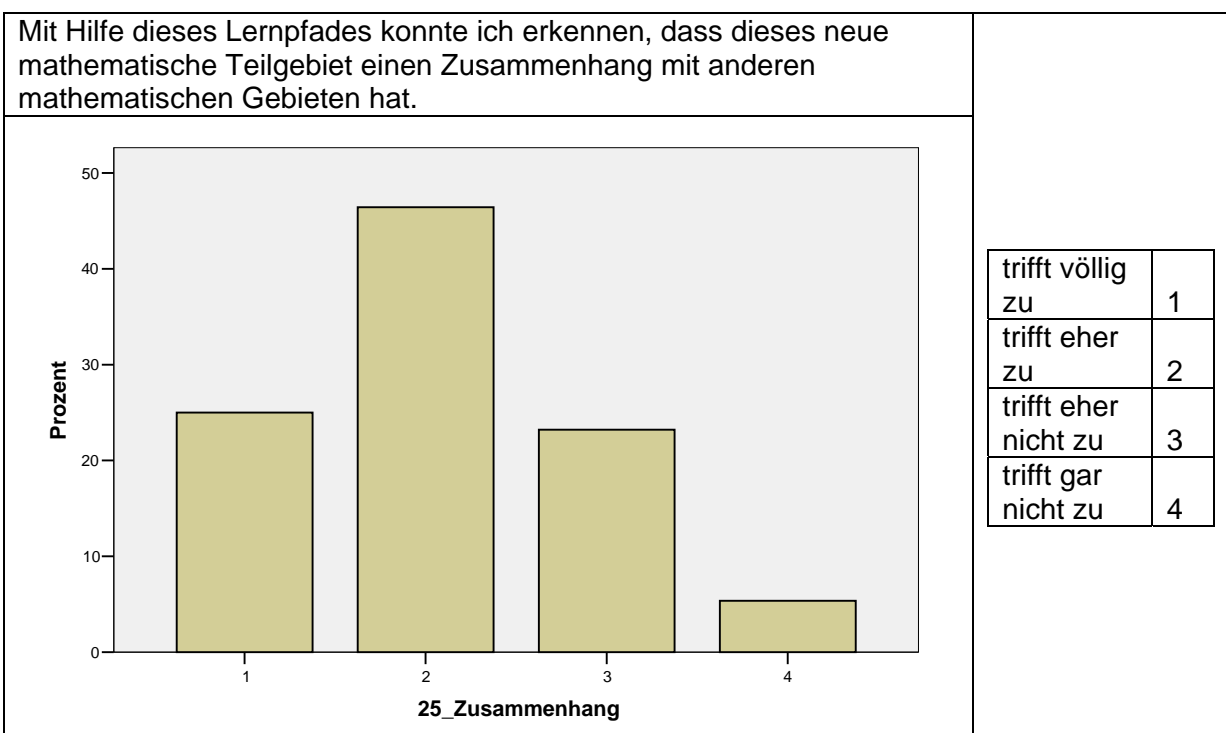
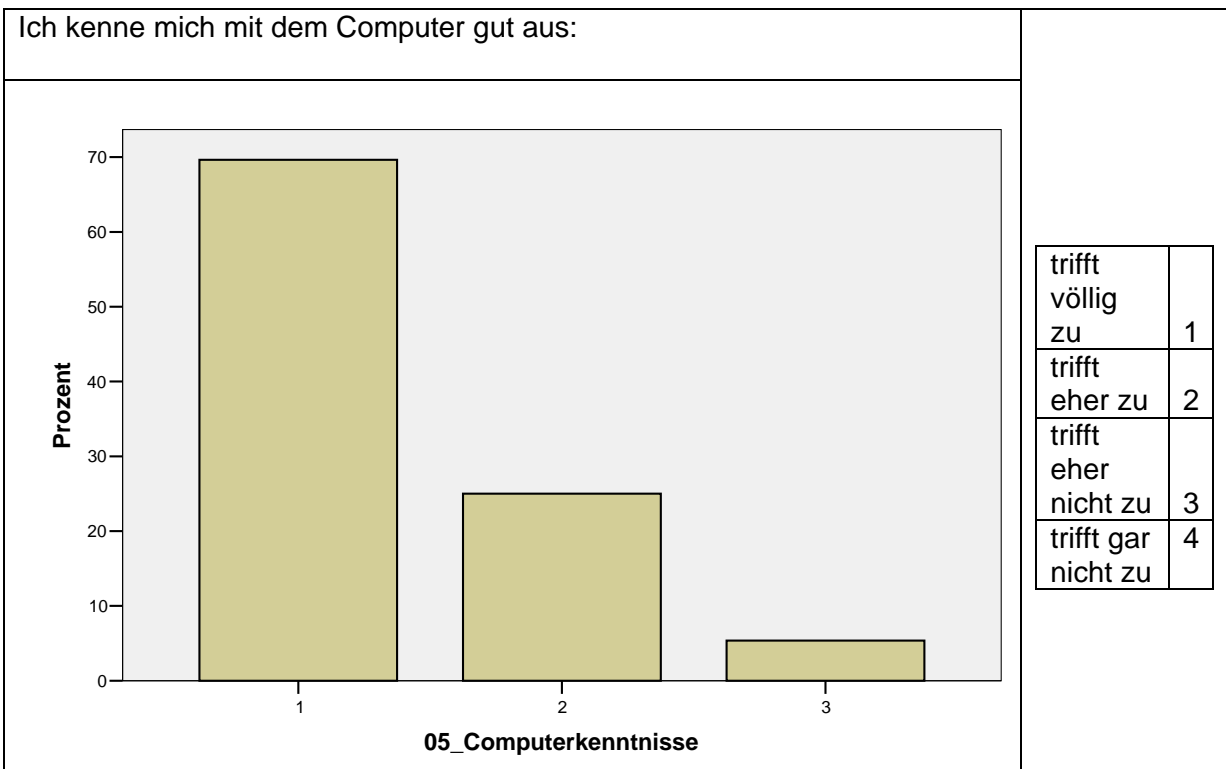
Exemplarisch werden einige Auswertungen von Rückmeldungen der Schüler/innen angeführt.



Die Rückmeldungen der Schüler/innen weichen nur minimal vom Durchschnitt aller Lernpfade ab. Z.B. gefällt das Layout 80% der Schüler/innen, was über dem Gesamtdurchschnitt liegt.

Besonders positiv wird die verständliche Sprache bewertet (90% gegenüber 75% aus dem Durchschnitt aller Lernpfade). 75% der Schüler/innen geben an, dass die interaktiven Übungen das Verstehen unterstützt haben (60% im allgemeinen Durchschnitt). Die Verwendung des Lernpfads zum Üben für die Schularbeit ist ebenso überdurchschnittlich hoch.

Die positiven Rückmeldungen zu den interaktiven Applets sind ähnlich wie in Teil 1 formuliert.



Ein Schüler / eine Schülerin gibt folgende positive Rückmeldung:

„Dass man sehen kann an den Grafiken, wie sich Werte verändern können. Und begreifen warum es eine Veränderung gibt!“

7. Überblick über den Erstellungsprozess

Dieser Lernpfad ist eine Fortsetzung des Lernpfades „Vektorrechnung in der Ebene, Teil 1“. In Bezug auf „Überblick über den Erstellungsprozess“ gelten die dieselben Ausführungen wie beim entsprechenden Kapitel von Teil 1.



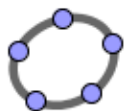
Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

TEIL 4 LERNPFAD WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

Lernpfad: Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung

10. Schulstufe

Autoren/innen: Mag. Gabriele Jauck, Mag. Gabriele Bleier, Dr. Markus Hohenwarter

1. Motivation – Warum wurde das Thema gewählt?

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung bietet eine Fülle von möglichen Zugängen: historische oder moderne Fragestellungen, spielerisch oder systematisch. Der Lernpfad möchte den Schülerinnen und Schülern Lust auf Wahrscheinlichkeitsrechnung machen, indem er sie mit verschiedensten Fragestellungen und Materialien zur Wahrscheinlichkeitsrechnung hinführt, sie zum Experimentieren und Spielen anregt und Vermutungen überprüfen lässt. Der Lernpfad erhebt noch keinen Anspruch auf Exaktifizierung.

2. Didaktischer Kommentar

Wahrscheinlichkeit – ein Wechselspiel zwischen Intuition und Mathematik ...

...doch gerade hier lässt uns unsere Intuition oft im Stich! Wer würde nicht behaupten, dass nach einer Serie von 15 Mal "Rot" beim Roulette nun "Schwarz" viel wahrscheinlicher wäre oder dass das Lottoergebnis "1, 2, 3, 4, 5, 6" völlig unwahrscheinlich ist. (Ganz ehrlich - wie oft haben Sie diese Kombination schon getippt?)

Aber auch große Mathematiker ließen sich in die Irre führen. Der Lernpfad führt von den Anfängen im Jahr 1654 (Fragen des Chevalier de Méré an Blaise Pascal) über das heute noch manchmal diskutierte Ziegenproblem zu den Grundlagen der Stochastik und lassen einen etwas anderen Einstieg in die Wahrscheinlichkeitsrechnung erleben.

Kurzinformation	
Schulstufe	10. bzw. 11. Schulstufe (neuer/alter Lehrplan)
Dauer	6 Stunden
Unterrichtsfächer	Mathematik
Verwendete Medien	Java-Applets, Dynamische Geometrie Software (DGS), Tabellenkalkulation
Technische Voraussetzungen	Java, Internet, Adobe Reader
Autorin	Gabriele Jauck, Gabriele Bleier, Markus Hohenwarter

Voraussetzungen

- Technische Voraussetzungen: Java (kostenlos von www.java.com), Internet, Tabellenkalkulation (z.B. Excel)
- Materialien: Würfel, Münzen und Reißnägeln in ausreichender Anzahl, die Schüler sollen selbst probieren können.
- Vorwissen der SchülerInnen: Mathematisches Grundlagenwissen, keine speziellen Vorkenntnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung

Lerninhalte und Lernziele

Lerninhalt	Lernziel
Historische Begründung der WK-rechnung	Vermittlung von Grundwissen zur geschichtlichen Entwicklung der Mathematik, Argumentieren und Begründen in mathematischen Diskussionen
Das Ziegenproblem	Unter Einbeziehung von Texten aus Zeitschriften und Online-Artikeln sollen intuitive Lösungsansätze diskutiert werden.
Von der Intuition zur Mathematik	Kennenlernen von Fachausdrücken und mathematisch korrekter Schreibweise, Kennenlernen des Begriffs Zufallsversuch
Asteroiden, Pferderennen und ein GAU	Wahrscheinlichkeit als Maß für subjektives Empfinden erfahren, Kennenlernen der Problematik des Wahrscheinlichkeitsbegriffs
Relative Häufigkeiten	Wahrscheinlichkeit als relative Häufigkeit, wobei Erfahrungswerte aus vorliegenden Statistiken oder selbst durchgeführten Zufallsversuchen stammen.
Laplace Wahrscheinlichkeit	Ermitteln von Wahrscheinlichkeiten von Zufallsgeräten aufgrund der Symmetrie, Kennenlernen der Wahrscheinlichkeitsdefinition nach Laplace
Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten	Aus gegebenen Grundwahrscheinlichkeiten die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Ausgangs eines mehrstufigen Zufallsversuchs berechnen, Darstellen der Situation mit Hilfe von Baumdiagrammen
Additionsregel und Multiplikationsregel	Multiplikationsregel und Additionsregel kennenlernen und in Baumdiagrammen anwenden (Beschränkung auf unvereinbare Ereignisse)
Lösung der Einstiegsbeispiele	Anwenden des Gelernten auf die Fragen von de Méré und auf das Ziegenproblem
Wissenstest	Festigung der Lernziele

Didaktischer Hintergrund

Dieser Lernpfad lässt die SchülerInnen vorerst experimentieren und Erfahrungen sammeln, ohne die korrekten Antworten zu präsentieren. Die SchülerInnen sollen über ihren Lösungsweg nachdenken, ihre Vorgehensweise begründen können (auch wenn diese falsch wäre) und Argumente für ihre Thesen für die Diskussion mit Klassenkameraden finden. Erst danach werden mathematische Fachausdrücke und exakte Schreibweisen eingeführt, wobei die Kombinatorik vollständig ausgeklammert wird. Alle angeführten Beispiele lassen sich durch Baumdiagramme darstellen und mit Hilfe der Multiplikationsregel und Additionsregel berechnen. Die methodische Umsetzung kann als reine E-Learning-Sequenz, mithilfe von Lernspiralen, mithilfe eines Themenplans oder mithilfe von Lerntagebuch erfolgen. Auch ein Portfolio ist denkbar. Nähere Informationen und konkrete Vorschläge zur methodischen Umsetzung finden sich in den weiteren begleitenden Materialien.

Einsatz im Unterricht

Computer mit Internetzugang sind für ein sinnvolles Arbeiten mit diesem Lernpfad Voraussetzung, allerdings ist es nicht notwendig, dass jedem Schüler/jeder Schülerin ein eigener PC zur Verfügung steht. Diskussionen untereinander sind gewünscht und entstehen leichter, wenn in Gruppen oder paarweise gearbeitet wird. Falls möglich, ist eine Blockung des Unterrichts auf Doppelstunden sicher hilfreich.

Kombination der Medien

In dem vorliegenden Lernpfad wird versucht, durch den Einsatz von interaktiven Internetseiten, der Software GeoGebra und einer Tabellenkalkulation das erforschende Lernen der SchülerInnen zu fördern. Die neu gewonnenen Erkenntnisse sollen im Anschluss daran durch händisches Rechnen im traditionellen Sinn vertieft und gefestigt werden. Im Lernpfad selbst sind nur wenige Aufgabenstellungen zu finden, sie dienen meist der Veranschaulichung der Theorie. Vertiefende Übungsbeispiele sind in allen Lehrbüchern für diese Schulstufen in ausreichendem Maß zu finden.

Lernmedien der SchülerInnen

Die SchülerInnen arbeiten mit diesem Lernpfad nicht nur am Computer. Auch Versuche mit ein bis zwei Würfeln, mit Reißnägeln und Münzen sind vorgesehen. Sie sollen ihre Ergebnisse auch in ihren Heften festhalten - so kann eine Art Lerntagebuch zur Wahrscheinlichkeitsrechnung entstehen.

Leistungsbeurteilung

Die Ergebnisse der SchülerInnen sollten als Basis für Diskussionen und Zusammenfassungen in der Klasse verwendet werden. Dabei können Sie die Mitarbeit der einzelnen SchülerInnen bewerten. Weitere Möglichkeiten zur Leistungsbeurteilung sind das Absammeln der Hefte, entsprechende Schularbeitsbeispiele, Hausübungsbeispiele in einer Lernplattform oder auch kurze Prüfungsgespräche.

Die Leistungsbeurteilung hängt natürlich sehr stark davon ab, wie der Lernpfad im Unterricht eingesetzt wird. Vom Aufbau und der Grundidee her ist er als alternativer Einstieg in die Wahrscheinlichkeitsrechnung gedacht, der vor allem Interesse und Neugier wecken soll. Daher sind die Inhalte nur in sehr beschränktem Maß für eine direkte Leistungsbeurteilung geeignet.

Fachliche Anmerkungen zum Begriff der Gleichwahrscheinlichkeit

Für die Laplace-Wahrscheinlichkeit ist unbedingt der Modellcharakter zu betonen. Sie gilt nur bei idealen Glücksspielgeräten (L-Würfel etc.). Diese sind ein MODELL. Bei Versuchen mit realen Würfeln etc. bekommt man mit Hilfe der L-Wahrscheinlichkeit nur dann für die Wirklichkeit brauchbare Ergebnisse, wenn bei langen Versuchsserien die relative Häufigkeit der L-Wahrscheinlichkeit nahe kommt. Beim Ziehen von Karten, beim Würfeln mit Würfeln, beim Ziehen aus der Urne muss daher zunächst immer gut durchgemischt werden, damit die Voraussetzung für eine L-Wahrscheinlichkeit möglichst gut erfüllt ist.

Gleichwahrscheinlichkeit aus der Symmetrie der Spielgeräte allein abzuleiten ist unzureichend, da verschiedene Ursachen diese Modellannahme stören können. So wurde vor einigen Jahren das (natürlich symmetrische) Roulette im Casino Baden von Dr. Neuwirth (Uni Wien) untersucht. Die festgestellten Ergebnisse zeigten, dass die Annahme der Gleichwahrscheinlichkeit nicht mehr stimmte. Der Schusskanal für die Spielkugel hatte sich verändert. Daher müssen Glücksspielgeräte ständig gewartet werden, damit sie die Modellvoraussetzungen einigermaßen erfüllen. Festgelegte Grenzwerte lassen nur bestimmte Schwankungsbreiten zu.

3. Vorteile des Medieneinsatzes – exemplarische Beschreibung der Materialien

Selbsttätigkeit und Differenzierung

Am historischen Einstieg lassen sich zwei Prinzipien zeigen: Selbsttätigkeit und Differenzierung. Einerseits sind die Schüler und Schülerinnen zum aktiven Tun aufgefordert, andererseits bieten Links die Möglichkeit, dass sich begabte oder interessierte Schüler und Schülerinnen mit zusätzlichen Informationen auseinandersetzen.

Wann entstand die Wahrscheinlichkeitsrechnung?



Fermat

Als eigentliche Geburtsstunde gilt das Jahr 1654, als sich der Chevalier de Méré, ein Philosoph und Literat am Hof Ludwig XIV., mit zwei Problemen an Blaise Pascal wandte. Ein interessanter Briefwechsel zwischen den Mathematikern Blaise Pascal und Pierre de Fermat folgte.



Pascal

Lasst euch in die Zeit des Chevalier de Méré zurückversetzen!

Chevalier de Méré, Philosoph, Literat und begeisterter Spieler bat den damals berühmten Mathematiker Blaise Pascal, um Hilfe bei der Lösung zweier Probleme, die ihn beschäftigten. Lest euch die beiden Fragen des Chevalier durch und versucht in Partnerarbeit eine Antwort zu finden, die ihr in einer anschließenden Diskussion in der Klasse auch verteidigen sollt.

Frage 1:

Was ist wahrscheinlicher: Bei vier Würfeln mit einem Würfel mindestens eine Sechs zu werfen oder bei 24 Würfeln mit zwei Würfeln mindestens eine Doppelsechs?

Frage 2:

Eine Münze wird wiederholt geworfen. Für jedesmal "Zahl" erhält A einen Punkt und für jedesmal "Kopf" erhält B einen Punkt. Wer zuerst 5 Punkte erzielt, gewinnt den Einsatz.

Nach 7 Würfeln hat A 4 Punkte und B 3 Punkte. Das Spiel wird abgebrochen.

Welches ist die gerechte Aufteilung des Einsatzes: Nach Maßgabe der gewonnenen Spiele (also 4:3) oder nach Maßgabe der noch fehlenden Spiele (also 2:1) oder überhaupt nach anderen Gesichtspunkten?

Spielen und Diskutieren

- Probiert die zwei Spiele in kleinen Gruppen aus und verwendet bei der Auswertung euch bereits bekannte Methoden der beschreibenden Statistik.
- Formuliert einen Lösungsvorschlag.

- Haltet eure Lösungsvorschläge schriftlich fest und überlegt euch auch gute Argumente dafür, denn eure Mitschüler/-innen könnten anderer Meinung sein.
- Diskutiert entweder in der Klasse oder in einem Diskussionsforum, welcher Lösungsvorschlag die größte Zustimmung findet.

Welche Lösung ist richtig?

Auch die Mathematiker Blaise Pascal und Pierre de Fermat diskutierten diese Fragen in einem heftigen Briefwechsel.

- Die Briefe sind leider nur noch teilweise erhalten. Ihr könnt euch mit Hilfe der unten angeführten Links einen ersten Eindruck von der Auseinandersetzung verschaffen, werdet aber wahrscheinlich keine wirklich überzeugende Lösung finden - so wie auch damals Pascal und Fermat nicht.

Später werden euch die inzwischen gesicherten Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung helfen, den Briefwechsel zu verstehen und weitere Lösungswege zu finden.

Lesen - Suchen - Forschen

- [Das mathemathistorische Kalenderblatt](#)
- [Die Entdeckung der Wahrscheinlichkeit](#)

...und wer noch mehr wissen will:

- Mehr über **Blaise Pascal**, dessen Name euch vielleicht schon durch das Pascal'sche Dreieck bekannt ist, findet ihr auf diesen Seiten: [Blaise Pascal](#), [Das Pascal'sche Dreieck](#)
 - **Pierre de Fermat** und seinen letzten berühmten Satz, der erst 1995 bewiesen werden konnte, könnt ihr hier näher kennen lernen: [Pierre de Fermat](#)
-

Experimentieren und simulieren

Methodenvielfalt zeigt sich auch im Abschnitt Wahrscheinlichkeit als relativer Anteil, in dem Excel zum Auswerten realistischer Daten aus Österreich eingesetzt wird.

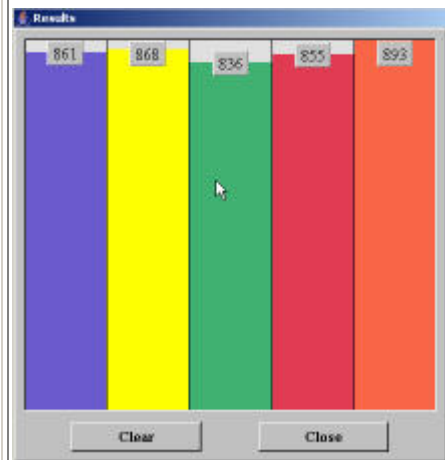
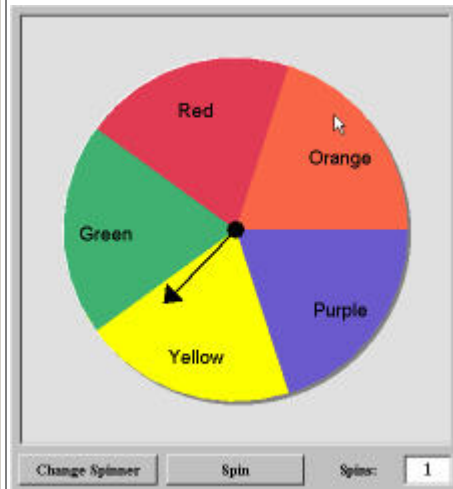
Neben dem individuellen Experimentieren mit Würfeln und Reißnägeln stehen für große Stichproben elektronische Werkzeuge zu Verfügung: zum Beispiel ein Würfelsimulator oder ein virtuelles Spinnrad.

Gesetz der großen Zahlen

Das [Gesetz der großen Zahlen](#) besagt, dass sich die relative Häufigkeit eines Zufallsergebnisses immer weiter an die theoretische Wahrscheinlichkeit für dieses Ergebnis (Erwartungswert) annähert, je häufiger das Zufallsexperiment durchgeführt wird. Anders ausgedrückt: Wird ein Zufallsexperiment sehr viele Male wiederholt, so stabilisieren sich die Häufigkeiten und nähern sich der theoretischen Wahrscheinlichkeit an.

Virtual Manipulative: Spinners

Folge dem o.a. Link und spiele mit dem Glücksrad. Drehe es zunächst jeweils nur 1x und beobachte. Erhöhe die Anzahl der Drehungen, lass dir die Ergebnisse grafisch anzeigen (Record Results). Diskutiere deine Beobachtungen in der Klasse oder im Forum. Du kannst auch die Größe der einzelnen Felder verändern (Change Spinner).



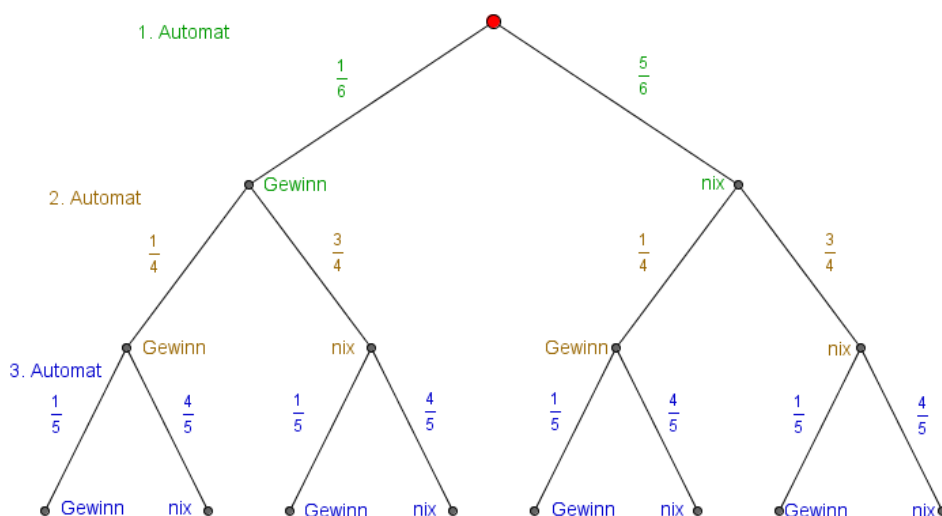
Interaktive Baumdiagramme

Baumdiagramme können interaktiv benutzt werden, um richtige Pfade zu erkennen.

Markus spielt an 3 verschiedenen Glücksspielautomaten

Markus spielt an einem Automaten, bei dem man mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$ gewinnt. Das ist ihm zu wenig und er wechselt beim zweiten Spiel zu einem Automaten mit der Gewinnwahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$ und versucht anschließend sein Glück noch bei einem Automaten, bei dem er mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{5}$ gewinnt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er bei allen drei Automaten gewinnt?

- Markiere den entsprechenden Weg im Baumdiagramm rot durch Klick auf den Button am Ende des Weges.



Lösungen können von den Schülerinnen und Schülern zur Selbstkontrolle aufgerufen werden.

4. Drehbuch / Drehbücher – Methodisch-didaktische Anleitungen

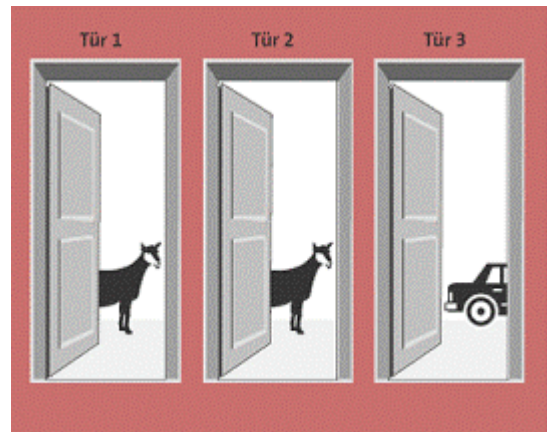
4.1 Unterrichtsorganisation – Arbeitsanweisungen für Schüler/innen

Anleitung um Experimentieren:

Das Gewinnspiel

Der Moderator zeigt dem Kandidaten/der Kandidatin drei Türen: "Hinter einer der drei Türen steht der Hauptgewinn, ein Auto. Hinter den beiden anderen Türen sind Ziegen. Welche Tür wählen Sie?"

Nachdem sich der Kandidat/die Kandidatin für eine Tür entschieden hat (z. B. für Tür 1, die Tür bleibt aber geschlossen), öffnet der Moderator eine der beiden anderen Türen - mit einer Ziege (z. B. Tür 3) - und fragt: "Bleiben Sie bei Ihrer Wahl oder möchten Sie Tür 2 wählen?"



Quelle: homepage.univie.ac.at

Wie würdest du dich entscheiden?

Lass dir mit deiner Antwort Zeit und überlege gut! Wenn du eine Vermutung hast, halte sie schriftlich fest.

Zum Nachspielen der Situation brauchst du keine Ziegen und erst recht kein Auto. Es genügen drei Spielkarten (z.B. 2, 2, König) und ein/e Spielleiter/in. Du kannst auch [online](#) oder [online in Englisch \(Stick or Switch\)](#) spielen! Führe eine Versuchsreihe durch und teste, ob eine der beiden Strategien (wechseln/nicht wechseln) besser ist. Notiere, wie oft du mit deiner Strategie gewonnen bzw. verloren hast.

Anleitung zu Internetrecherche:

Der Streit um das Ziegenproblem

Hier kannst du nachlesen, wie es anderen mit der Lösung dieses Problems ergangen ist, und wirst dabei auf ein paar sehr unterhaltsame Auszüge aus Leserbriefen stoßen: <http://www.jbg-miltenberg.de/faecher/mathe/ziegenproblem.html>

Möchtest du noch mehr zu dem Thema erfahren, gib den Begriff "Ziegenproblem" oder auch "Monty Hall Problem" in eine Suchmaschine (z.B: [Google](#)) ein und staune, wie viele Leute sich damit beschäftigen, unter anderem solch renommierte Zeitungsblätter wie "[Die Zeit](#)"!

Anleitung zum Dokumentieren von Ergebnissen und um Vorbereiten einer Präsentation:

Ihr habt nun Techniken kennen gelernt, Aufgaben der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu lösen: Baumdiagramme, Multiplikationsregel und Additionsregel.

Beschäftigt euch noch einmal mit den beiden Aufgabenstellungen vom Beginn der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Wählt eine Aufgabenstellung aus und verfasst einen (fiktiven) Brief, in dem ihr die Fragestellung und ihre Lösung erörtert.

Bereitet euch darauf vor, eines der beiden Beispiele zu präsentieren: Historisches, Lösungsvorschläge und die entsprechenden Argumente sowie die Lösung der Aufgabe.

4.2 Anleitungen für Lehrer/innen

Methoden und Lernziele

Methode: Dieser Lernpfad ermöglicht Ihren SchülerInnen einen aktiven und entdeckenden Einstieg in das Gebiet der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Besonderes Augenmerk wurde auf die Verbindung von interaktiven Lernhilfen und traditionellen Medien (Tafel, Buch, Heft, Versuche mit Würfeln und Reißnägeln) gelegt sowie auf das Begründen und Argumentieren in Diskussionsrunden.

Grobe Lernziele: Die Schülerinnen und Schüler sollen verschiedene Wahrscheinlichkeitsbegriffe kennenlernen und Einblick in die Problematik dieser unterschiedlichen Begriffsbildungen bekommen. Sie sollen sicher mit den Fachausdrücken und Schreibweisen dieses Gebiets umgehen und entsprechende Berechnungen durchführen können.

Download der Lernobjekte

Lernobjekt	Beschreibung	Technische Voraussetzungen
Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung (zip)	gesamter Lernpfad	Java, Internet-Browser
Didaktischer Kommentar (pdf)	Kommentar zum Lernpfad	Adobe Reader
Arbeitsanleitung (doc)	Arbeitsanleitung zum Lernpfad	Word oder OpenOffice
Lernspirale (doc)	Lernspirale zum Lernpfad	Word oder OpenOffice
Themenplan (doc)	Themenplan zum Lernpfad	Word oder OpenOffice
Datei mit Lösungen (xls)	Statistik Austria - Kapitel relative Häufigkeiten - Angabe und Lösungen zum Übungsbeispiel	Excel oder OpenOffice

Weitere Informationen

Viele der im Lernpfad zu findenden Applets wurden mit dem Geometrie- und Mathematikprogramm GeoGebra erstellt, das kostenlos im Internet erhältlich ist.

Weitere Materialien

Zusätzlich stehen

- Vorschläge zur Umsetzung als Lernpfad,
- ein Vorschlag für eine Arbeitsanleitung bei einer reinen E-Learning-Sequenz und
- ein Themenplan mit Vorschlägen für Pflicht- und Wahlaufgaben

zur Verfügung.

Lernspirale zum Thema

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung

6. Klasse (nach Lehrplan 2004)

von Gabriele Bleier

zum Lernpfad von Gabriele Jauck

Themenbereich/Inhalte:	
Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffes, Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten	
Fachliche	
Voraussetzungen:	Ziele:
<ul style="list-style-type: none">• Relative Häufigkeiten berechnen• Prozentuelle Wahrscheinlichkeiten berechnen• Methoden der beschreibenden Statistik	<ul style="list-style-type: none">• Vermittlung von Grundwissen zu geschichtlichen Entwicklung der Mathematik, Argumentieren und Begründen in mathematischen Diskussionen• Fachausdrücke kennen• Wahrscheinlichkeiten als subjektives Vertrauen oder relative Häufigkeit bei Versuchsserien begreifen• Mit dem Modell der Laplace-Wahrscheinlichkeit arbeiten können• Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Baumdiagrammen ermitteln• Multiplikations- und Additionsregel für unvereinbare Ereignisse kennen und anwenden können

Methodische	
Voraussetzungen:	Ziele:
<ul style="list-style-type: none"> • Informationen selbstständig schriftlich festhalten können • mit Partner und in Gruppe arbeiten können • Methoden zur Partner- und Gruppenfindung kennen • Ergebnisse präsentieren können • Arbeiten in Expertengruppen und Mischgruppen • Kugellager (Doppelsesselkreis) • Museumsrundgang 	<ul style="list-style-type: none"> • mathematische Inhalte selbstständig erarbeiten können • über mathematische Inhalte sprechen können • Vermutungen formulieren können und Argumente für Lösungsvorschläge finden und verteidigen • wichtige Informationen filtern und schriftlich festhalten können • Eigenverantwortung beim Lernprozess stärken

Technische	
Voraussetzungen:	Ziele:
<ul style="list-style-type: none"> • PC mit Internetzugang • Beamer • Dateien öffnen, schließen und speichern können • auf einer Webseite navigieren können • Berechnungen am numerischen Taschenrechner durchführen können 	<ul style="list-style-type: none"> • Navigation auf Internetseiten • Selektion von Web-Inhalten

Makrospirale zur Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung

Arbeitsinseln mit grau hinterlegter Nummer sind ausgearbeitet.

Vorwissen /Voreinstellungen aktivieren

A 00	Begriffe aus der beschreibenden Statistik wiederholen (relative Häufigkeit, prozentuelle Häufigkeit)
----------------------	--

Neue Kenntnisse/ Verfahrensweisen erarbeiten

A 01	Entstehung - Die Wurzeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung: zwei historische Fragestellungen von de Meré Das Ziegenproblem (1. Unterrichtseinheit)
A 02	Von der Intuition zur Mathematik: subjektives Vertrauen, relative Häufigkeiten, Laplace-Wahrscheinlichkeit (2.+3. Unterrichtseinheiten)
A 03	Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten: Baumdiagramm (4.Unterrichtseinheit)
A 04	Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten: Multiplikationsregel (4.Unterrichtseinheit)
A 05	Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten: Additionsregel (4.Unterrichtseinheit)
A 06	Übungsbeispiele zur Additionsregel (5.Unterrichtseinheit)

Komplexere Anwendungs-/Transferaufgaben

A 07	Lösung der historischen Fragestellungen bzw. des Ziegenproblems (5.+6.Unterrichtseinheit)
A 08	Wissenstest

Arbeitsmittel für alle Arbeitsinseln sind PC und der Lernpfad Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Online- oder Download-Version, Internetzugang sowie Heft bzw. Projektmappe für Mitschriften.

Mikrospirale A1:

Entstehung - Die Wurzeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung: zwei historische Fragestellungen von de Meré
Das Ziegenproblem

Schritt	Lernaktivitäten der SchülerInnen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
1	Die SchülerInnen lesen sich kurz die beiden Aufgabenstellungen durch und wählen eine aus: Entstehung oder Ziegenproblem.	EA	5'	
2	Die SchülerInnen führen in Partnerarbeit die angegebenen Experimente durch, notieren die Ergebnisse, erarbeiten einen Lösungsvorschlag und halten die entsprechenden Begründungen im Heft fest.	PA	20'	Internetzugang, Würfeln, Münzen, Spielkarten
3	Die SchülerInnen bilden 4er- bis 6er-Gruppen, diskutieren die verschiedenen Lösungsvorschläge und halten auf einem Plakat, auf einer Lernplattform oder in einem Diskussionsforum einen gemeinsamen Lösungsvorschlag und entsprechende Argumente fest.	GA	15'	Plakate oder Lernplattform oder Diskussionsforum
4	Zu den beiden Aufgabenstellungen präsentiert je ein Schüler/eine Schülerin (durch Zufall ausgewählt) den Lösungsvorschlag der Gruppe. Es ist noch nicht Ziel, einen richtigen Lösungsvorschlag zu erarbeiten! Die Lösungsvorschläge sollen vorerst so stehen bleiben und können eventuell im Laufe der nächsten Unterrichtsstunden am Plakat bzw. auf der Lernplattform durch weitere Argumente gestützt oder widerlegt werden.	Plenum	5'	

Mikrospirale A2: Von der Intuition zur Mathematik

Schritt	Lernaktivitäten der SchülerInnen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
1	Einzelarbeit zu den Themen subjektives Vertrauen, relative Häufigkeit, Laplace-Wahrscheinlichkeit	EA	20'	
2	Expertengruppen (3-4 SchülerInnen)	GA	20'	
3	Hausübung: Ausarbeitung von entsprechenden Fragestellungen	EA		

Nächste Unterrichtseinheit:				
3	Mischgruppen (3-4 SchülerInnen): Austausch	GA	30'	
4	Übungsaufgaben	EA	15'	
7	Hausübung: Ausarbeitung der Fragestellungen der anderen Gruppen	EA		

Mikrospirale A6: Übungsbeispiele zur Additionsregel

Schritt	Lernaktivitäten der SchülerInnen	Sozial- form	Zeit	Arbeitsmittel
1	In Partnerarbeit werden entweder Übung 1 und 1b oder Übung 2 und 3 erarbeitet.	PA	10'	
2	Vergleich mit einem Paar derselben Übungsaufgaben	GA	5'	
3	Kugellager	PA	15'	
4				

Mikrospirale A7: Lösung der historischen Fragestellungen bzw. des Ziegenproblems

Schritt	Lernaktivitäten der SchülerInnen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
1	Wahl einer der beiden Aufgabenstellungen, Erarbeiten der Lösung Eventuell als dritte Themenstellung: Der historische Briefwechsel und seine mathematischen Inhalte	PA	15'	
2	Vorbereitung einer Präsentation (Plakat, PowerPointPräsentation) in einer Gruppe (Teilweise HÜ)	GA	15'	
3	Bilden von Mischgruppen: Museumsrundgang	GA	20'	
4	Oder: Gruppenpräsentation vor der Klasse	Plenum		

E-Learning-Sequenz Wahrscheinlichkeitsrechnung Arbeitsauftrag

Den **Lernpfad** findest auf www.austromath.at/medienvielfalt.

Das Projekt dauert **5 Unterrichtsstunden**. Die 6.Stunde ist der Präsentation der beiden historischen Fragestellungen bzw. des Ziegenproblems gewidmet.

Als Einstieg in den Lernpfad gibt es zwei Aufgabenstellungen: zwei historische Fragestellungen und das Ziegenproblem. Informiere dich grob über die beiden und wähle dann eine Themenstellung aus, die du laut Anleitung genauer bearbeitest. Die Lösungsvorschläge sind zu veröffentlichen (Wandzeitung oder auf der Lernplattform). Am Ende wendest du dann dein neu erworbenes Wissen an und arbeitest die anfangs gewählte Aufgabenstellung mathematisch korrekt aus. Bereite dich gemeinsam mit einem Partner/einer Partnerin auf die Präsentation vor.

Die **Projektmappe** ist händisch oder am Computer zu führen und enthält

- eine **Übersicht** über die **Inhalte** des Lernpfades (MindMap o.Ä.),
- eine **Zeitplanung**, in der genau eingetragen ist, wann du was machen möchtest bzw. wann du was mit wem gemacht hast (sie könnte etwa so aussehen)

Was?	Wann geplant?	Wann durchgeführt?	Dauer	Mit wem?

- alle deine **Aufzeichnungen**: Rechnungen, Merksätze, Skizzen, Probleme, ...
- sämtliche **Übungen**, die du zuhause erledigst.

Achte besonders darauf, deine Projektmappe übersichtlich zu gestalten! Vergiss nicht auf Überschriften, Angaben etc.

Das **Protokoll** zu jedem Lernschritt sollte Folgendes mindestens in deiner Projektmappe stehen:

Titel des Lernschritts

kurze Beschreibung des Inhaltes

Hattest du Probleme mit dem Lernschritt? Wenn ja, welche?

Sollten Fragen bzw. Probleme auftauchen, dann stelle sie zuerst auf unserer Plattform ins Netz. Beteilige dich am Austausch über die Plattform. Dort erhältst du auch Hilfe von deinem Lehrer.

Zur **Beurteilung** des Projektes zählen

Projektmappe (Vollständigkeit, Ausführung der Arbeitsaufträge, Sorgfalt ...)

Arbeitshaltung (Selbstständigkeit, Beteiligung am Diskussionsforum am Infoportal, ...)

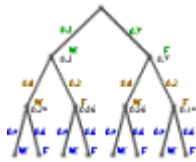
Einhaltung von Terminen

Freiwillige Zusatzübungen

Leistung bei der Präsentation

Die Projektmappe (mit Hausübungen) muss bis abgegeben werden.












Viel Vergnügen!

































Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung

Name:

Alle Lernschritte findest du im Lernpfad „Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung!
 Zeitplan: 5 Unterrichtsstunden. Die 6. Unterrichtsstunde ist für die Präsentation und Diskussion der beiden historischen Fragestellungen und des Ziegenproblems vorgesehen.
 Siehe auch Anmerkungen am Ende des Plans!

Nr.	Titel	Aktivität	Sozialform	Arbeitsauftrag	P/W	Kontrolle
1	Historische Fragen 1			Versucht zu zweit mithilfe von Würfeln bzw. einer Münze Vermutungen über mögliche Lösungen für die beiden gestellten Fragen anzustellen! Haltet eure Argumente in der Projektmappe fest. Diskutiert mit einem anderen Paar eure Ergebnisse!	Pflicht 1 oder 3	
2	Historische Fragen 2 (Voraussetzung: Nr. 1)			Samme mithilfe der angeführten Links Informationen zum historischen Hintergrund der Entstehung der Wahrscheinlichkeitsrechnung und stelle einen kurzen Informationstext von etwa 200 Wörtern zusammen!	Wahl	
3	Ziegenproblem 1			Simuliert das Gewinnspiel des Ziegenproblems, notiert die Ergebnisse und begründet, welche Strategie ihr bevorzugt!	Pflicht 1 oder 3	
4	Ziegenproblem 2 (Voraussetzung: Nr. 3)			Erforsche die Geschichte des Ziegenproblems (auch „Monty Hall Problem“ genannt) und lege eine Zeittafel an, wann von wem und in welchem Medium dieses Problem erörtert wurde!	Wahl	
5	Von der Mathematik zur Intuition			Mache dich mit einigen Fragestellungen vertraut, die du in den folgenden Lernschritten beantworten sollst!	Pflicht	
6	Subjektives Vertrauen			Lest die Informationen, notiert die entsprechenden Fragestellungen aus Lernschritt 5 und beantwortet sie!	Pflicht	

7	Relative Häufigkeit			Lest die Informationen, notiert die entsprechenden Fragestellungen aus Lernschritt 5 und beantwortet sie! Führt die Experimente durch und haltet eure Ergebnisse und Schlussfolgerungen dazu fest!	Pflicht	
8	Laplace-Wahrscheinlichkeit			Lest die Informationen, notiert die entsprechenden Fragestellungen aus Lernschritt 5 und beantwortet sie!	Pflicht	
9	Übung			Ermittle einfache Wahrscheinlichkeiten! Die Lösungen lassen sich im Kopf berechnen.	Pflicht	SK
10	Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten			Lest den Einleitungstext!	Pflicht	
11	Baumdiagramme			Macht euch mit der Darstellungsform durch Baumdiagramme vertraut! Zeichnet dann ein Baumdiagramm für das dreimalige Werfen eines Reißnagels! Entnimmt die Wahrscheinlichkeiten der Versuchsserie mit den Reißnägeln aus Lernschritt 7!	Pflicht	
12	Multiplikationsregel			Erarbeitet gemeinsam die Vorgangsweise für die Multiplikationsregel! Stellt euch gegenseitig vier Aufgaben zum gezeichneten Baumdiagramm, haltet sie fest und berechnet die Ergebnisse!	Pflicht	
13	Übung1: Markus und die Glücksspielautomaten			Übt die Berechnung an zwei Beispielen!	Pflicht	SK
14	Übung 2: 3 Jäger auf Pirsch			Übt die Berechnung an einem weiteren Beispiel! Haltet Baumdiagramm und Berechnung in eurer Projektmappe fest!	Pflicht	SK

15	Additionsregel			Erarbeitet euch die Vorgangsweise bei der Additionsregel! Lest die Informationen, notiert die entsprechenden Fragestellungen aus Lernschritt 5 und beantwortet sie!	Pflicht	
16	Übungen 1, 1b, 2 und 3: Geburtstag, Alarmanlage			Wendet die Additionsregel auf drei Beispiele an! Haltet Baumdiagramm und Berechnung zu einem Beispiel in eurer Projektmappe fest!	Pflicht	SK
17	Übung 3: Kartenspiel			Wendet die Additionsregel an! Beachte, dass sich die Wahrscheinlichkeiten ändern!	Pflicht	SK
18	Anworten für de Méré	 		Versucht nun noch einmal die im Lernschritt 1 historischen Fragestellungen zu beantworten! Dokumentiert eure neuerlichen Überlegungen! Schreibt einen (fiktiven) Brief an De Méré und erklärt ihm die Lösung!	Pflicht 18 oder 19	
19	Antworten für Monty Hall	 		Versucht nun noch einmal das im Lernschritt 3 gestellte Ziegenproblem zu lösen, indem ihr die Technik des Baumdiagramms anwendet! Wie groß ist die Gewinnwahrscheinlichkeit bei der Strategie „Tür wechseln“? Verfasst einen (fiktiven) Leserbrief an eine Zeitung zur Lösung dieses Problems!		
20	Teste dein Wissen!			Beantworte die gestellten Fragen und vergleiche sie mit einem Partner/einer Partnerin!	Pflicht	

Die Projektmappe muss spätestens am abgegeben werden!

Deine **Projektmappe** enthält:

- o alle deine **Aufzeichnungen** (Definitionen, Merksätze, Skizzen, Rechnungen, ...) -
Achte besonders darauf, deine Projektmappe übersichtlich zu gestalten! Vergiss nicht auf Lernschrittnummer, Überschriften, Beispielangaben, etc. !
- o alle Hausübungsbeispiele

Zur **Beurteilung** des Projektes zählen: Projektmappe (Vollständigkeit, Ausführung, ...), Arbeitshaltung, Hausübung, freiwillige Zusatzübungen (Wahlstationen, Bonus-Hausübung) .

Viel Vergnügen!

5. Ergebnisse der internen Evaluation

Zum didaktisch-methodischen Kommentar

Mit diesem Lernpfad wird im Unterschied zu vielen Schulbüchern, die eher einen theoretisch orientierten Zugang zur Wahrscheinlichkeitsrechnung anbieten, die spielerische und kreative Annäherung an das Thema und die naive Begriffsbildung gefördert. Der Lernpfad ist daher für die Einstiegs- und Motivationsphase gedacht, als Vorstufe zu den üblichen Einstiegen in den Schulbüchern. Lernziele und Lerninhalte werden angeführt und in der Lernspirale detailliert beschrieben.

Die methodischen Anweisungen sind umfangreich – der Lernpfad kann als Lernspirale oder als reine E-Learning-Sequenz eingesetzt werden. Auch ein Themenplan mit Pflicht- und Wahlaufgaben ist beigelegt. Die Lernspirale ist für den gesamten Lernpfad detailliert ausgearbeitet.

Zum Lernpfad selbst

In der Eingangsphase dieses Lernpfades wird vor allem die Intuition über historische Fragestellungen, Experimente und interaktive Simulationen angesprochen.

Möglichst hohe Motivation der Schüler/innen und das Wecken von Neugier stehen im Vordergrund.

Die Präzisierung der erarbeiteten Begriffe erfolgt nur zum Teil; zum Beispiel fehlt die Begründung der Additionsregel und Multiplikationsregel. Der Lernpfad kann als alternativer Einstieg genommen werden, eigentlich eine Vorstufe zu den meist relativ theoretisch aufgebauten Einführungen der meisten Schulbücher.

Konkrete Aufgabenstellungen, die auf praktische Übungen und Spiele bezogen sind, ermöglichen es den Schülern und Schülerinnen, spielerisch Vorstellungen zu den Begriffen der Wahrscheinlichkeit zu entwickeln. Einige Links zu externen Quellen gestatten die Durchführung von weiteren Experimenten und deren elektronische Auswertung.

Die Schülerinnen und Schüler werden in hohem Maße zu Informationssuche angeregt. Bildhaftes, lesendes und schreibendes Lernen sowie Lernen durch aktives Tun werden unterstützt.

Lernziele werden nicht explizit für Schüler und Schülerinnen angegeben, allerdings gibt ein Fragenkatalog vor, welche Fragestellungen sie im Laufe des Lernpfades beantworten können sollen.

Anleitungen für Arbeits- und Präsentationsformen befinden sich direkt im Lernpfad.

Einige Tippfehler, unklare Hinweise in der Messagebox müssen geändert werden.

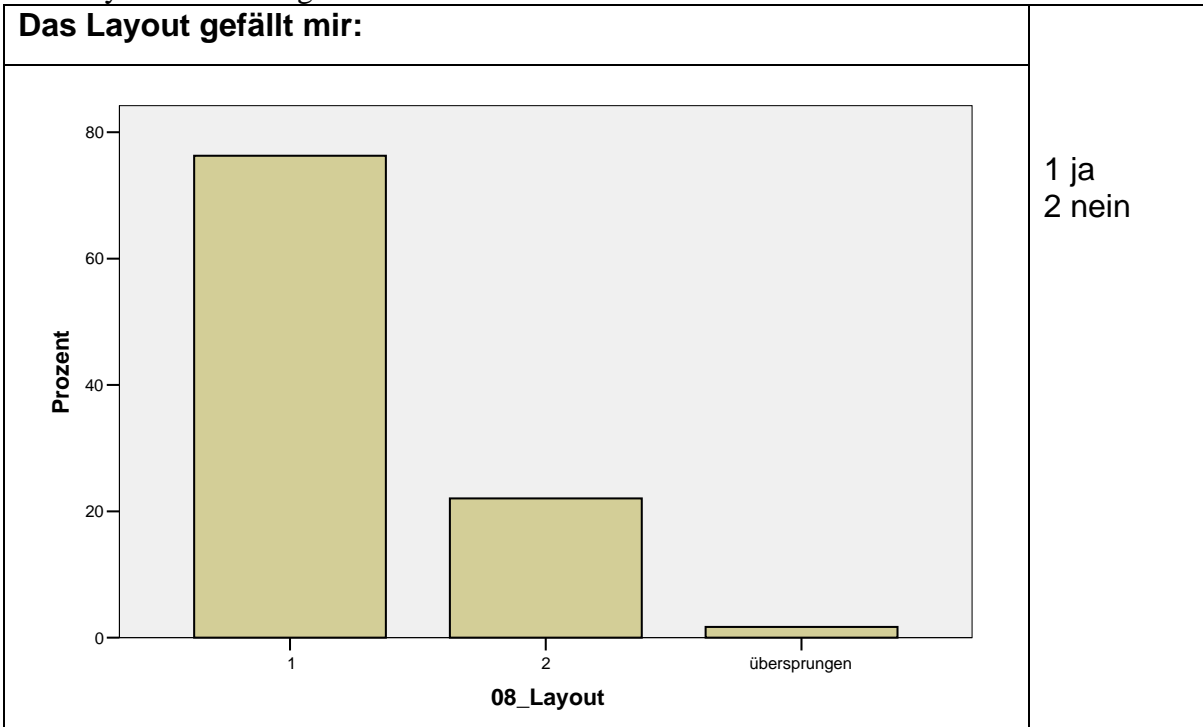
Zur Wissensüberprüfung und Leistungsmessung

Im didaktischen Kommentar gibt es Hinweise zur Leistungsbeurteilung. Selbstkontrolle ist im Lernpfad vorhanden, Wissensüberprüfung rudimentär.

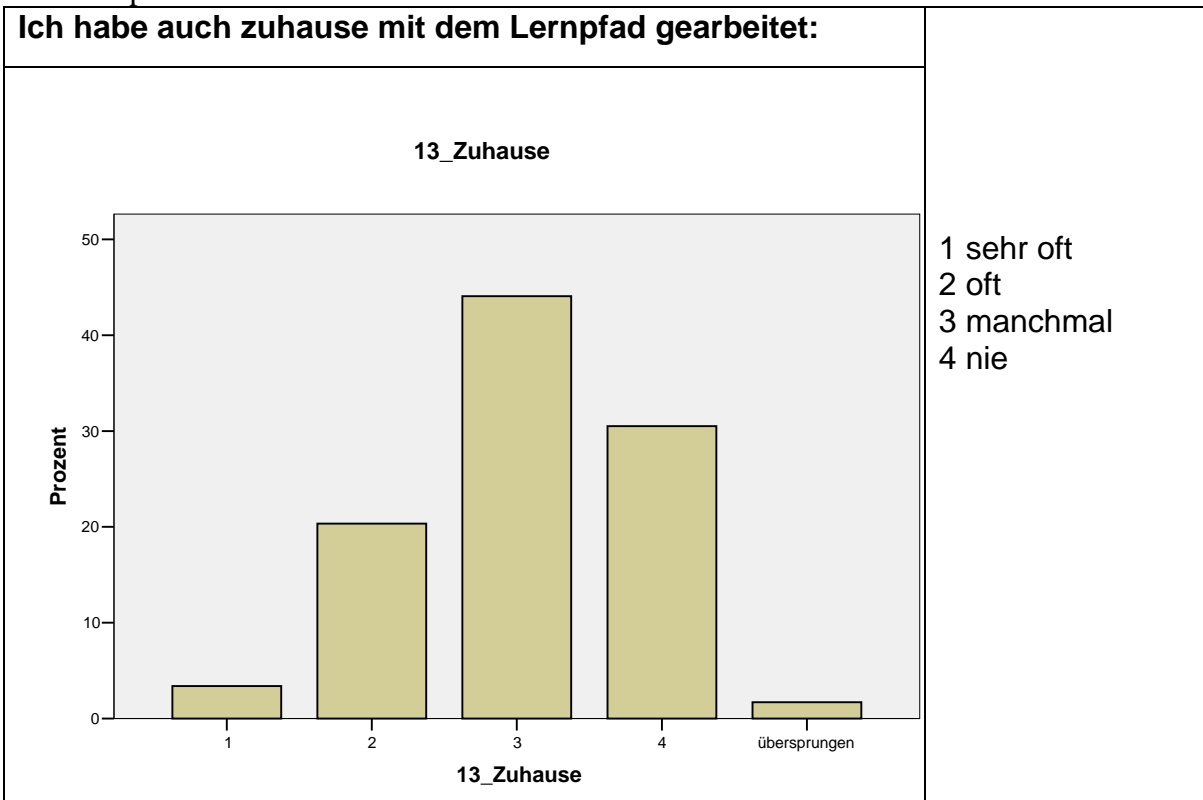
6. Äußere Evaluation / Feedback der Schüler/innen

59 Schülerinnen und Schüler aus 4 Klassen gaben Rückmeldung.

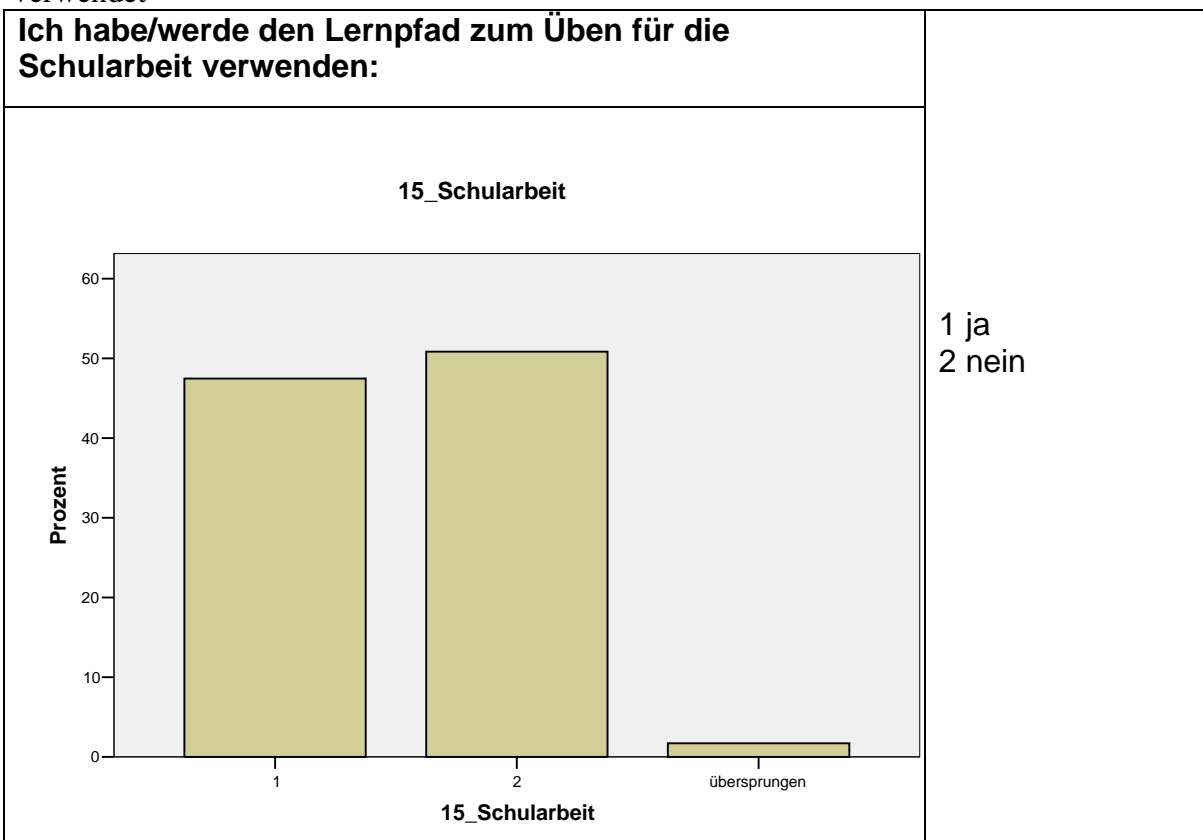
Das Layout wird sehr gut beurteilt.



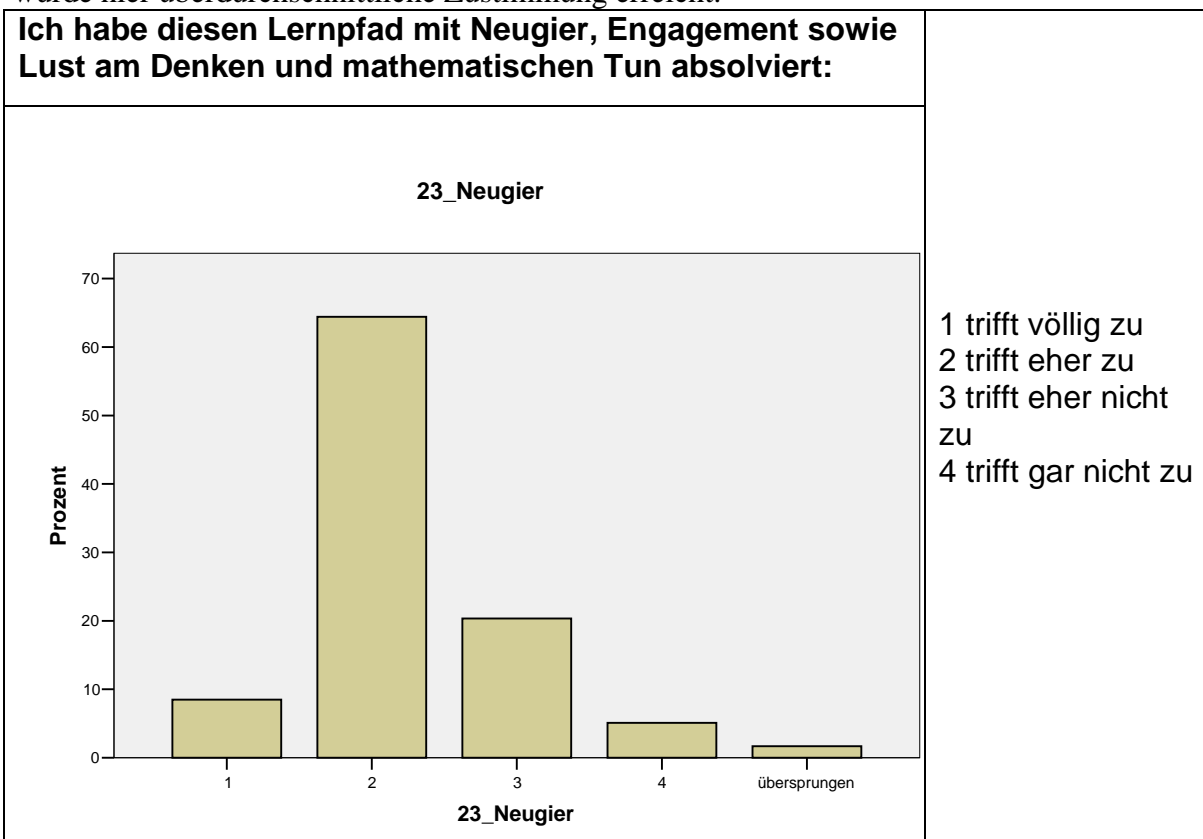
Der Lernpfad wurde öfter als im Durchschnitt auch bei der Arbeit zuhause verwendet



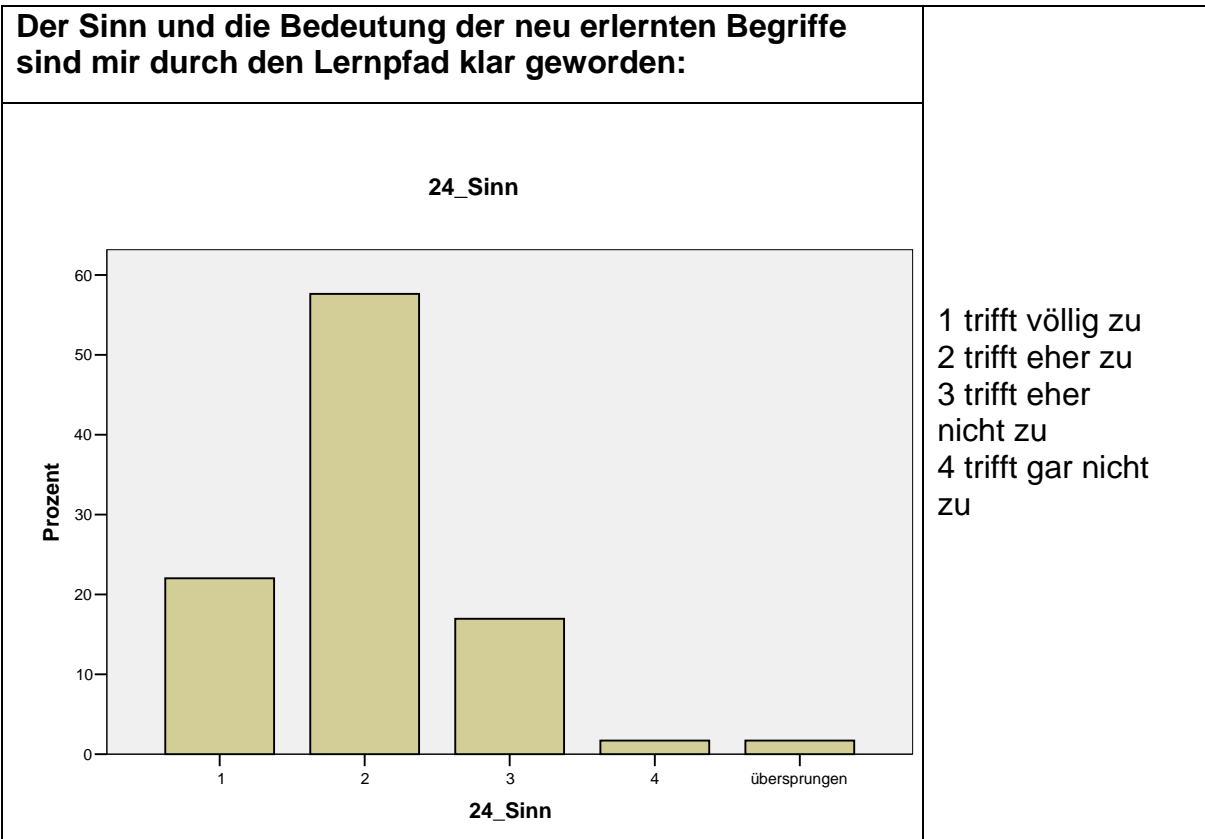
Dieser Lernpfad wurde überdurchschnittlich oft auch für die Vorbereitung für die Schularbeit verwendet



Die Schüler/innen begegneten dem Lernpfad mit großer Neugier! Vor allem in der Oberstufe wurde hier überdurchschnittliche Zustimmung erreicht.



Der Sinn und die Bedeutung der erarbeiteten Begriffe werden überdurchschnittlich oft verstanden.



Viele positive Rückmeldungen gab es zu den Applets (Wahrscheinlichkeitsbaum). Das Ziegenproblem faszinierte die Schülerinnen und Schüler.

Rückmeldungen zur offenen Frage „Interaktive Übungen“.

- *Ziegenproblem: selbst erfahren dass "switch" öfter gewinnt*
- *die interaktiven geogebra-übungsbeispiele für additionsregel und multiplikationsregel sind eine gute stütze.*
- *bei "Teste dein Wissen" konnte ich meine Überlegungen mit Hilfe der angegebenen Lösungen überprüfen und das gab mir Sicherheit*

Positives Feedback:

- *Animationen und bilder, durch die alles leichter verständlich war*
- *Neben den interaktiven Übungen auch das Historische, weil jenes erfrischend wenig mit dem sonst eher trockenen Stoff zu tun hatte. Die Möglichkeit den Lernpfad von neuem zu beginnen, wenn ich im Sumpf des Stoffes feststeckte.*
- *selbständiges arbeiten und die Hilfeleistung untereinander*

Unter den negativen Rückmeldungen gibt es keine wirklich aussagekräftigen.

7. Überblick über den Erstellungsprozess

In einem ersten Schritt wurde von Gabriele Jauck der Lernpfad in seinem Grundgerüst mit Links und interaktiven Übungen erstellt. Markus Hohenwarter lieferte die Baumdiagramme in GeoGebra mit der entsprechenden Java-Programmierung sowie die Einrichtung des Materials als Webseite. In einer zweiten Phase wurde der Lernpfad im Rahmen einer Lehrerfortbildung in Rankweil getestet, von Otto Wurnig sehr kritisch gelesen und mit vielen Verbesserungsvorschlägen versehen, von Gabriele Bleier und Markus Hohenwarter geändert, methodisch erweitert und um Begleitmaterialien ergänzt.

Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

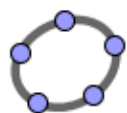
Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

TEIL 4

LERNPFAD DIFFERENTIALRECHNUNG

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

Lernpfad: Einführung in die Differentialrechnung

11. Schulstufe

Autoren/innen:

Lernpfad: Dr. Markus Hohenwarter, Mag. Gabriele Jauck

Lernspirale: Dr. Markus Hohenwarter, Mag. Evelyn Stepancik

1. Motivation – Warum wurde das Thema gewählt?

Die Differentialrechnung und ihre Anwendungen sind eines der zentralen Themen des Mathematikunterrichts der BHS und AHS Oberstufe. Neben Computeralgebra-Systeme (CAS) zur Darstellung von Funktionen und der symbolischen Berechnung von Ableitungen und Nullstellen bietet sich die dynamische Mathematiksoftware GeoGebra besonders zur experimentellen und erforschenden Einführung in dieses Thema an. In diesem Lernpfad verwenden wir daher GeoGebra vor allem bei der heuristischen Einführung des Tangenten- und Ableitungsbegriffs. Auf dem Weg dorthin lässt sich die mittlere Änderungsrate ausgezeichnet mit einer Tabellenkalkulation (z.B. Excel, Open Office Calc) untersuchen. Das CAS Derive kommt in diesem Lernpfad erst gegen Ende zum Einsatz, nachdem die Berechnung von Ableitungen mittels Grenzübergang bereits besprochen wurde.

In einem möglichen Folgeprojekt wäre eine Fortsetzung dieses Lernpfads mit Fokus auf Anwendungen der Differentialrechnung interessant, wobei der Medieneinsatz sich hier verstärkt in Richtung CAS verlagern würde.

2. Didaktischer Kommentar

Ihre Schülerinnen und Schüler können mit diesem Lernpfad die grundlegenden Begriffe und Zusammenhänge der Differentialrechnung entdecken. In zahlreichen Übungen mit verschiedenen Medien werden die Steigung einer linearen Funktion wiederholt, Anwendungsbeispiele zur mittleren Änderungsrate bearbeitet und die Hintergründe beim Übergang von der Sekante zur Tangente untersucht. Den Abschluss bilden Grenzwertberechnungen zum Differentialquotienten. Die Herstellung eines Bezugs zur Lebenswirklichkeit der Schülerinnen und Schüler steht bei den Beispielen im Vordergrund.

Kurzinformation	
Schulstufe	11. Schulstufe
Dauer	4 - 6 Stunden
Unterrichtsfächer	Mathematik
Verwendete Medien	Java-Applets, Dynamische Geometrie Software (DGS), Tabellenkalkulation
Technische Voraussetzungen	Java, Internet
Autoren	Markus Hohenwarter, Gabriele Jauck

Voraussetzungen

- Technische Voraussetzungen: Java (kostenlos von www.java.com), Internet, eventuell Tabellenkalkulation (z.B. OpenOffice Calc kostenlos von www.openoffice.org oder Microsoft Excel); eventuell: GeoGebra (kostenlos von www.geogebra.at).
Wichtig: Um alle Übungen dieses Lernpfades verwenden zu können, ist eine Verbindung zum Internet notwendig.
- Vorwissen der SchülerInnen: Funktionen, Steigung einer linearen Funktion. Bei den Übungen zur mittleren Änderungsrate können die SchülerInnen wahlweise eine Tabellenkalkulation verwenden, sofern sie Grundkenntnisse in deren Bedienung haben. Vorkenntnis zu GeoGebra sind wünschenswert, aber nicht unbedingt erforderlich (siehe Kurzanleitung bei der ersten Übung zur Sekante).

Lerninhalte und Lernziele

Lerninhalt	Lernziel
Momentanrichtung (Quiz als Einstieg)	Alltägliche Beispiele für die Momentanrichtung nennen können.
Lineare Funktionen (Wiederholung)	Die Gleichung des Graphen einer linearen Funktion angeben können. Den Graph einer linearen Funktion zeichnen können. Die Steigung einer linearen Funktion durch zwei Punkte berechnen können.
Mittlere Änderungsrate	Die mittlere Änderungsrate aus gegebenen Daten bestimmen können (Temperatur, Geschwindigkeit).
Differenzenquotient	Den Differenzenquotient einer Funktion in einem Intervall bestimmen können.
Sekante	Den Zusammenhang zwischen Differenzenquotient und Sekantensteigung kennen. Das Problem des Übergangs von der mittleren Änderungsrate zur momentanen Änderungsrate erkennen.
Differentialquotient	Den Differentialquotient als Grenzwert des Differenzenquotienten definieren können. Den Differentialquotient für ausgewählte Beispiele bestimmen können.
Tangente	Den Begriff der "Tangente an einen Funktionsgraphen" definieren können. Die Tangentensteigung näherungsweise berechnen können.
Ableitung	Die Ableitung als Steigungsfunktion beschreiben können. Die Ableitung für ausgewählte Beispiele bestimmen können. Zu einem Funktionsgraphen den Graph der Ableitung angeben können.

Didaktischer Hintergrund

Dieser Lernpfad versucht die Notwendigkeit der Differentialrechnung zu motivieren, wobei Beispiele und Übungen eine Verbindung zur Lebenswirklichkeit der SchülerInnen herstellen (Rollerskater in der Kurve, Änderung der Temperatur, Sprung über eine Skateboardrampe, usw.). Mit Hilfe der interaktiven Materialien können die SchülerInnen viele wichtige Zusammenhänge selbsttätig entdecken. Um den Lernertrag zu sichern gibt es zahlreiche Übungen, in denen sie das eben Gelernte aktiv anwenden können.

Einsatz im Unterricht

Bei den Materialien zu diesem Lernpfad finden Sie einen konkreten Vorschlag samt Ablaufplan zum Einsatz des Lernpfades im Unterricht (siehe *Lernspirale*). Selbstverständlich steht es Ihnen frei, diesen Vorschlag Ihren eigenen Bedürfnissen und Vorlieben anzupassen. Beim Einsatz dieses Lernpfades stehen Sie als Lehrperson Ihren SchülerInnen als Moderator mit Hilfestellungen zur Seite und organisieren den Ablauf (z.B. Wechsel der Sozialform, Gruppeneinteilung, ...).

Für den Einsatz des Lernpfades im Unterricht sind verschiedene Szenarien denkbar:

- Einzelarbeit an einem PC
- Partnerarbeit an einem PC
- Stationenbetrieb mit mehreren PCs, bei denen jede Station aus einem Teil des Lernpfades besteht

Es ist nicht notwendig, dass der Lernpfad in aufeinanderfolgenden Stunden bearbeitet wird. In der Regel wird dies von der Verfügbarkeit von Computern abhängen. Inhaltlich steht es Ihnen frei, bestimmte Teile aus dem Lernpfad auszuwählen, die Reihenfolge ihrer Behandlung im Unterricht zu verändern oder Ihre SchülerInnen nur bestimmte Übungen bearbeiten zu lassen. In diesem Lernpfad wechseln sich Arbeiten am Computer und im Heft ab. Daher sollte auf den Tischen neben den Computern genügend Platz zum Schreiben vorhanden sein. Wenn Sie möchten, können Sie Ergebnisdateien, die mit GeoGebra oder der Tabellenkalkulation erzeugt wurden, auch über eine Lernplattform abgeben lassen. Auf diese Art könnten Teile des Lernpfades auch als Hausübung gegeben werden.

Kombination der Medien

In dem vorliegenden Lernpfad wird versucht, durch den Einsatz von interaktiven Internetseiten, der Software GeoGebra und einer Tabellenkalkulation Ihren SchülerInnen ein erforschendes Lernen von Mathematik zu ermöglichen. Die neu gewonnenen Erkenntnisse sollen im Anschluss daran durch händisches Rechnen vertieft und gefestigt werden. Besonders wichtig für die Ergebnissicherung sind neben der Arbeit am Computer daher auch Diskussionen in Kleingruppen und mit der ganzen Klasse.

Lernmedien der SchülerInnen

Die SchülerInnen arbeiten mit diesem Lernpfad nicht nur am Computer. Sie sollen auch Definitionen und Ergebnisse von Übungen im Heft festhalten - auf diese Art kann ein Lerntagebuch zur Differentialrechnung entstehen.

Leistungsbeurteilung

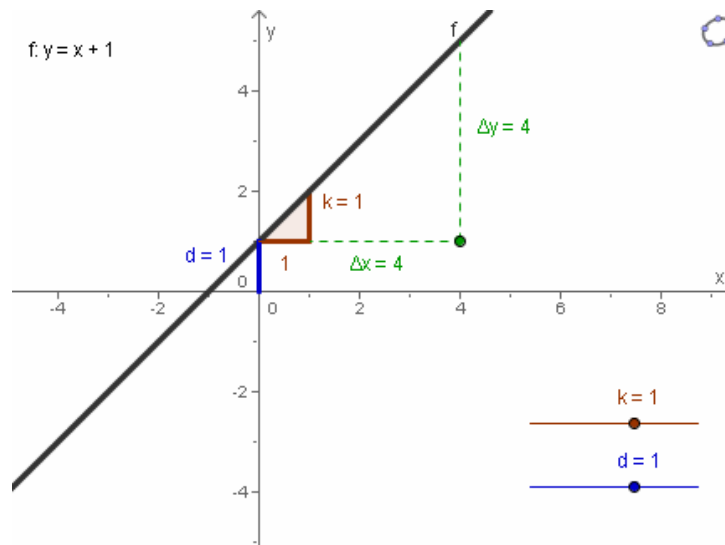
Die Ergebnisse der SchülerInnen sollten als Basis für Diskussionen und Zusammenfassungen in Gruppen oder der ganzen Klasse verwendet werden, wobei die Mitarbeit der einzelnen SchülerInnen bewertet werden kann. Weitere Möglichkeiten zur Leistungsbeurteilung sind das Absammeln der Hefte, entsprechende Schularbeitsbeispiele, Hausübungsbeispiele in einer Lernplattform oder auch eine schriftliche Überprüfung der Mitarbeit am Ende des Lernpfades.

Die Leistungsbeurteilung hängt natürlich sehr stark davon ab, wie Sie den Lernpfad im Unterricht einsetzen. So wird sich die Beurteilung prinzipiell beim Einsatz einer Lernplattform auf andere Kriterien stützen müssen als beim Einsatz des Lernpfades zur Wiederholung und Festigung eines schon großteils bekannten Lerninhalts.

3. Vorteile des Medieneinsatzes – exemplarische Beschreibung der Materialien

An Vorwissen anknüpfen

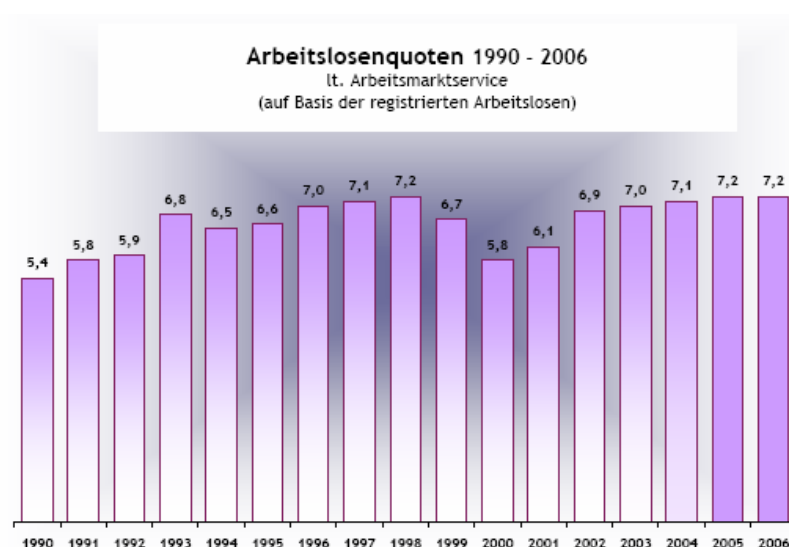
Am Beginn des Lernpfades wird der Steigungsbegriff wiederholt. Dabei stehen mehrere interaktive Übungen zur Verfügung, unter anderem eine dynamische GeoGebra Konstruktion, in der mittels Schieberegler die Steigung k und der Abszissenabstand d einer Geraden interaktiv untersucht werden können. Auf experimentelle Art und Weise kann so die Bedeutung dieser Parameter für die Lage der Geraden untersucht werden. Insbesondere lassen sich so auch sehr gut Spezialfälle wie $k = 0$ oder $d = 0$ betrachten.



Bezug zur Lebenswirklichkeit

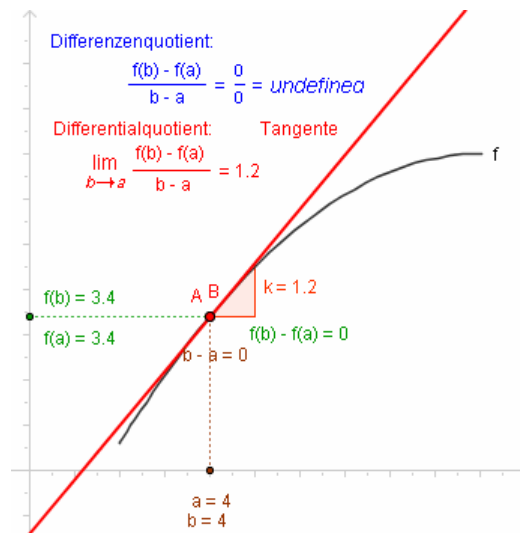
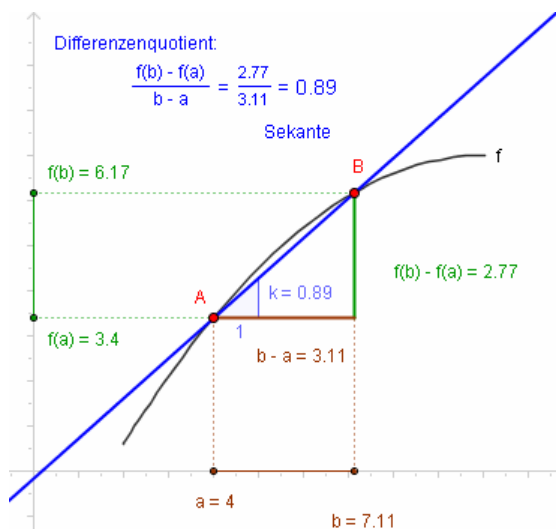
Als Vorstufe des Differenzenquotienten wird die mittlere Änderungsrate von mehreren Beispielen mit Hilfe einer Tabellenkalkulation untersucht. Der Medieneinsatz bietet die Möglichkeit, auch größere Datenmengen zeitsparend zu untersuchen und auf aktuelle Daten aus dem Internet zurückzugreifen.

So stehen etwa die aktuellen Arbeitslosenquoten von 1990 bis 2006 auf der Homepage der Österreichischen Wirtschaftskammer zum Download bereit.



Visualisierung von Grenzprozessen

Der Grenzübergang vom Differenzen- zum Differentialquotienten ist das zentrale Element der Differentialrechnung. Mit Hilfe einer dynamischen GeoGebra-Konstruktion kann dieser Grenzprozess interaktiv erlebt werden, indem der Punkt B mit der Maus immer näher zum Punkt A gezogen und so aus der Sekante eine Tangente wird (siehe Abbildungen).



Individuelles Lerntempo

Lernen ist ein individueller Prozess, bei dem Wissen durch die Einbettung neuer Information in bestehende Wissensstrukturen konstruiert wird. Dieses Erarbeiten vorgegebener Informationen geht natürlich individuell verschieden und auch mit unterschiedlichem Tempo vor sich. Interaktive Lernmaterialien am Computer geben jedem Lernenden die Möglichkeit, sein eigenes Tempo zu wählen, und helfen auch dabei, die Übersicht zu bewahren. Beispielsweise können prototypische Übungsaufgaben an einem vorgerechneten Beispiel erlernt werden, wobei zunächst nur die Angabe sichtbar ist. Erst nach Klicken auf einen Pfeil wird der Lernende zum nächsten Schritt dieser Aufgabe geführt, sodass kleinere Informationseinheiten nach und nach im selbstgewählten Tempo abgearbeitet werden können.

Im folgenden Beispiel sind die ersten Schritte zur Berechnung des Differentialquotienten $f'(1)$ für die Funktion $f(x) = 2x^2$ zu sehen. Durch Klicken auf den blauen Pfeil rechts unten wird der Lernende jeweils zum nächsten Schritt geführt.

Laut Definition ist der Differentialquotient: $f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$

in f einsetzen: $f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(1+h)^2 - 2 \cdot 1^2}{h}$

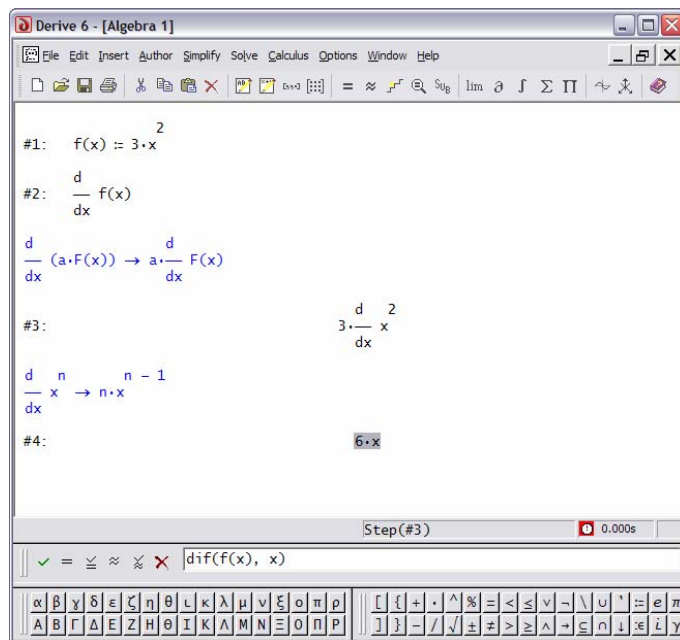
Klammer quadrieren: $f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(1+2h+h^2) - 2}{h}$

Klammer ausmultiplizieren: $f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2+4h+2h^2-2}{h}$



Ableitungsregeln

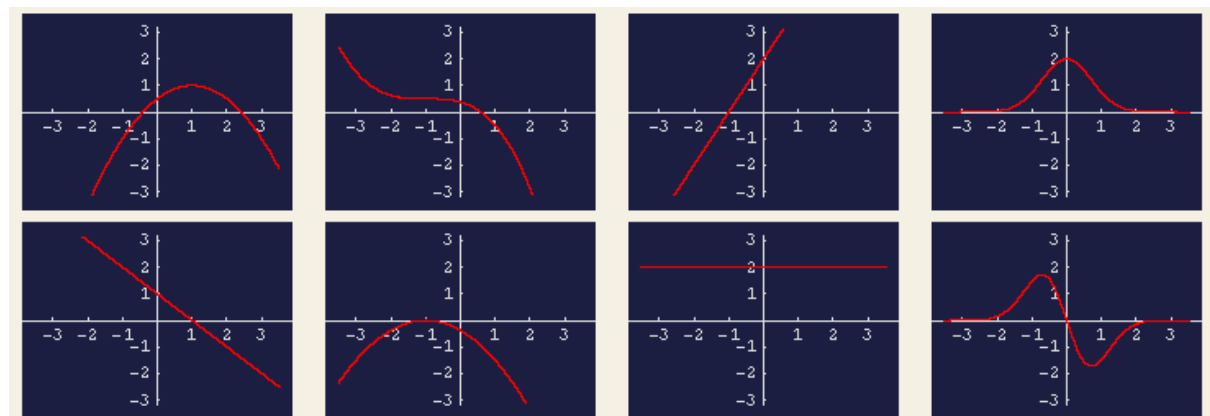
Mit dem Computeralgebrasystem Derive können (ab Version 6) auch die verwendeten Ableitungsregeln schrittweise angezeigt werden. Dies ermöglicht eine neue didaktische Herangehensweise: es geht nicht mehr allein um die Anwendung der richtigen Regel, sondern vielmehr um die Erklärung der verwendeten allgemeinen Regeln.



Innere Differenzierung durch Interaktive Übungen

Ein großer Vorteil von elektronischen Lernmaterialien ist die Möglichkeit, eine große Anzahl von interaktiven Übungsaufgaben zur Verfügung zu stellen. Dadurch wird innere Differenzierung sehr einfach möglich: bessere SchülerInnen lösen in einer vorgegebenen Zeit einfach mehr Aufgaben als schwächere – und da die Übungen im Internet zur Verfügung stehen, können sie auch als Hausübung verwendet werden.

Das große Ableitungspuzzle von Mathe-Online ist eine Zuordnungsübung, die aus einem Pool von Funktionen zufällig jeweils fünf Bilder mit Funktionsgraphen und mit Ableitungsgraphen präsentiert. Die entsprechenden Funktions-Ableitungs-Paare müssen dann durch Ziehen mit der Maus zugeordnet werden. Durch Klicken auf den „Auswerten“ Button erhalten die Lernenden Rückmeldung über die Richtigkeit ihrer Zuordnung. Mit „Neu laden“ können sie fünf neue Funktionsgraphen untersuchen.



4. Drehbuch – Methodisch-didaktische Anleitungen

Im Folgenden ist eine Lernspirale (nach Klippert) für Lehrer/innen als eine mögliche Umsetzung dieses Lernpfads zu finden.

Lernspirale zum Thema „Einführung in die Differentialrechnung“ Von Markus Hohenwarter und Evelyn Stepancik

Themenbereich/Inhalte:	
Einführung in die Differentialrechnung	
Fachliche	
Voraussetzungen:	Ziele:
<ul style="list-style-type: none"> • Steigung einer Geraden • Lineare Funktionen • Funktionsgraphen interpretieren können • Grenzwert • Termumformungen • Sicherer Umgang mit Polynomfunktionen 	<ul style="list-style-type: none"> • Alltägliche Beispiele für die Momentanrichtung nennen können. • Wiederholung: Die Gleichung des Graphen einer linearen Funktion angeben können. Den Graph einer linearen Funktion zeichnen können. Die Steigung einer linearen Funktion durch zwei Punkte berechnen können. • Die mittlere Änderungsrate aus gegebenen Daten bestimmen können (z.B. Temperatur) • Den Differenzenquotient einer Funktion in einem Intervall bestimmen können. • Den Zusammenhang zwischen Differenzenquotient und Sekantensteigung kennen. • Das Problem des Übergangs von der mittleren Änderungsrate zur momentanen Änderungsrate erkennen. • Den Differentialquotient als Grenzwert des Differenzenquotienten definieren können. Den Differentialquotient für ausgewählte Beispiele bestimmen können. • Den Begriff der "Tangente an einen Funktionsgraphen" definieren können. Die Tangentensteigung näherungsweise berechnen können. • Die Ableitung als Steigungsfunktion beschreiben können. • Die Ableitung für ausgewählte Beispiele bestimmen können. • Zu einem Funktionsgraphen den Graph der Ableitung angeben können.

Methodische	
Voraussetzungen:	Ziele:
<ul style="list-style-type: none"> • Informationen selbstständig schriftlich festhalten können • mit Partner und in Gruppe arbeiten können • Methoden zur Partner- und Gruppenfindung kennen • Ergebnisse präsentieren können 	<ul style="list-style-type: none"> • mathematische Inhalte selbstständig erarbeiten können • über mathematische Inhalte sprechen können • wichtige Informationen filtern und schriftlich festhalten können • Eigenverantwortung beim Lernprozess stärken • elektronische Lernhilfen sinnvoll nutzen können

Technische	
Voraussetzungen:	Ziele:
<ul style="list-style-type: none"> • PC mit Internetzugang oder PC mit dem installiertem Lernpfad Einführung in die Differentialrechnung • Internetzugang, damit alle Übungen des Lernpfades verwendbar sind • Beamer • Dateien öffnen, schließen und speichern können • auf einer Webseite navigieren können • von Vorteil: Grundfertigkeiten im Umgang mit GeoGebra 	<ul style="list-style-type: none"> • Funktionen samt Sekanten mit GeoGebra zeichnen können • Ableitungen mit GeoGebra oder Derive berechnen können • Interaktive Konstruktionen zur Visualisierung von Zusammenhängen und Eigenschaften nutzen können • technische Anleitungen (Eingabeanweisungen) selbstständig nutzen können

Makrospirale zur Einführung der Differentialrechnung

Arbeitsinseln mit grau hinterlegter Nummer sind ausgearbeitet.

Vorwissen /Voreinstellungen aktivieren

A 00	Einführung: Quiz zum Einstieg (Hammerwerfen, Inline - Parcours)
A 01	Wiederholung: Lineare Funktionen

Neue Kenntnisse/ Verfahrensweisen erarbeiten

A 02	Mittlere Änderungsrate, Differenzenquotient
A 03	Sekante, Tangentenbegriff
A 04	Differentialquotient, Tangente
A 05	Ableitung

Komplexere Anwendungs-/Transferaufgaben

A 06	Ableitung einer gebrochen-rationalen Funktion (Ableitung, Übungen 2 und 3) Ausblick: Hoch- und Tiefpunkt einer Funktion (Extremwertaufgaben) Ableitungsregeln
------	---

Arbeitsmittel für alle Arbeitsinseln sind PC und der Lernpfad Einführung in die Differentialrechnung sowie Heft für Mitschriften.

Mikrospirale A0: Voreinstellungen aktivieren

Schritt	Lernaktivitäten der SchülerInnen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
1	Quiz zum Einstieg, Übung 1: Die beiden Rätsel zum Einstieg werden in Einzelarbeit durchgearbeitet und die Ergebnisse werden im Heft festgehalten.	EA	6'	
2	Übung 2: Die Schüler/innen überlegen eigene Beispiele und notieren diese im Heft.	EA	7'	
3	Zu zweit werden die Ergebnisse der Übung 2 diskutiert.	PA	5'	

Mikrospirale A1: Wiederholung linearer Funktionen

Schritt	Lernaktivitäten der SchülerInnen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
1	Wiederholung linearer Funktionen: Die Übungsbeispiele 1 und 2 werden in Partnerarbeit durchgearbeitet und die Ergebnisse im Heft notiert.	PA	10'	
2	Wettbewerb: Übung 3 in Partnerarbeit. Zeitlimit von der Lehrperson vorgegeben. Highscore im Heft notieren.	PA	10'	
3	Wettbewerb: Übung 4 in Partnerarbeit. Zeitlimit von der Lehrperson vorgegeben. Highscore im Heft notieren.	PA	8'	
4	Die Highscore Punkte der Paare und die Fehlerarten werden im Plenum verglichen.	Plenum	4'	
5	Als Hausübung kann die Übung 5 <i>Quiz zu linearen Funktionen</i> gegeben werden. Die Schüler/innen notieren die benötigte Zeit und den erreichten Punktestand.			

Mikrospirale A2: Mittlere Änderungsrate, Differenzenquotient

Beginn der 2. Unterrichtseinheit				
1	Expertenrunde: Die Schüler/innen bilden Dreiergruppen. Jede Gruppe bearbeitet eines der drei Beispiele zur mittleren Änderungsrate.	GA	10'	
2	Mixrunde: Die Gruppen werden neu gebildet, sodass in jeder Gruppe ein Experte für jedes Beispiel sitzt. Die verschiedenen Beispiele werden erklärt und auf Gemeinsamkeiten untersucht.	GA	15'	
3	Internet-Recherche mit Wikipedia: Neue Begriffe zur Differentialrechnung werden im Heft notiert.	EA	10'	
4	Brainstorming: die gefundenen Begriffe werden mit Hilfe der Lehrperson strukturiert.	Plenum	5'	
5	Die Definition und Ergebnisse werden im Heft notiert.	EA	5'	
6	Übung zum Differenzenquotienten: , Ergebnisse werden im Heft notiert (eventuell als Hausübung fertig machen).	EA	10'	

Mikrospirale A3: Sekante, Tangentenbegriff

Beginn der 3. Unterrichtseinheit				
1	Ein Schüler / eine Schülerin präsentiert die Ergebnisse der Übung zum Differenzenquotient.	Plenum	5'	Beamer
2	Informationssuche mit Bewegung zum Begriff Sekanten und Kurvensekante. Pro ausgehängter Information eine Gruppe. Hinweis: Die Arbeitsblätter der Schüler/innen müssen stets verdeckt hingelegt werden.	EA	7'	Definition „Sekante, Kurvensekante“ 2x aufhängen (S. 11) Lückentext (S. 10) kopieren.
3	Übung zur Sekante: die Schüler/innen lernen GeoGebra anhand der Kurzanleitung kennen und bearbeiten die Aufgabenstellung zum Thema <i>Sekante</i> .	PA	20'	
4	Übung: <i>Sprung über Rampe</i> wird mit Hilfe von GeoGebra bearbeitet. Die Datei wird gespeichert und ausgedruckt, die Ergebnisse werden im Heft notiert.	PA	10'	
5	Ein Paar wird per Zufall gelost und stellt ihr Ergebnis der Übung vor.	Plenum	5'	Beamer
Beginn der 4. Unterrichtseinheit				
6	Übung: <i>Bogen von St. Louis</i> wird mit Hilfe von GeoGebra bearbeitet. Die Datei wird gespeichert und ausgedruckt, die Ergebnisse werden im Heft notiert.	PA	15'	
7	Ein Paar wird per Zufall gelost und stellt ihr Ergebnis der Übung vor.	Plenum	3'	Beamer
8	Tangentenbegriff: Jeder Partner bearbeitet eines der beiden Beispiele (Tangente eines Kreises / Tangente eines Funktionsgraphen). Anschließend besprechen sie ihre Ergebnisse.	EA / PA	7'	
9	Allenfalls: Die Lehrperson erklärt die Probleme bei der Definition einer Tangente anhand der Seite im Lernpfad.	Plenum	5'	Beamer

Mikrospirale A4: Differentialquotient, Tangente

Aktivierung des Begriffs „Grenzwert“.

Schritt	Lernaktivitäten der SchülerInnen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
1	Die Lernschritte Differentialquotient und Tangente werden in Einzelarbeit durchgeführt, dabei erarbeiten die Schüler/innen die Definitionen und Schreibweisen. Die Ergebnisse werden im Heft notiert.	EA	10'	
2	In Vierergruppen werden die Definition des Differentialquotienten wiederholt und eine Stafettenpräsentation in jeder Gruppe vorbereitet. Dazu fertigen die Schüler/innen Kärtchen mit Stichwörtern (+ Skizzen) an. Eine Gruppe wird per Los gewählt und beginnt mit der Präsentation, wobei sich die Schüler/innen im Halbkreis um eine Pinwand aufstellen, an der die Kärtchen dann befestigt werden. Abschließend wird von der Lehrperson die Stafettenpräsentation ergänzt oder kommentiert.	GA	15'	Eventuell die beiden Schreibweisen zum Differenz- und Differentialquotient ausdrucken und mehrmals kopieren.
Beginn der 5. Unterrichtseinheit				
3	Differentialquotient: Übung 1a in Einzelarbeit durcharbeiten und alle wichtigen Erkenntnisse im Heft festhalten.	EA	10'	
4	Differentialquotient: Übung 1a die Teilschritte abwechselnd einander gegenseitig erklären und anschließend Übung 1b in Partnerarbeit absolvieren.	PA	15'	
5	Differentialquotient: Ergebnisse der Übung 1b mit einem anderen Paar vergleichen.	GA	5'	
4	Differentialquotient: Übung 1c anhand der Seite im Lernpfad durchführen und alle Lösungsschritte mit ihren Begründungen im Heft festhalten.	EA	7'	
5	Differentialquotient: Übung 1d in Partnerarbeit im Heft erarbeiten. Ergebnis mit einem anderen Paar vergleichen.	PA	10'	

6	Differentialquotient: Übung 2 in der Unterrichtsstunde beginnen und als Hausübung fertig machen.	EA	10'	
7	Hausübung in Partnerarbeit vergleichen – eventuell kurze Präsentation	PA	5'	

Mikrospirale A5: Ableitung

Beginn der 6. Unterrichtseinheit				
Schritt	Lernaktivitäten der SchülerInnen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
1	Ableitung: Definition in Einzelarbeit durcharbeiten und im Heft notieren.	EA	5'	
2	Ableitung: Übung 1a in Partnerarbeit. Arbeitsteilung bei 1b (positiv / negativ). Diskussion über den Fall „Steigung = 0“ und 1c.	PA	10'	
3	Lernplakate werden von 6 Gruppen zu den Themen Mittlere Änderungsrate, Differenzenquotient, Sekante, Tangente, Differentialquotient, Ableitung gestaltet.	GA	15'	
4	Museumsrundgang: Die Gruppen mischen sich (ein Experte zu jedem Plakat in jeder Gruppe) und wandern von einem Plakat zum nächsten. Der jeweilige Experte erklärt das Plakat.	GA	20'	
	Hausübung: Ableitungspuzzle, eventuell auch die Übungen 2a/b und 3 zur Ableitung			

Lückentext: Sekante – Kurvensekante

aus Wikipedia, der freien Enzyklopädie

Das Wort _____ (von lat. secare = schneiden) bezeichnet in der ebenen Geometrie und in der Analysis eine Gerade durch _____ einer _____.

Kurvensekante

Allgemeiner nennt man auch eine Gerade, die durch (mindestens) zwei verschiedene Punkte einer _____, z.B. eines _____ geht, eine Sekante.

Sekantensteigung: Die _____ der Sekante durch zwei verschiedene Punkte (_____) und (_____) des Graphen der Funktion f ist gegeben durch

_____.

Dieser Rechenausdruck wird auch als _____ bezeichnet. Er spielt eine wichtige Rolle bei der Definition der _____ in der Differentialrechnung.

Sekante – Kurvenssekante

aus Wikipedia, der freien Enzyklopädie

Das Wort **Sekante** (von lat. *secare* = schneiden) bezeichnet in der ebenen Geometrie und in der Analysis eine Gerade durch zwei verschiedene Punkte einer Kurve.

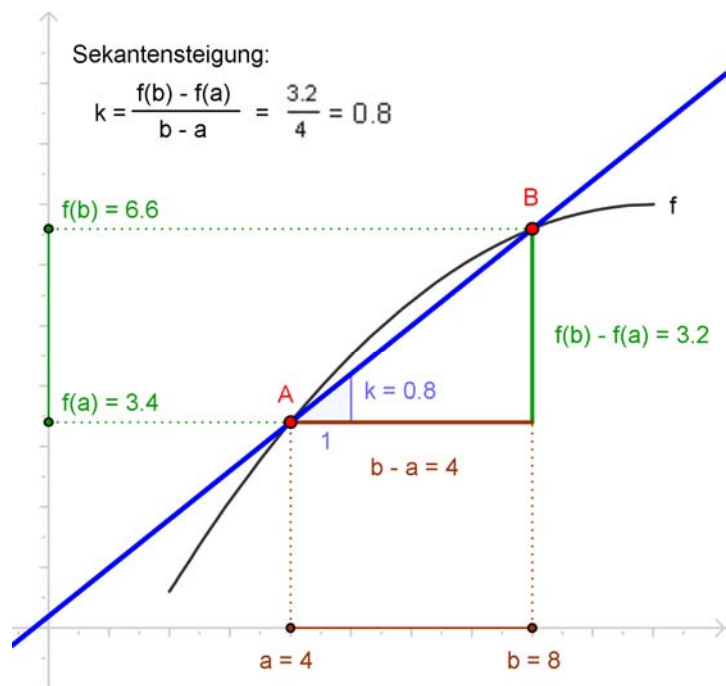
Kurvensekante

Allgemeiner nennt man auch eine Gerade, die durch (mindestens) zwei verschiedene Punkte einer Kurve, z.B. eines Funktionsgraphen geht, eine Sekante.

Sekantensteigung:

Die Steigung der Sekante durch zwei verschiedene Punkte $(a \mid f(a))$ und $(b \mid f(b))$ des Graphen der Funktion f ist gegeben durch

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$



Dieser Rechenausdruck wird auch als Differenzenquotient bezeichnet. Er spielt eine wichtige Rolle bei der Definition der Ableitung in der Differentialrechnung.

5. Ergebnisse der internen Evaluation

Bei der internen Evaluation dieses Lernpfades wurden vor allem folgende fachdidaktische Verbesserungsmöglichkeiten angeregt:

- Eine historische Betrachtung des Ableitungsbegriffs wäre interessant. Diese könnte etwa als freiwillige Zusatzübung eingebaut werden.
- Der Limes-Begriff sollte stärker betont werden.
- Bei Differenzen- und Differentialquotient sollte auch die Möglichkeit der Berechnung mit Hilfe eines CAS angeführt werden.

Grundsätzlich erscheint der etwas negative Grundtenor der Schüler/innen-Rückmeldungen für die Evaluator/innen überraschend, sehen sie den Lernpfad doch im Großen und Ganzen sehr positiv. Allerdings sollte mehr Rücksicht darauf genommen werden, dass Schüler/innen mehr Möglichkeiten geboten werden, in verschiedenen Sozialformen den Lernpfad zu bearbeiten und nicht nur in Einzelarbeit. Einzelne Mikrospiralen könnten noch verbessert bzw. ergänzt werden (z.B. Infosuche mit Bewegung).

Da im Lernpfad Phasen der Festigung und Übung fehlen, sollte diese von unterrichtenden Lehrer/innen individuell ergänzt werden. Ein Hinweis dazu fehlt im didaktischen Kommentar (und wird noch ergänzt).

Externe Links sollten dem Benutzer transparenter gemacht werden. Als zusätzliches Wahlangebot wird eine Verlinkung zu Internetseiten, die den historischen Werdegang der Differentialrechnung thematisieren, vorgeschlagen. Anregungen zur stärkeren Betonung des Limes-Begriffs (vor allem in Verbindung mit einem CAS), zur Einbindung des Steigungswinkels der Tangente über $\tan \alpha = k$ und zur genaueren Erklärung und Einbindung von Δx werden eingebracht.

Ein durchgehendes Beispiel, das in allen Stufen der Begriffsbildung (mittlere Änderungsrate, Differenzenquotient, Differentialquotient, Ableitungsfunktion) herangezogen werden kann, wäre wünschenswert.

6. Äußere Evaluation

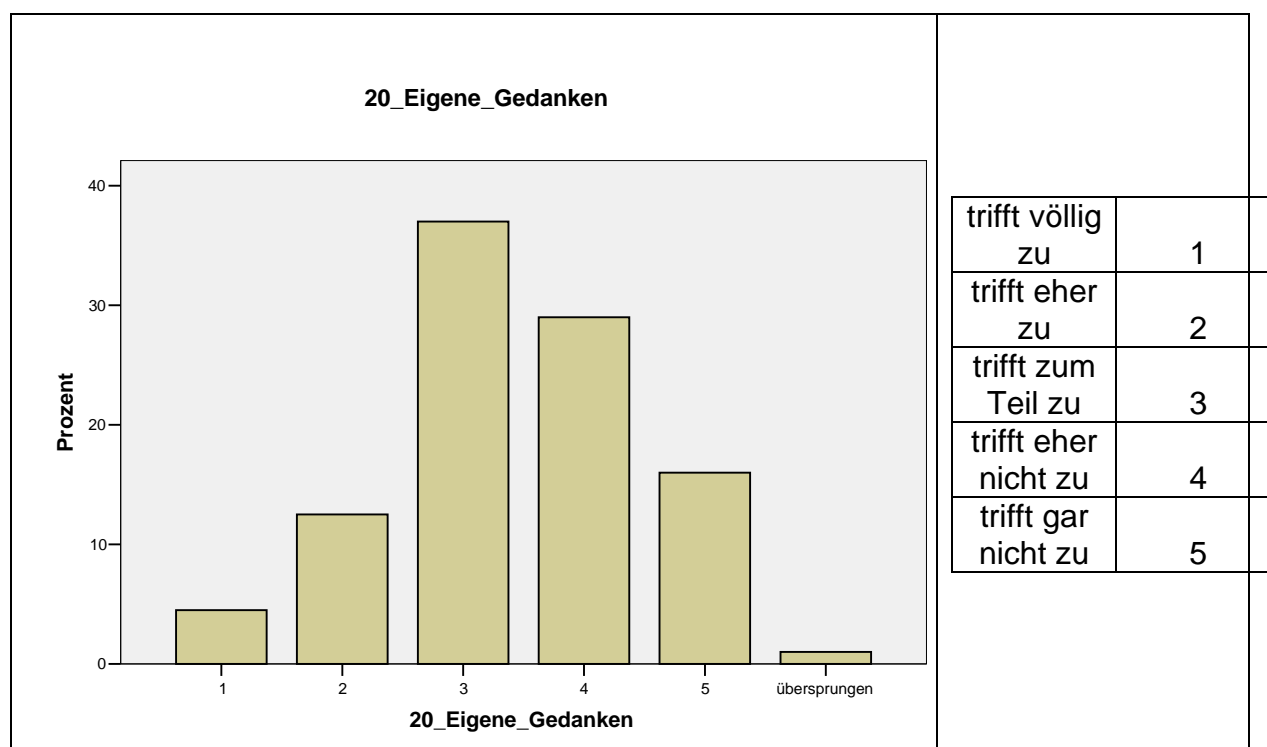
Schüler/innen-Feedback

An der Umfrage haben 201 Schüler/innen aus 13 Testklassen teilgenommen, davon drei Klassen aus eLSA-Schulen und eine Klasse aus einer eLC-Schule.

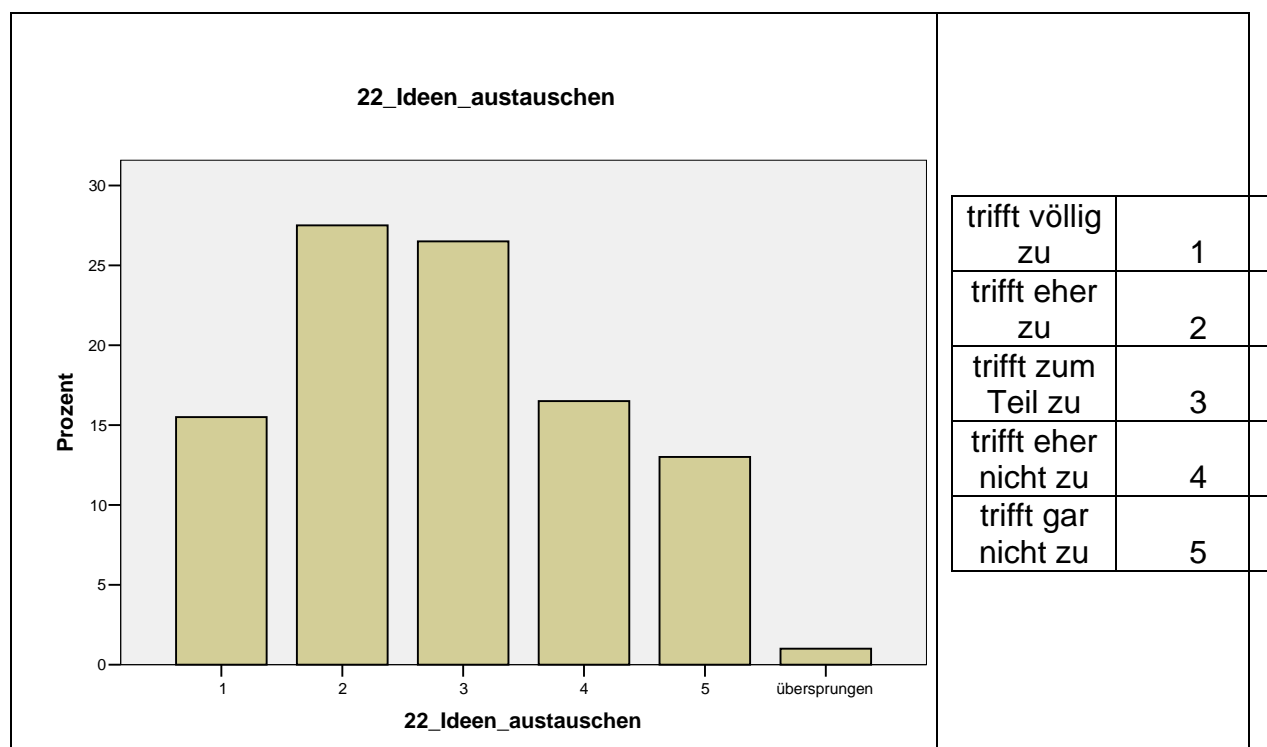
Auffällig ist beim Vergleich der Ergebnisse mit den Ergebnissen aller Lernpfade, dass bei sehr vielen Fragen die Rückmeldungen zu diesem Lernpfad schlechter ausgefallen sind.

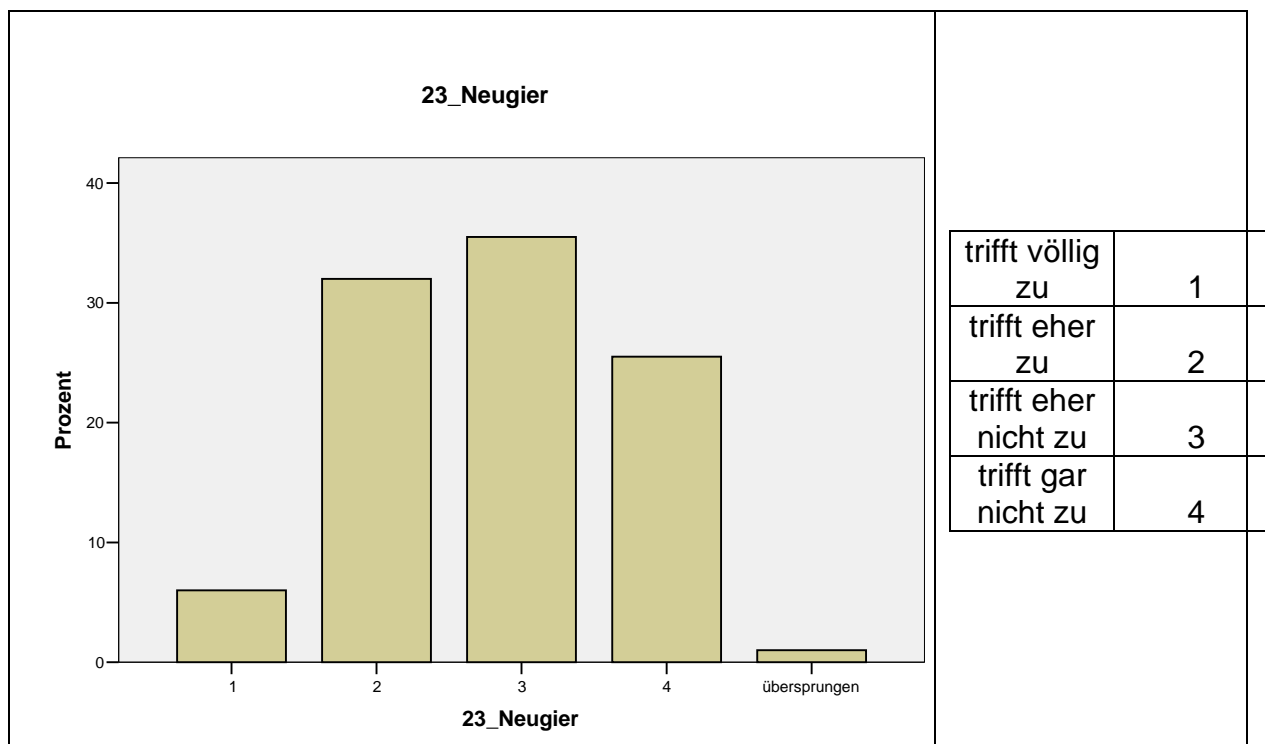
Bei der Frage „Ich möchte wieder mit einem Lernpfad arbeiten“ antworteten deutlich weniger Schüler/innen mit „Ja“ (weniger als 50% im Vergleich zum Durchschnitt aller Lernpfade von ca. 70%).

Die Frage nach Berücksichtigung der eigenen Gedanken wurde ebenfalls mit 15 % für die beiden positiven Kategorien deutlich schlechter beantwortet im Vergleich zu 35% des Durchschnittswerts:



Dieser Trend setzt sich fort bei der Frage nach dem Austausch von Ideen und Argumenten mit Mitschülern/innen (Antwort „trifft völlig zu:“ 15% gegenüber 25% im Durchschnitt) und bei der Frage nach Neugier und Lust am mathematischen Tun (35% positive Antworten im Vergleich zu 55% im Durchschnitt):





Zu überlegen wäre, ob den Schüler/innen genug Freiraum für das Erproben, Experimentieren und für den Austausch der Gedanken eingeräumt wurde.

Auch im fachlich-inhaltlichen Bereich scheinen die Schüler/innen nach eigener Einschätzung den Sinn und die Bedeutung der neuen Begriffe nicht in dem Ausmaß erfasst zu haben, wie es dem Mittelwert der übrigen Lernpfade entspricht.

Da der Lernpfad eher auf Einzelarbeit aufgebaut ist (außer beim Einsatz der Lernspirale), fällt die Antwort auf die Frage nach gemeinsamen Lernaktivitäten schlechter aus. Die allgemeine Zufriedenheit mit dem Lernpfad ist ebenfalls eher etwas geringer ausgefallen.

Aus vielen Rückmeldungen ist zu vermuten, dass bei einigen Testklassen durch technische Probleme die Java-Applets möglicherweise nur sehr langsam oder gar nicht funktioniert haben, was eventuell eine Erklärung für manche Unverständlichkeiten sein könnte. Gleichzeitig werden die interaktiven Applets als Bereicherung empfunden und als gute Möglichkeit der Visualisierung sehr positiv erwähnt.

Einige interessante Zitate aus den offenen Fragen:

Positive Rückmeldungen:

- „Allgemein: es hilft, wenn man sieht, was sich verändert, wenn man etwas bestimmtes verändert.“
- „Wenn man Punkt B zu A verschiebt, erkennt man, dass die Sekante zur Steigung der Tangente wird. Bei einer Zeichnung alleine konnte ich es mir nicht vorstellen, wie es dann aussehen würde.“
- „Es wurde gezeigt, dass Mathematik nicht immer eintönig sein muss. Am Computer zu arbeiten ist sehr abwechslungsreich und bietet uns die Möglichkeit selber etwas zu erarbeiten.“

Negative Rückmeldungen:

- *„Bei Fragen kann der Lernpfad überhaupt nicht helfen! Der Lernpfad kann keinen Lehrer ersetzen!!!“*
- *„dass keine ausdrucksbaren Materialien vorhanden waren“*

Lehrer/innen-Feedback

Im Gesamtvergleich fällt sofort auf, dass sich der negative Grundtenor des Schüler/innen-Feedbacks bei den Lehrer/innen nicht zeigt. Die meisten Antworten liegen nahe am Durchschnitt aller Lernpfade, lediglich die Frage nach dem Angebot an individuellen Lösungswegen wird deutlich schlechter bewertet (6 von 13 Lehrer/innen antworteten mit „trifft teilweise zu“ oder „trifft eher nicht zu“. Dies deckt sich mit der negativen Rückmeldung der Schüler/innen, dass wenig eigene Gedanken eingebracht werden konnten (siehe oben).

Bei der Frage nach den Vorerfahrungen tauchten zwei Abweichungen zur Gesamtstatistik auf: Die Vorerfahrungen bezüglich Lernspiralen sind weniger (10 von 13 antworteten mit „selten“ oder „nie“), dafür ist der Einsatz von Lernplattformen etwas höher (10 von 13 antworteten mit „regelmäßig“ oder „selten“); letzteres könnte damit zusammenhängen, dass drei eLSA-Schulen und eine eLC-Schule beteiligt waren.

Die Anzahl der Unterrichtseinheiten konnte bei mehr als der Hälfte nicht eingehalten werden.. Die methodischen Anweisungen wurden nur größtenteils oder teilweise befolgt.

Ausgewählte Zitate aus den offenen Fragen:

- *„Hervorragende und sehr anschauliche Einführung in die Differentialrechnung!“*
- *„Das Unterrichten war manchmal anstrengender, weil völlig andere Fragen auftauchten als im Normalunterricht.“*

7. Überblick über den Erstellungsprozess

Dieser Lernpfad entstand auf Grundlage von Unterrichtserfahrungen von Gabriele Jauck in einer Notebook-Klasse der 11. Schulstufe am BG Zell am See. Diese Materialien umfassten Aufgaben mit GeoGebra, Derive und Excel. Zunächst wollten wir einen Lernpfad mit Einführung und Anwendungscharakter zur Differentialrechnung schreiben. Bald wurde jedoch klar, dass der geforderte Stundenumfang von 4-6 Stunden dieses Vorhaben nicht zuließ. Wir entschieden uns daher für einen Einführungslernpfad mit der Option, diesen möglicherweise später mit einem Anwendungslernpfad fortzusetzen.

Zur Medienkombination: GeoGebra ist einfach zu bedienen und bietet gute Visualisierungs- und Experimentiermöglichkeiten. Mit Derive können andererseits Grenzwerte und Ableitungen auch symbolisch berechnet werden. Zur Anknüpfung an das Vorwissen der Lernenden und die Übungsaufgaben am Ende haben wir Inhalte von Mathe-Prisma und Mathe-Online gewählt, um zu unterstreichen, dass es bereits zahlreiche gut aufbereitete interaktive Materialien im Internet gibt. Die Tabellenkalkulation Excel bot sich für den Einsatz im Zusammenhang mit der mittleren Änderungsrate an.

Als Grobstruktur für unseren Lernpfad ergab sich damit:

- Wiederholung des Steigungsbegriffs linearer Funktionen
- Mittlere Änderungsrate
- Differenzenquotient
- Sekantensteigung
- Tangentenbegriff (heuristisch)
- Differentialquotient
- Ableitung
- Ausblick

Die Materialerstellung erwies sich als aufwändiger als erwartet, da wir die bereits bestehenden Excel, GeoGebra und Derive Dateien grundlegend überarbeiten und anpassen mussten. Andreas Lindner stand uns dabei beratend zur Seite.

In der Pilottest-Phase wurden vor allem mehr Beispiele gewünscht, was für einen Einführungslernpfad nicht verwunderlich ist. Wir haben daher mehr Übungen aufgenommen, in der Absicht, dass daraus ausgewählt werden kann. Ein größerer Anwendungsteil könnte in der Zukunft in Form eines weiteren Lernpfades folgen.

Bei der Erarbeitung der Lernspirale als didaktisches Drehbuch war Evelyn Stepancik sehr behilflich, die in diesem Bereich große Erfahrung hat.

Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

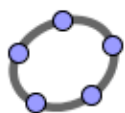
Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

TEIL 4

LERNPFAD INTEGRALRECHNUNG

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

Lernpfad: Einführung in die Integralrechnung

12. Schulstufe

Autoren/innen:

Lernpfad: Markus Hohenwarter, Gabriele Jauck, Andreas Lindner

Lernspirale: Evelyn Stepancik, Markus Hohenwarter

1. Motivation – Warum wurde das Thema gewählt?

Die Integralrechnung ist ein zentrales Thema des Mathematikunterrichts der höheren Schulen in Österreich. Trotzdem sind zu diesem Thema medienunterstützte Visualisierungshilfen und interaktive Materialien deutlich seltener zu finden als zur Differentialrechnung. Mit diesem Lernpfad wollen wir die grundlegenden Ideen des Riemann-Integrals interaktiv erfahrbar machen und verschiedene Wege der Herangehensweise an den Integralbegriff ermöglichen. So stehen interaktive Visualisierungen, Anleitungen zur Verwendung eines CAS und traditionelle Berechnungen per Hand als unterschiedliche Angebote nebeneinander, die einander ergänzen und ein tieferes Verständnis mathematischer Zusammenhänge fördern sollen.

Ausgehend von den problemorientierten Ansätzen der Flächenberechnung eines Grundstücks und des Wasserverbrauchs während eines Fußballspiels, führen Experimente mit Unter- und Obersummen zu einem heuristischen Integralbegriff. Der Computer gibt uns dabei die Möglichkeit, mit Hilfe des bestimmten Integrals bereits Probleme zu lösen, bevor Stammfunktionen eingeführt werden. Erst danach erfolgt die Formalisierung des Integrals über Grenzwerte hin zur Stammfunktion. Ein Höhepunkt dieses Lernpfads ist eine Visualisierung des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung mit dynamischen GeoGebra-Konstruktionen von Andreas Lindner.

2. Didaktischer Kommentar

Ihre Schüler/innen und Schüler können mit diesem Lernpfad die grundlegenden Begriffe und Zusammenhänge der Integralrechnung entdecken. Ausgehend vom Wasserverbrauch während einer Fußballübertragung wird das bestimmte Integral über Unter- und Obersummen erarbeitet. Begleitet von vielen Übungen führt der Weg über Flächeninhaltsfunktionen zum unbestimmten Integral und schließlich zum Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung.

Kurzinformation	
Schulstufe	12. Schulstufe
Dauer	4 - 6 Stunden
Unterrichtsfächer	Mathematik
Verwendete Medien	Java-Applets, Dynamische Geometrie Software (GeoGebra), Computeralgebrasystem (Derive)
Technische Voraussetzungen	Java, Internet
Autoren	Markus Hohenwarter, Gabriele Jauck, Andreas Lindner

Voraussetzungen

- Technische Voraussetzungen: Java (kostenlos von www.java.com), Internet; eventuell: GeoGebra (kostenlos von www.geogebra.at), Derive
- Vorwissen der Schüler/innen: Differentialrechnung. Vorkenntnis zu GeoGebra oder Derive sind wünschenswert, aber nicht unbedingt erforderlich.

Lerninhalte und Lernziele

Lerninhalt	Lernziel
Einstieg (Wasserverbrauch, Flächeninhalt eines Grundstücks)	Alltägliche Beispiele für die Berechnung von krummlinig begrenzten Flächen nennen können.
Unter- und Obersumme	Unter- und Obersummen charakterisieren können. Flächeninhalte näherungsweise mit Unter- und Obersummen berechnen können.
Bestimmtes Integral	Das bestimmte Integral als Grenzwert von Unter- und Obersummen definieren können. Das bestimmte Integral als mit Hilfe des Computers berechnen können.
Flächeninhaltsfunktion	Den Zusammenhang zwischen bestimmtem Integral und Flächeninhaltsfunktionen erklären können.
Stammfunktion	Stammfunktionen bestimmen können. Das bestimmte Integral mit Hilfe von Stammfunktionen berechnen können.
Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	Die Grundideen des Hauptsatzes nachvollziehen können.
Übungen	Flächeninhalte mit Hilfe von Stammfunktionen berechnen können

Didaktischer Hintergrund

In diesem Lernpfad wird die Integralrechnung über das Problem der Berechnung krummlinig begrenzter Flächen eingeführt. Ausgegangen wird dabei von einem ungewöhnlichen und motivierenden Beispiel: dem Wasserverbrauch während eines Fußballspiels. Mit Hilfe der interaktiven Materialien können die Schüler/innen viele wichtige Zusammenhänge selbsttätig entdecken. Um den Lernertrag zu sichern gibt es viele Übungen, in denen sie das eben Gelernte aktiv anwenden können.

Einsatz im Unterricht

Bei den Materialien zu diesem Lernpfad finden Sie einen konkreten Vorschlag samt Ablaufplan zum Einsatz des Lernpfades im Unterricht (siehe *Lernspirale*). Selbstverständlich steht es Ihnen frei, diesen Vorschlag Ihren eigenen Bedürfnissen und Vorlieben anzupassen. Beim Einsatz dieses Lernpfades stehen Sie als Lehrperson Ihren Schüler/innen als Moderator mit Hilfestellungen zur Seite und organisieren den Ablauf (z.B. Wechsel der Sozialform, Gruppeneinteilung, ...). Für den Einsatz des Lernpfades im Unterricht sind verschiedene Szenarien denkbar:

- Einzelarbeit an einem PC
- Partnerarbeit an einem PC
- Stationenbetrieb mit mehreren PCs, bei denen jede Station aus einem Teil des Lernpfades besteht

Es ist nicht notwendig, dass der Lernpfad in aufeinander folgenden Stunden bearbeitet wird. In der Regel wird dies von der Verfügbarkeit von Computern abhängen. Inhaltlich steht es Ihnen frei, bestimmte Teile aus dem Lernpfad auszuwählen, die Reihenfolge ihrer Behandlung im Unterricht zu verändern oder Ihre Schüler/innen nur bestimmte Übungen bearbeiten zu lassen. Beispielsweise können Sie an geeigneter Stelle auch Übungen zum Thema "Flächeninhalte zwischen den Graphen zweier Funktionen" einbauen.

In diesem Lernpfad wechseln sich Arbeiten am Computer und im Heft ab. Daher sollte auf den Tischen neben den Computern genügend Platz zum Schreiben vorhanden sein. Wenn Sie möchten, können Sie Ergebnisdateien, die mit GeoGebra oder der Tabellenkalkulation erzeugt wurden, auch über eine Lernplattform abgeben lassen. Auf diese Art könnten Teile des Lernpfades auch als Hausübung gegeben werden.

Kombination der Medien

In dem vorliegenden Lernpfad wird versucht, durch den Einsatz von interaktiven Internetseiten, der Programme GeoGebra und Derive Ihren Schüler/innen ein erforschendes Lernen von Mathematik zu ermöglichen. Die neu gewonnenen Erkenntnisse sollen im Anschluss daran durch händisches Rechnen vertieft und gefestigt werden. Besonders wichtig für die Ergebnissicherung sind neben der Arbeit am Computer daher auch Diskussionen in Kleingruppen und mit der ganzen Klasse.

Lernmedien der Schüler/innen

Die Schüler/innen arbeiten mit diesem Lernpfad nicht nur am Computer. Sie sollen auch Definitionen und Ergebnisse von Übungen im Heft festhalten - auf diese Art kann ein Lerntagebuch zur Integralrechnung entstehen.

Leistungsbeurteilung

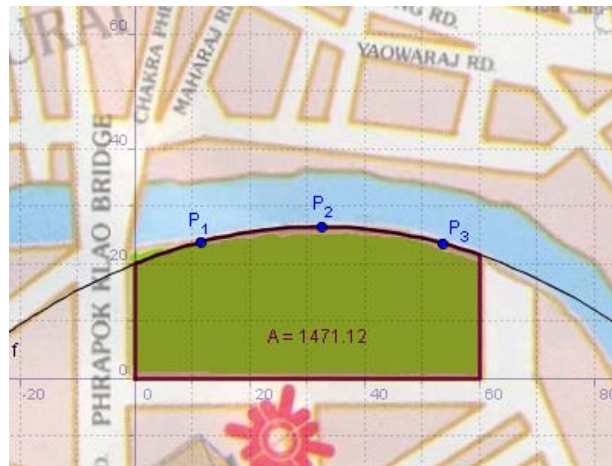
Die Ergebnisse der Schüler/innen sollten als Basis für Diskussionen und Zusammenfassungen in Gruppen oder der ganzen Klasse verwendet werden, wobei die Mitarbeit der einzelnen Schüler/innen bewertet werden kann. Weitere Möglichkeiten zur Leistungsbeurteilung sind das Absammeln der Hefte, entsprechende Schularbeitsbeispiele, Hausübungsbeispiele in einer Lernplattform oder auch eine schriftliche Überprüfung der Mitarbeit am Ende des Lernpfades.

Die Leistungsbeurteilung hängt natürlich sehr stark davon ab, wie Sie den Lernpfad im Unterricht einsetzen. So wird sich die Beurteilung prinzipiell beim Einsatz einer Lernplattform auf andere Kriterien stützen müssen als beim Einsatz des Lernpfades zur Wiederholung und Festigung eines schon großteils bekannten Lerninhalts.

3. Vorteile des Medieneinsatzes – exemplarische Beschreibung der Materialien

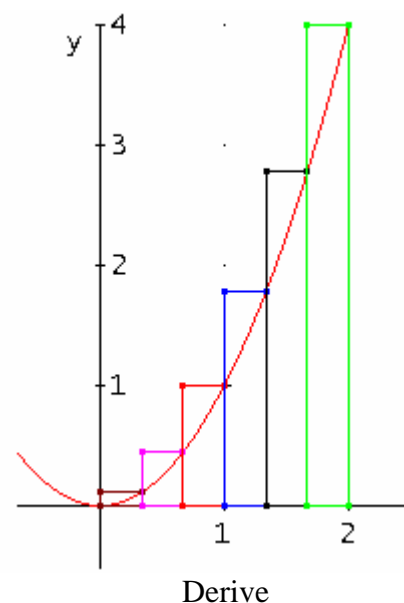
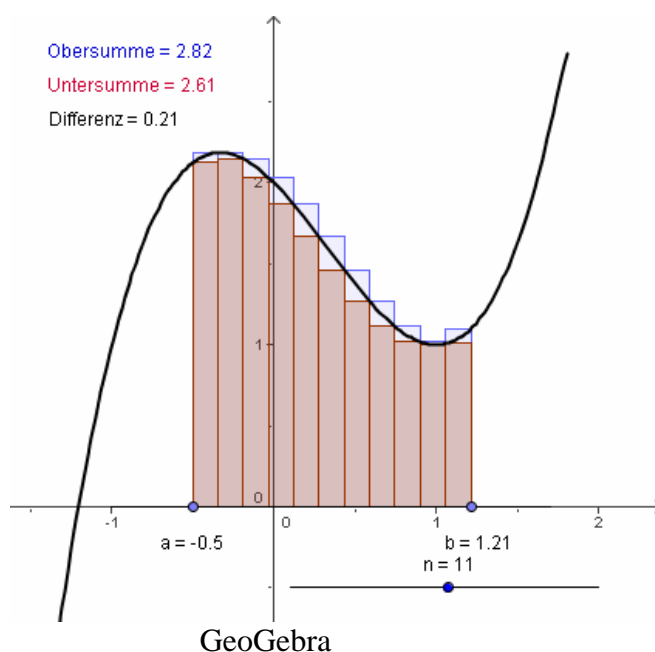
Modellbildung

Einen motivierenden Einstieg in die Thematik bietet das Problem der Flächenberechnung eines Grundstücks an einem Flussufer. Dazu haben wir einen experimentellen Weg gewählt, wobei das Flußufer mit Hilfe einer Parabel, die durch Ziehen dreier Punkte verändert werden kann, angenähert wird. Somit kann einerseits die vereinfachende Modellbildung der Parabelannahme motiviert werden, und andererseits stellt sich natürlich die Frage danach, wie man denn diese Fläche unter der Parabel berechnen kann.



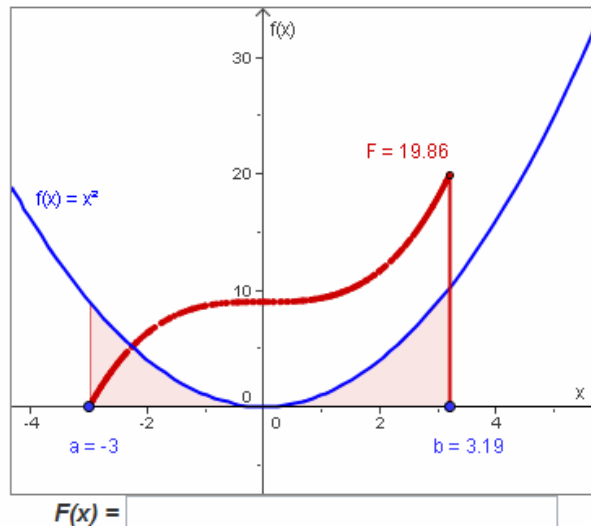
Visualisierung

Unter- und Obersummen sind per Hand nur mit enormem Aufwand produzierbar. Mit modernen Medien wie GeoGebra oder Derive werden sie jedoch mühelos darstellbar und im Fall von GeoGebra sogar dynamisch veränderbar. So kann der Grenzübergang von Unter- und Obersummen zum bestimmten Integral visuell erlebt werden.



Heuristische Begriffsbildung

Der Zusammenhang zwischen bestimmtem Integral und Stammfunktionen ist grundlegend für die Integralrechnung. Motiviert kann dieser mit Hilfe der Flächeninhaltsfunktion werden: Dabei wird einer Stelle b die Fläche unterhalb der Funktion $f(x)$ im Intervall $[a, b]$ zugeordnet. Durch dynamische Veränderung der Stelle b kann so punktweise der Graph der Flächeninhaltsfunktion entstehen (siehe Abbildung). Dieser heuristische Ansatz motiviert den später eingeführten Begriff der Stammfunktion.



Formalisierung

Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung ist das Herzstück dieser beiden Gebiete. Die Betrachtung seines Beweises im Unterricht ist nicht ganz einfach und keineswegs selbstverständlich. In unserem Lernpfad haben wir daher eine anschauliche Herleitung mit interaktiven Konstruktionen versucht, die Schritt für Schritt die wesentlichen Beweisideen illustriert und dynamisch erlebbar machen.

Einführung in die Integralrechnung

Führt man nun einen Grenzübergang für Δx gegen 0 durch, so erhält man wegen der Stetigkeit von f

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{A(x + \Delta x) - A(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} f(\xi) = f(x)$$

$$A'(x) = f(x)$$

d.h. $f(x)$ stellt genau die Steigung der Tangente im Punkt $A(x)$ dar!

Aufgabe

- Zeige die Steigung der Tangente und den Funktionswert $f(x)$ an!

©A. Lindner 2005, erstellt mit GeoGebra

4. Drehbuch – Methodisch-didaktische Anleitungen

Lernspirale zum Thema „Einführung in die Integralrechnung“ von Evelyn Stepancik und Markus Hohenwarter

Themenbereich/Inhalte:	
Einführung in die Integralrechnung	
Fachliche	
Voraussetzungen:	Ziele:
<ul style="list-style-type: none"> • Flächenberechnung • Funktionsgraphen interpretieren können • Geometrische Summe • Grenzwert • Termumformungen • Sicherer Umgang mit Polynomfunktionen • Differenzieren • Beweisschritte nachvollziehen 	<ul style="list-style-type: none"> • Die Problematik der Berechnung von krummlinig begrenzten Flächen kennen. • Unter- und Obersummen charakterisieren können. • Flächeninhalte näherungsweise mit Unter- und Obersummen berechnen können. • Das bestimmte Integral als Grenzwert von Unter- und Obersummen definieren können. • Das bestimmte Integral mit Hilfe des Computers berechnen können. • Den Zusammenhang zwischen bestimmtem Integral und Flächeninhaltsfunktionen kennen. • Stammfunktionen bestimmen können. • Das bestimmte Integral mit Hilfe von Stammfunktionen berechnen können. • Die Grundideen des Hauptsatzes nachvollziehen können.

Methodische	
Voraussetzungen:	Ziele:
<ul style="list-style-type: none"> • Informationen selbstständig schriftlich festhalten können • mit Partner und in Gruppe arbeiten können • Methoden zur Partner- und Gruppenfindung kennen • Ergebnisse präsentieren können 	<ul style="list-style-type: none"> • mathematische Inhalte selbstständig erarbeiten können • über mathematische Inhalte sprechen können • wichtige Informationen filtern und schriftlich festhalten können • Eigenverantwortung beim Lernprozess stärken • elektronische Lernhilfen sinnvoll nutzen können

Technische Voraussetzungen:	Ziele:
<ul style="list-style-type: none">• PC mit Internetzugang oder PC mit dem installierten Lernpfad Einführung in die Integralrechnung• Beamer• Dateien öffnen, schließen und speichern können• auf einer Webseite navigieren können• Grundfertigkeiten im Umgang mit Derive und Geogebra	<ul style="list-style-type: none">• Funktionen mit GeoGebra oder Derive zeichnen können• Unter- und Obersummen mit Geogebra oder Derive berechnen können• Bestimmtes und unbestimmtes Integral mit Geogebra oder Derive berechnen können• Interaktive Konstruktionen zur Visualisierung von Zusammenhängen und Eigenschaften nutzen können• technische Anleitungen (Eingabeanweisungen) selbstständig nutzen können

Makrospirale zur Einführung der Integralrechnung

Arbeitsinseln mit grau hinterlegter Nummer sind ausgearbeitet.

Im Folgenden ist ein Ablauf für 4 Unterrichtsstunden ausgearbeitet. 3 weitere Unterrichtsstunden sind als *eventuell* gekennzeichnet und können zur Vertiefung bestimmter Inhalte eingeschoben werden.

Vorwissen /Voreinstellungen aktivieren

A 00	Einführung
------	------------

Neue Kenntnisse/ Verfahrensweisen erarbeiten

A 01	Ober- und Untersumme
A 02	Bestimmtes Integral
A 03	Flächeninhalts- und Stammfunktion
A 04	Beweis zum Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung (eventuell)

Komplexere Anwendungs-/Transferaufgaben

A 05	Übungen zur Integralrechnung
A06	Weiteres: numerische Integration

Arbeitsmittel für alle Arbeitsinseln sind PC und der Lernpfad Einführung in die Integralrechnung sowie Heft für Mitschriften.

Mikrospirale A00: Einführung

Schritt	Lernaktivitäten der Schüler/innen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
1	Der Lernschritt <i>Flächeninhalt eines Grundstücks</i> wird in Einzelarbeit durchgeführt und die Ergebnisse werden im Heft festgehalten.	EA	5'	
2	Zu zweit werden die Ergebnisse der Einzelarbeit und die Vermutung, ob es möglich ist, eine Polynomfunktion 2.Grades mit einem beliebig verlaufenden Flussufer zur Deckung zu bringen, besprochen.	PA	3'	
3	Der Lernschritt <i>Wasserverbrauch während einer Fußballübertragung</i> wird in Partnerarbeit durchgeführt, die Ergebnisse werden im Heft festgehalten.	PA	10'	
4	Die Ergebnisse werden mit einem anderen Paar verglichen.	GA	5'	

Mikrospirale A1: Ober- und Untersumme

1	Unter- und Obersumme: Die Schüler/innen lernen die Bedeutung der <i>Unter- und Obersumme</i> (interaktive Übung) kennen. Die Ergebnisse der einführenden Aufgabe werden im Heft festgehalten.	EA	10'	
2	Zu zweit werden die Ergebnisse der einführenden Aufgabe besprochen und die Übung <i>Unter- und Obersumme mit GeoGebra</i> gelöst.	PA	10'	
3	Die Ergebnisse werden mit einem anderen Paar verglichen. GeoGebra-Dateien werden gespeichert und/oder ausgedruckt.	GA	5'	
	Als Hausübung können die Aufgaben <i>Unters- und Obersumme per Hand</i> oder <i>Unter- und Obersumme mit Derive</i> gelöst werden.			

Mikrospirale A2: Bestimmtes Integral

Aktivierung des Begriffs „Grenzwert“.

Beginn der 2. Unterrichtseinheit				
Schritt	Lernaktivitäten der Schüler/innen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
1	Informationssuche mit Bewegung zum Begriff „Bestimmtes Integral“. Pro ausgehängter Information eine Gruppe. Hinweis: Die Arbeitsblätter der Schüler/innen müssen stets verdeckt hingelegt werden.	EA	10'	Definition „bestimmtes Integral“ 2x aufhängen. Lückentext (S.10) kopieren.
2	Flächenberechnung: Die Schüler/innen bearbeiten einzeln das <i>Musterbeispiel</i> mit GeoGebra oder Derive.	EA	7'	
3	Gruppenrallye: Flächenberechnung: In 4er-Gruppen werden die Beispiele (a) bis (e) arbeitsteilig gelöst und die Vorgangsweise besprochen.	GA	10'	Lösungen aufschreiben und eventuell ausdrucken
4	Die Ergebnisse werden von einer anderen Gruppe anhand der Lösungen verbessert und bewertet.	GA	5'	Lösung mit Folie oder Beamer vorbereiten
5	5 Schüler/innen präsentieren je ein Beispiel.	Plenum	8'	
6	Negative Fläche: Die Schüler/innen bearbeiten die Übung <i>Ein negativer Flächeninhalt?</i> Die Fragestellungen werden im Heft beantwortet.	EA	5'	
7	Die Schüler/innen vergleichen und besprechen ihre Aufzeichnungen.	PA	2'	
Eventuell: Eine Unterrichtseinheit zur Vertiefung des Grenzübergangs von Unter-, Obersummen zum bestimmten Integral				

8	Bestimmtes Integral per Hand: Schüler/innen mit einer Katalognummer der ersten Klassenhälfte bearbeiten in Partnerarbeit das Arbeitsblatt „lineare Funktion“ aus der Übung, die anderen bearbeiten das Arbeitsblatt „quadratische Funktion“. Kontrolle durch Vergleich mit einem anderen Paar.	PA	10'	Kopien der Arbeitsblätter vorbereiten
9	Kugellager: Austausch der Beispiele <ul style="list-style-type: none"> - Gruppe 1 erklärt Arbeitsblatt „lineare Funktion“ - Gruppe 2 wiederholt Vorgangsweise für Beispiel 1 - Gruppe 2 erklärt Arbeitsblatt „quadratische Funktion“ - Gruppe 1 wiederholt Vorgangsweise für Beispiel 2 	Plenum	10'	Eventuell Arbeitsblätter über Beamer erklären
10	In 3er-Gruppen wird je ein Lernplakat zum bisher erworbenen Wissen (Ober-, Untersumme, bestimmtes Integral) angefertigt.	GA	15'	Papier und Stifte für Plakate
11	Museumsrundgang: Jedes Mitglied einer Gruppe erhält eine bestimmte Farbe zugeteilt. Neue Gruppenbildung nach Farben. Jede neue Gruppe wird einem Plakat zugeordnet. Vor jedem Plakat erklärt der/die Experte/in die Inhalte. Wechsel der Gruppen von einem Plakat zum nächsten.	GA	15'	

Mikrospirale A3: Flächeninhalts- und Stammfunktion

Beginn der 3. Unterrichtseinheit				
Schritt	Lernaktivitäten der Schüler/innen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
1	Die Lernschritte <i>Flächeninhaltsfunktion</i> und <i>Stammfunktion</i> (ohne Hauptsatz) werden in Einzelarbeit durchgeführt und alle wichtigen Informationen und Ergebnisse im Heft festgehalten.	EA	8'	
2	Zu zweit werden die Ergebnisse der Einzelarbeit besprochen und die Übungen zu <i>Stammfunktionen</i> <i>händisch berechnen</i> gemeinsam gelöst. Die Ergebnisse werden im Heft festgehalten.	PA	12'	
3	Zwei zufällig ausgewählte Paare präsentieren ihre Ergebnisse zu Übung 1 bzw. 2.	Plenum	4'	

4	Gruppenrallye: Flächenberechnung: In 4er-Gruppen werden die Beispiele (a) bis (d) arbeitsteilig gelöst und die Vorgangsweise besprochen.	GA	15'	Lösungen im Heft aufschreiben
5	4 Schüler/innen präsentieren je ein Beispiel.	Plenum	8'	Lösung mit Folie oder Beamer vorbereiten
	Eventuell Hausübung: <i>Stammfunktion bestimmen</i> mit dem Computer. Die Ergebnisse werden im Heft festgehalten bzw. gespeichert und ausgedruckt.			

Mikrospirale A4: Beweis zum Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Eventuell: Zwei Unterrichtseinheiten zum Beweis des Hauptsatzes Beginn der 1. Unterrichtseinheit zum Beweis des Hauptsatzes				
Schritt	Lernaktivitäten der Schüler/innen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
1	Teil a: Die Schüler/innen erarbeiten die erste und zweite Aufgabenstellung des Beweises zum Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung (Existenz von Stammfunktionen) in Einzelarbeit und dokumentieren diese möglichst ausführlich im Heft.	EA	15'	Kopie der GeoGebra Konstruktion
2	Die Schüler/innen vergleichen und besprechen die Ergebnisse der ersten beiden Aufgabenstellungen. Zu zweit erarbeiten die Schüler/innen den Mittelwertsatz der Integralrechnung sowie dessen Folgerungen und dokumentieren ihr Vorgehen möglichst ausführlich im Heft.	PA	15'	Kopie der GeoGebra Konstruktion
3	Die Paare lösen gemeinsam die dritte Aufgabenstellung des Beweises zum Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und dokumentieren ihr Vorgehen möglichst ausführlich im Heft. Der gesamte Beweis wird in allen seinen Schritten nochmals besprochen.	PA	10'	Kopie der GeoGebra Konstruktion
4	Die interaktive Zusammenfassung wird Schritt für Schritt abgespielt und mit den eigenen Aufzeichnungen verglichen.	PA	7'	
	Hausübung: Die Schüler/innen verfassen einen zusammenhängenden Text, indem sie mit eigenen Worten den gesamten Beweis (Teile a und b) ausführlich wiedergeben.			

Eventuell: Zwei Unterrichtseinheiten zum Beweis des Hauptsatzes Beginn der 2. Unterrichtseinheit zum Beweis des Hauptsatzes				
5	Zu zweit werden die Ergebnisse der Hausübung verglichen.	PA	7'	
6	Zwei Schüler/innen präsentieren ihre Hausübung.	Plenum	7'	Eventuell Beamer für GeoGebra Konstruktionen
7	Die Schüler/innen bearbeiten die Aufgabenstellung des Beweises, Teil b <i>Integralberechnung</i> und dokumentieren diese im Heft.	EA	7'	
8	Lernplakat zum Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	GA	20'	
9	Stafettenpräsentation eines Lernplakates	Plenum	7'	

Mikrospirale A5: Übungen zur Integralrechnung

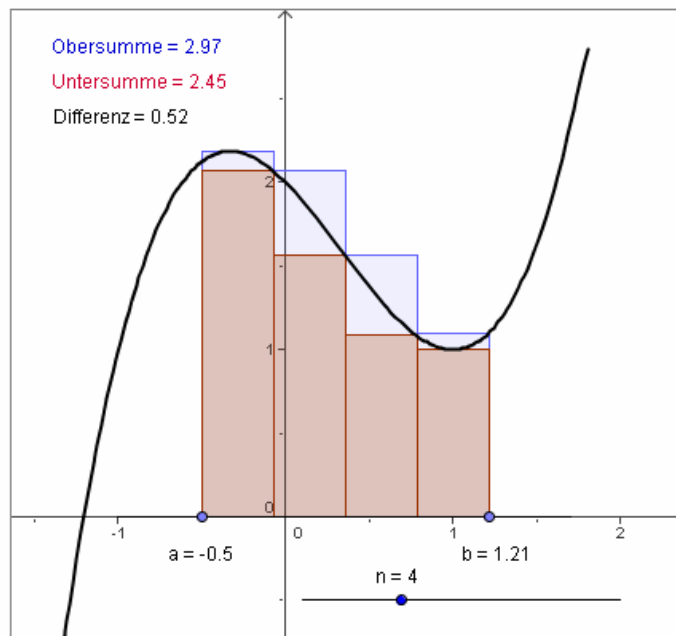
Beginn der 4. Unterrichtseinheit				
Schritt	Lernaktivitäten der Schüler/innen	Sozialform	Zeit	Arbeitsmittel
1	Die Schüler/innen bearbeiten in Partnerarbeit die Übungen <i>Grundstück</i> und <i>Oldtimer</i> .	PA	20'	
2	Je zwei Paare gehen zusammen und besprechen ihre Lösungen.	GA	5'	
3	6 Gruppen gestalten je ein Lernplakat zur Integralrechnung	GA	15'	Plakate, Stifte
4	Präsentation eines Lernplakates	Plenum	7'	

Lückentext – Bestimmtes Integral

Das bestimmte Integral

In den bisherigen Übungen hast du gesehen, dass für die _____ unter der Funktion $f(x)$ immer gilt:

_____ \leq Fläche $A \leq$ _____



Bei wachsender Anzahl _____ der Rechtecke nähern sich Unter- und Obersumme _____ an. Daher definieren wir die _____ unter der Funktion $f(x)$ im _____ als _____ von Unter- und Obersumme: _____

Diese Fläche heißt **bestimmtes Integral** von $f(x)$ im Intervall $[a, b]$, das wir so schreiben:

Zur Schreibweise

Das Integralzeichen _____ stellt ein stilisiertes "S" dar und steht für "Summe". Das " dx " steht für die _____ eines Rechtecks beim Grenzübergang. Diese Schreibweise des bestimmten Integrals soll verdeutlichen, dass es sich um den Grenzwert einer _____ handelt.

5. Ergebnisse der internen Evaluation

Der Lernpfad kann als Lernsequenz, in Auszügen mit eigener Unterrichtsorganisation und als Lernspirale verwendet werden. Die methodischen Anleitungen für die Lehrperson sind ausreichend genau und verständlich. Der Lernpfad dient fast ausschließlich dem Erarbeiten neuer Inhalte, die dafür verwendeten Erklärungen und Anweisungen sind verständlich und schlüssig. Wünschenswert wären eine Ergänzung durch Übungs- und Vertiefungsaufgaben sowie Zusatzmaterialien als Wahlangebot, z.B. in Form einer Internetrecherche zur Historie der Integralrechnung, oder Beispiele, die das forschende Lernen ansprechen. Die bei den Applets gegebenen Anweisungen sind sehr detailliert und zielorientiert, so dass das eigene Experimentieren der Schüler/innen hier etwas zu kurz kommt.

Der im Lernpfad gewählte Weg (bestimmtes Integral – Ober-/Untersummen - Stammfunktion – Hauptsatz) wird von den Evaluatoren/innen als sinnvoll erachtet, obwohl eine andere Reihenfolge denkbar wäre. Die Fachsprache ist korrekt, es ist ein roter Faden erkennbar und in Technologiehinsicht liegt eine ausgewogene Mischung zwischen dynamischer Geometrie-Software und CAS vor, wobei trotzdem die wesentlichen händischen rechnerischen Fähigkeiten nicht zu kurz kommen. Als großer Vorteil wird erachtet, dass mit Geogebra erstmals eine gute Visualisierung von Ober- und Untersumme möglich ist, was sonst nur mit aufwändigem, abstrakten mathematischen Mitteln gelingt.

Im Evaluationsteam entstand eine Diskussion über Verbesserungsmöglichkeiten in fachdidaktischer Hinsicht. Dazu gehören:

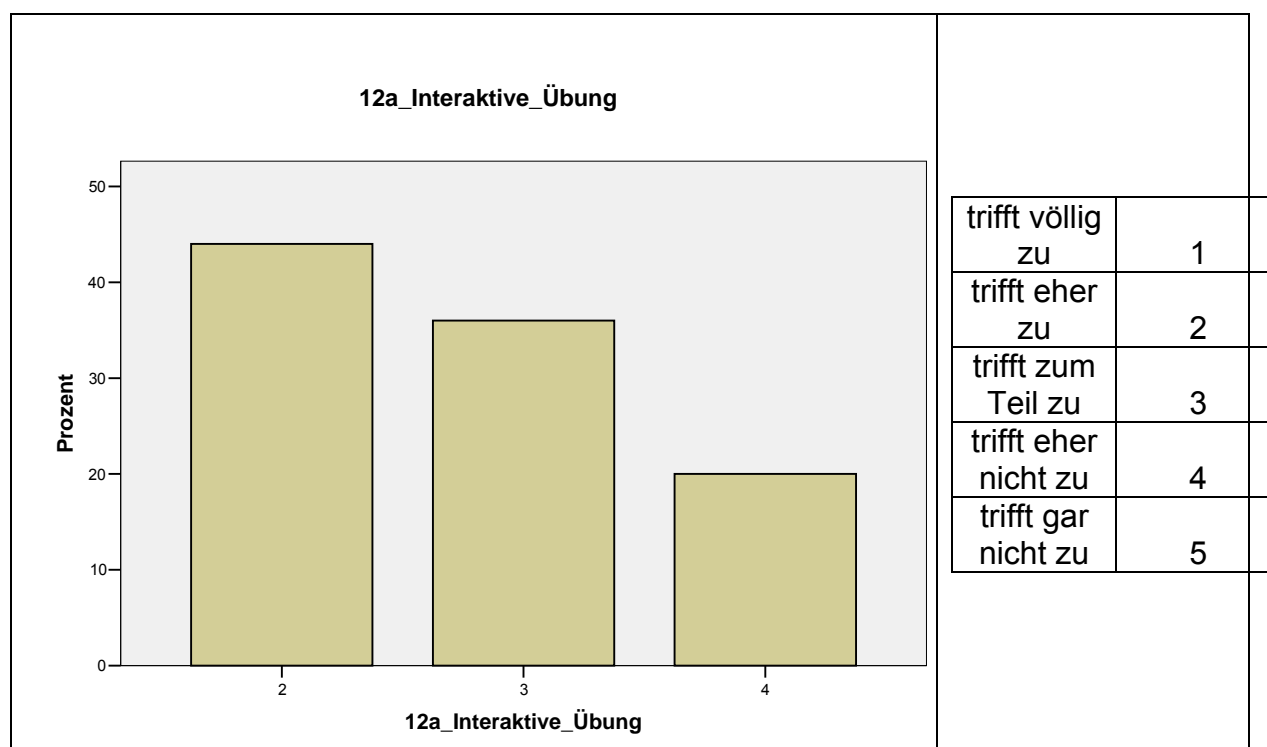
- weniger Arbeiten mit Black Boxes durch vorheriges Einschieben von händischen Arbeitsaufträgen
- das Summenzeichen und der Summenbegriff expliziter machen
- den Limesbegriff vorher aktivieren
- negative Fläche eventuell durch orientierte Fläche ersetzen
- Übergang schaffen vom Einstiegsbeispiel Grundstück zur ersten Darstellung von Unter- und Obersumme
- neben Geogebra auch Computeralgebra für Berechnungen einsetzen
- Beweis zum Hauptsatz könnte kürzer gefasst sein (eventuell Differenzierung in Kurz- und Langform) und dadurch unter Umständen an Transparenz gewinnen; es wäre auch denkbar, das interaktive Applet zur Darstellung der Flächeninhaltsfunktion A vor dem Beweis zu verwenden und nicht gleichzeitig
- beim Navigationspunkt „Flächeninhaltsfunktion“ wird der Begriff Stammfunktion verwendet, obwohl der erst später kommt.

6. Äußere Evaluation / Feedback der Schüler/innen

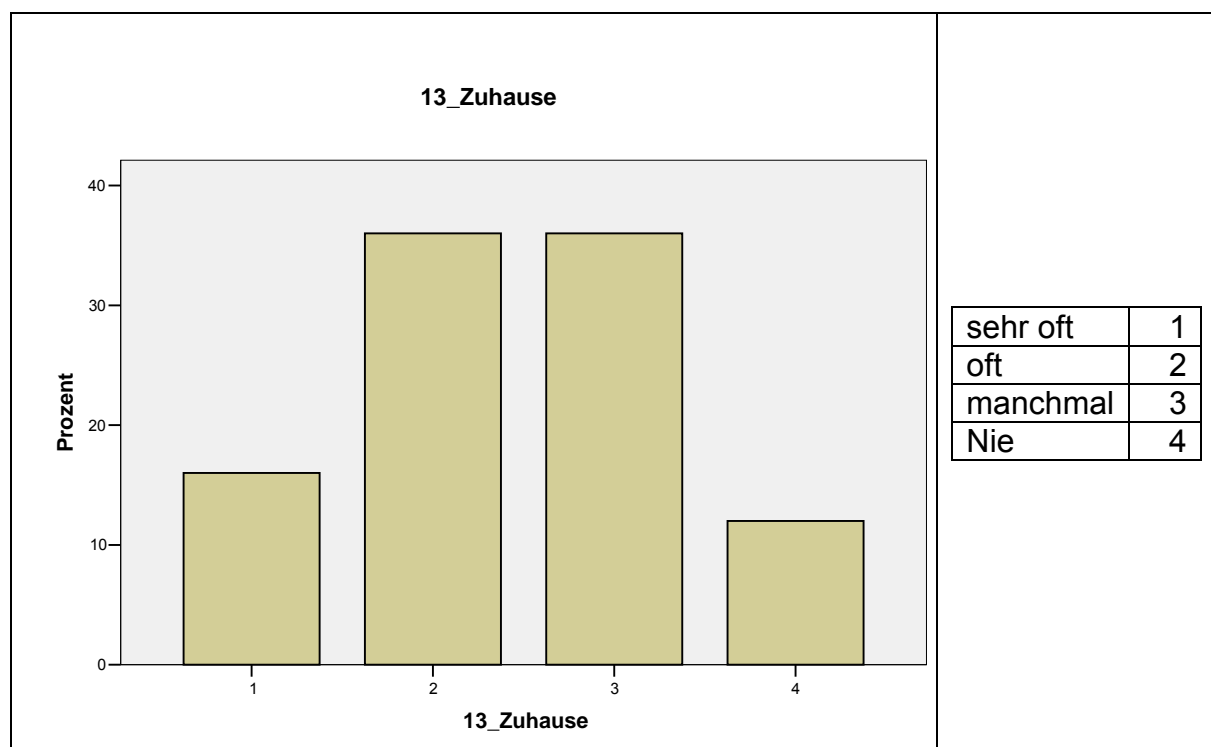
Diesen Lernpfad hat nur eine einzige Schulklasse mit 25 Schüler/innen evaluiert, deshalb sind die Rückmeldungen nicht so aussagekräftig wie bei anderen Lernpfaden.

Bei der Akzeptanz des Lernpfades fällt auf, dass nur sehr wenige Schüler/innen völlige Zustimmung zu Fragen nach Verständnis, Links und der generellen Zustimmung zur Arbeit mit dem Lernpfad gibt – allerdings sind auch wenig völlig negative Rückmeldungen zu

verzeichnen. Die interaktiven Übungen werden zu 80 Prozent positiv bewertet – gegenüber 60 % allgemeiner Zustimmung über alle Lernpfade:



Der Lernpfad wurde in verstärktem Maße zu Hause bearbeitet:



Der Lernpfad wurde auch in starkem Ausmaß (60 % der Schüler/innen) zur Übung für Schularbeiten verwendet. Die Zustimmung, wieder mit Lernpfaden arbeiten zu wollen, ist allerdings gering.

Der Lernpfad wurde von den Schüler/innen als fördernd für das Experimentieren und die Möglichkeit, eigene Gedanken auszuprobieren, empfunden. Auch die Neugier und Lust am mathematischen Tun wird eher positiv beantwortet.

Das Verlangen nach persönlicher Betreuung geht aus den Rückmeldungen der Schüler/innen deutlich hervor. Ein zu hohes Maß an „Alleingelassen werden“ wird von den Schüler/innen sehr negativ bewertet.

Einzelne Zitate aus den offenen Fragen:

- „man konnte selbst viel experimentieren und probieren und hat so selbst zu einer Lösung gefunden“
- „Ich möchte Sachen von einem Lehrer erklärt bekommen und nicht selber lernen müssen“

7. Überblick über den Erstellungsprozess

Dieser Lernpfad entstand auf Grundlage von Unterrichtserfahrungen von Gabriele Jauck und Andreas Lindner sowie einer Unterrichtseinheit bei Lehrer-Online von Markus Hohenwarter. Der Zugang über Unter- und Obersummen zum bestimmten Integral ist mit traditionellen Methoden sehr zeitaufwändig. Mit Hilfe neuer Technologien wie GeoGebra oder Derive lassen sich diese einerseits dynamisch visualisieren und andererseits auch symbolisch über unendliche Reihen berechnen. Um auch auf die Schwierigkeit der händischen Berechnung von Unter- und Obersummen einzugehen, haben wir auch dazu entsprechende Beispiele angeführt. Im gesamten Lernpfad stehen computerunterstützte und traditionelle Ansätze nebeneinander, sodass die Lehrperson aus diesen Zugängen wählen kann.

Ein interessanter Diskussionspunkt war der Schritt vom bestimmten zum unbestimmten Integral. Um die Einführung der Stammfunktion zu motivieren, haben wir uns auf die experimentelle Einführung der Flächeninhaltsfunktion geeinigt.

Als Grobstruktur für unseren Lernpfad ergab sich damit:

- Problemstellungen als Einstieg (Grundstück, Wasserverbrauch)
- Unter- und Obersumme
- Bestimmtes Integral
- Flächeninhaltsfunktion
- Stammfunktion
- Hauptsatz und Beweis
- Übungen

In der Pilottest-Phase waren nur wenig Änderungen erforderlich.

Bei der Erarbeitung der Lernspirale als didaktisches Drehbuch war Evelyn Stepancik sehr behilflich, die in diesem Bereich große Erfahrung hat.

Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

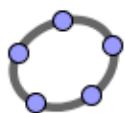
Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

TEIL 4

LERNPFAD KRYPTOGRAPHIE - RSA

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

Lernpfad: Kryptographie - RSA

11. / 12. Schulstufe

(Wahlpflichtfachunterricht, Projektunterricht)

Autoren/innen: Franz Embacher, Petra Oberhuemer, Walter Wegscheider

1. Motivation – Warum wurde das Thema gewählt?

Technologien der Verschlüsselung sind heute Grundlage der weltweiten Kommunikation. Während früher hauptsächlich das Militär Abnehmer und Anwender von kryptographischen Möglichkeiten war, hat die Chiffre, die verschlüsselte Nachricht heute Eingang in das tägliche Leben der westlichen Industriestaaten gefunden. Ohne Verschlüsselung wären Homebanking und alle jene Liebkinder des Internet-Zeitalters, die mit finanziellen Transaktionen über weltweite Netzwerke arbeiten (eCommerce, Onlineshops – eBay, Amazon, ...) undenkbar. Aber auch alltägliche Gegenstände wie die Bankomatkarte arbeiten auf der Basis von Verschlüsselungsalgorithmen.

Die faszinierendste Spielart sind wohl die asymmetrischen Verschlüsselungen, wie z.B. der RSA-Algorithmus. Die Möglichkeit, auch ohne persönlichen Kontakt eine sichere Verschlüsselung aufzubauen, basiert dabei auf handfesten mathematischen Grundlagen. Die Verbindung von mathematischen Grundlagen, die Jahrhunderte lang als geistige „Spielerei“ betrachtet wurden und nun in den letzten 10 – 20 Jahren ungeheure wirtschaftliche Bedeutung erlangt haben, wirft ein eigenes und auch für Schüler/innen motivierendes Licht auf Mathematik.

2. Didaktischer Kommentar

Der Lernpfad wurde zum selbstständigen Erarbeiten der Inhalte konzipiert. Mit Hilfe von Visualisierungen (Flash) und einer Spanne von einfachen bis zu realitätsnahen Beispielen, die mit Hilfe eines Computeralgebrasystems umgesetzt werden, soll diese - heute aus der internationalen Kommunikation nicht mehr wegzudenkende - Technik den Schüler/innen verständlicher gemacht werden. Die zugrunde liegende Theorie - Satz von Euler/Fermat, erweiterter euklidischer Algorithmus wird dabei als Nachschlagemöglichkeit angeboten. Eine gute Ergänzung sind Programme wie GnuPG und PGP, mit denen die Realisierung im Alltag gezeigt werden können.

Eine Möglichkeit, wie man den Lernpfad durcharbeiten kann, wird in Form eines *Drehbuchs* - einer kleinen Geschichte mit Arbeitsaufgaben, die das Kapitel systematisch erschließen - mitgeliefert.

Kurzinformation	
Schulstufe	10. - 12. Schulstufe (6. - 8. Klasse AHS / 2. - 5. Klasse BHS)
Dauer	6 - 8 Unterrichtsstunden
Unterrichtsfächer	Mathematik, Informatik
Verwendete Medien	Internet, DERIVE, Flashfilme, spezielle Krypto-Software
Technische Voraussetzungen	Flash, DERIVE
Autoren	Franz Embacher, Petra Oberhuemer, Walter Wegscheider

Voraussetzungen

- Technische Voraussetzungen: Einfache Grundkenntnisse von DERIVE, Umgang mit Internet, Installation und Verwendung einfacher Softwareprodukte
- Fachliche Voraussetzungen: Hilfreich sind grundlegende Kenntnisse der Restklassenrechnung, euklidischer Algorithmus, Primzahlen, ggT

Verlaufsplan/Prozesshinweise

Einstieg

- Die Schüler/innen können über einfache übersichtliche Artikel die Grundbegriffe der Kryptographie nachschlagen.
- Die Schüler/innen sollen mit Hilfe von Flash-Filmen mit ganz einfachen Zahlen die Funktionsweise der asymmetrischen Verschlüsselung kennen lernen.
- Die Funktionsweise des Algorithmus wird mit Hilfe von Übungen (CAS unterstützt) weiter vertieft.
- Seine Einsatzmöglichkeiten (Verschlüsselung, Digitale Signatur) können mit einfachen Beispielen bis hin zum realitätsbezogenen Software-Einsatz erlebt werden.

Neuigkeiten

- Restklassenrechnung
- Satz von Euler-Fermat
- Erweiterter euklidischer Algorithmus, modulare Inverse
- Asymmetrische Verschlüsselung, Hybride Verschlüsselung
- RSA-Algorithmus
- Digitale Signatur

Mögliche Erweiterungen

- Message Digest - Hash-Funktionen
- Diskreter Logarithmus, ElGamal / Elliptische Kurven

Vorteile des Medieneinsatzes – exemplarische Beschreibung der Materialien

Selbständiges Erarbeiten mit Hilfe eines interaktiven Programms

The interface shows a step-by-step process of RSA encryption. On the left, Alice's actions are detailed: she chooses two prime numbers $p=11$ and $q=17$, calculates $n=pq=187$ and $m=(p-1)(q-1)=160$. She then chooses a number $a=7$ that is coprime to m . Finally, she calculates $b=a^{-1} \bmod m$, which is shown as 23 (indicated by a checkmark). In the center, Bob's actions are shown: he receives $n=187$ and $a=7$ as the public key. He then receives $y=45$ from Alice. On the right, Bob's decryption process is shown: he takes the received message $x=122$ and decrypts it using the formula $y = x^a \bmod n$, resulting in $y=45$. A yellow callout box points to the calculation of b with the text: "Das macht sie etwa mit Hilfe des erweiterten euklidischen Algorithmus." Navigation buttons at the top include "1 Schritt zurück", "Zurück zum Start", and "Voraussetzungen".

Hilfe für das selbstständige Erarbeiten mit Hilfe eines CAS

```
#11: z3 := 7812
#12: a := NEXT_PRIME(z3)
#13:      a := 7817
#14: GCD(m, a)
#15:      1
```

Damit ist mit den beiden Zahlen n und a der öffentliche Schlüssel fertiggestellt.

Die Verschlüsselung kann damit über die Formel $y = x^a \bmod n$ erfolgen.

Wir verschlüsseln den Text "KRYPTOGRAFIE" - dazu wandeln wir die Buchstaben in Zahlen um und verwenden dafür den international üblichen ASCII-Code. Wir fassen jeweils 6 Buchstaben zu einer Gruppe zusammen und erhalten 12-stellige Zahlen.

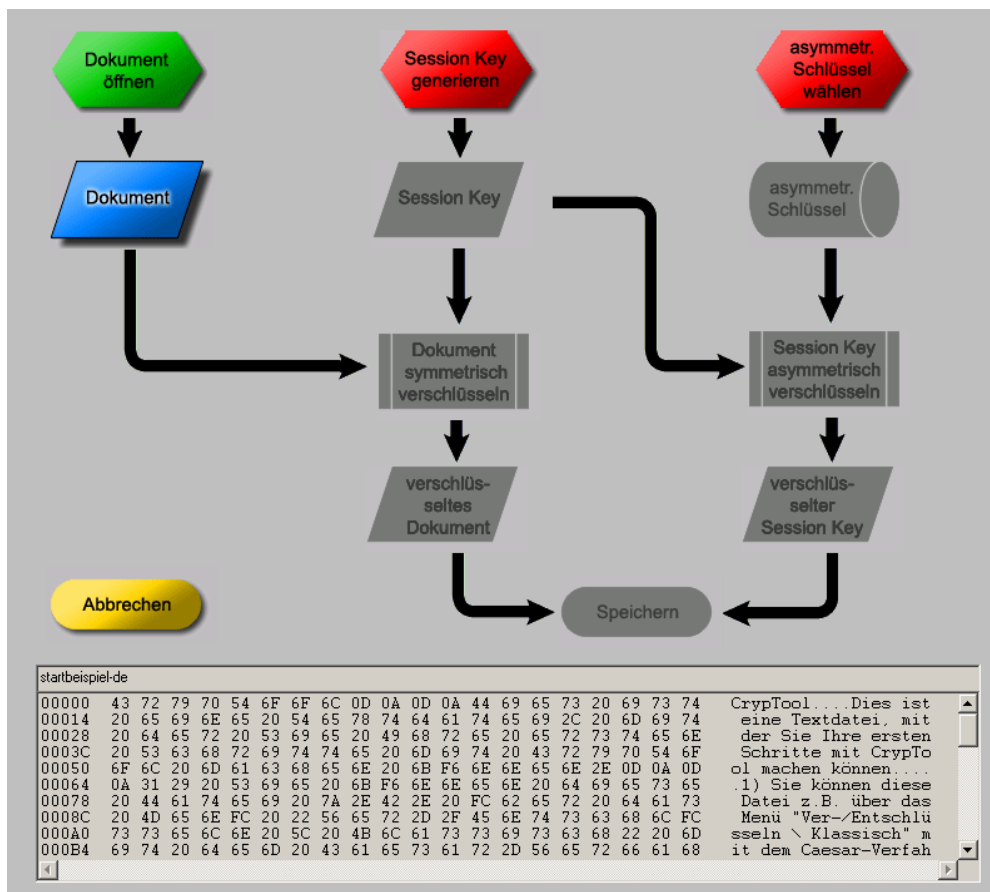
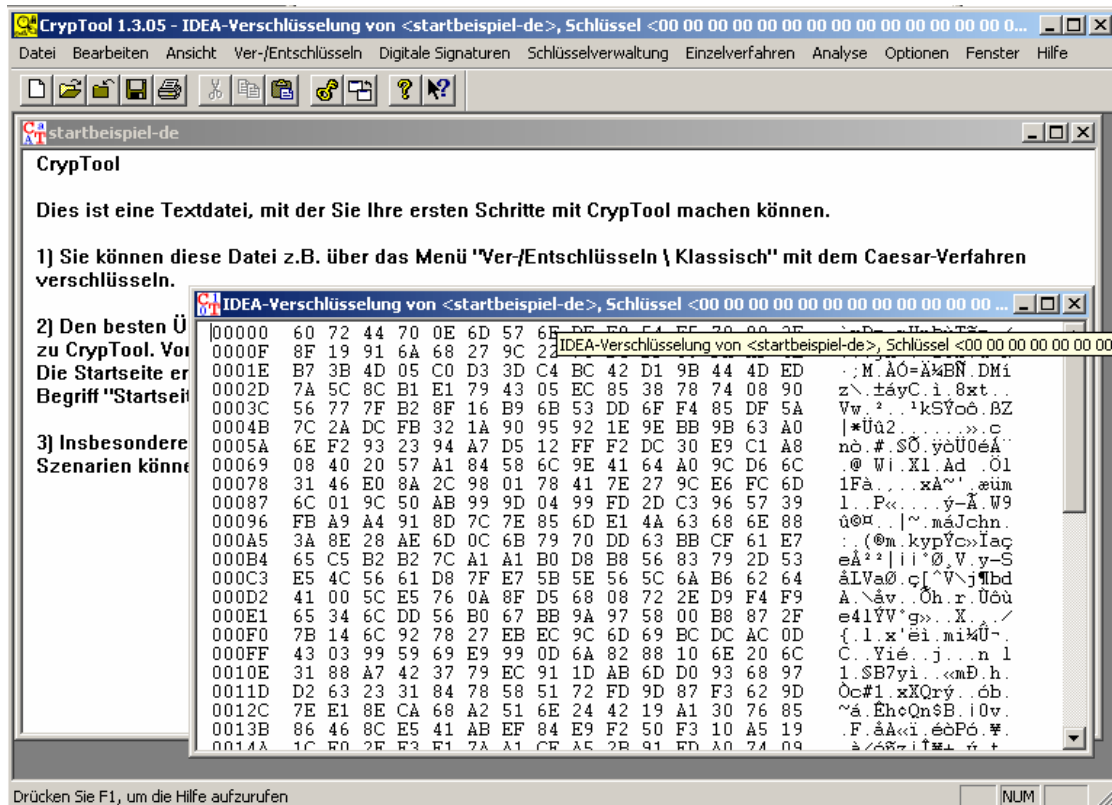
K	R	Y	P	T	O
75	82	89	80	84	79
G	R	A	F	I	E
71	82	65	70	73	69

Wir verwenden den DERIVE-Befehl: **POWER_MOD(x, a, n)** - Resultat von $x^a \bmod n$.

```
#17: y1 := POWER_MOD(758289808479, a, n)
#18:      y1 := 527044673712659
#19: y2 := POWER_MOD(718265707369, a, n)
#20:      y2 := 403187965321648
```

Einbeziehung freier Softwareprodukte

am Beispiel „Cryptool“



3. Drehbuch / Drehbücher – Methodisch-didaktische Anleitungen

3.1. Unterrichtsorganisation – Arbeitsanweisungen für Schüler/innen

Der Lernpfad ist eine E-Learning-Sequenz, die in erster Linie dem eigenständigen Erarbeiten unabhängig von einer bestimmten Unterrichtsorganisation dienen soll. Die Sequenz kann auch in der Erwachsenenbildung bzw. in weiterführenden Bildungsanstalten (Universitäten, Fachhochschulen) eingesetzt werden.

Die Anweisungen für die Schüler/innen sind verpackt in ein „Drehbuch“, in dem über den Ablauf einer einfachen Geschichte versucht wird, den Anwender des Lernpfads gesteuert durch die Materialangebote durchzuführen. Diese stehen aber auch getrennt und einzeln zugreifbar zur Verfügung. Die Arbeitsanweisungen sind dabei getrennt in eine verpflichtende Teile – sozusagen einer „Minimalversion“ – und optionale Teile, mit denen Randbereiche und Ergänzungsbereiche abgedeckt werden können.

Geschichte

Einstieg - Teil 1

Bob erhält einen seltsamen Anhang!

-----BEGIN PGP PUBLIC KEY BLOCK-----

Version: GnuPG v1.4.2 (MingW32)

Comment: Generated by WinPT 0.10.0

```
mQELBENkkuu8BCADBkV6icsmAQv/fn/7fOZJxNsyRtVTLeDuZay3paz5qT7krwLU2
hCZ53Cp1tQotqNo2EATwBWfRzVhEmouEvPlLtZYOm0rO0tKYLX0ro225gG83NO+q
oYFUngfQWXI3rGuCm8CbC4MJf06i1/2G9WcWACU3LoEjb7twI5BeT+UCqbf5IIh2
3nVR0KONRey5ysJh5gADyyQFE7KGn5gwePBOydOV2qAK8pR0S4jsjr1jd0MbZRa5
9/b3p7PqZoc4vzIxfrYRo4I3q6CcXqTJ74J0Mk4zOo/5+HshouLKQKeild7LvQs0
/7BPrglSC0Pib2mCrykydAgBS8/+B7Gne7nlAAyptDFTYwJpbmUgV2Vnc2NoZWlk
ZXIgaPHNhYmluZS53ZWdzY2hlaWRlckBjaGVsbG8uYXQ+iQE2BBMBAgAgBQJDZLrv
AhsPBgsJCACdAgQVAggDBBYCAwECHgECF4AAcGkQJ6h05CkjdPmFawf+NkyMa+u4
YffYKxa+hUqzj5xQvzUyGHSpjWWz2zACzyDaTq4LzFiGCDJvS0AFLuoQMkSiDzTa
Ybv2EnFdFnmZraJg8UzszK7xaWqJ7rWzdZZl6Fi4YbIkXZXNQA/VekWsvnKYA2Qy
Nb5QOVSVLZzGbkvtON+j73tpSl4cpTSiEU1wSynvqxranFwcs2ItzIfGD0ioCyjD
4naggRP/uiJldnOQIwLsKTxmptLSvlrM0Kbo5IozzTFJc3Yy8Jz69RyXvAwY/G9u
I4tXeZy2njDEZUQVd+Fve4uhwnmZ7u2uhNy6Ge9hE8MqyzBxyvKlIx4xZdHg/qOy
RPKYDCVjPlUC/g==
=4fs7
```

-----END PGP PUBLIC KEY BLOCK-----

Bob bekommt von *Alice* eine Nachricht mit einem seltsamen Anhang. In der Mail schreibt *Alice*, dass *Bob* ihr seine Bankdaten schicken soll - aber **chiffriert**!

Alice sammelt Briefmarken - *Bob*, mit dem sie auf Grund ihrer gemeinsamen Sammeleidenschaft seit mehreren Monaten (seit einem zufälligen Treffen in einem Chatroom) einen regen Briefverkehr hat, konnte ihr einige wertvolle Ergänzungen zu ihrer Sammlung schicken. Sie möchte sie zurückzahlen. Die Übermittlung von Bankdaten per Mail im **Klartext** hält *Alice* aber für zu riskant.

Bob denkt darüber nach und findet, so unrecht hat *Alice* gar nicht - aber all die Begriffe: **PGP**, **chiffriert**, **Klartext** - damit kennt er sich nicht wirklich aus.

Arbeitsaufträge

Aufgaben:

Erkundige Dich im Überblick und kleinen Kryptographie-Glossar, was die Begriffe:

- Ver-/Entschlüsselung, Chiffrierung, Dechiffrierung
- Kryptologie
- Kryptographie
- Klartext / Geheimtext

bedeuten.

Informiere Dich über die Person von Phil Zimmermann und sein bekanntes Programm PGP. Versuche im Internet (z.B. engl. Wikipedia) etwas über die abenteuerliche Geschichte der Entstehung und Verbreitung dieses Programms in Erfahrung zu bringen.

Dokumentiere die Geschichte von PGP mit einer kurzen Präsentation - achte darauf, dass dabei auch die oberhalb aufgezählten Begriffe klar dargestellt werden.

Einstieg - Teil 2

Bankomatkarte und digitale Signatur - ein Angebot der Bank

Bob erkundigt sich bei seiner Bank, ob sie ihm beim Problem der Verschlüsselung seiner Bankdaten weiterhelfen kann. Im Zuge des Gesprächs erhält er von der Bank ein Angebot, die Funktionen seiner Bankomatkarte zu erweitern. Im Schreiben ist die Rede von **Digitaler Signatur** und starker Verschlüsselung mit **RSA-Verfahren**. Mit Hilfe der Karte soll man bequemer ohne die beim Online-Banking üblichen PIN- und TAN-Codes die Bankgeschäfte erledigen können und noch dazu mit höherer Sicherheit.

Das Bankschreiben erklärt auch noch die Vorteile. Während es sich beim PIN/TAN-Verfahren um eine symmetrische Verschlüsselung handelt, ist das RSA-Verfahren asymmetrisch - Empfänger/in und Sender/in müssen sich in diesem Fall nicht persönlich vorher treffen, um die für eine Chiffrierung notwendigen Schlüssel auszutauschen.

Arbeitsaufträge

Aufgaben:

- Lies dir den Überblick zur symmetrischen Verschlüsselung durch. Wo liegen die Stärken und Schwächen von symmetrischer Verschlüsselung im Zeitalter weltweiter elektronischer Kommunikation? **Dokumentiere** Deine Überlegungen.
- **Informiere** Dich über die Begriffe PIN- und TAN-Code?
- **Optional:** Monoalphabetische Verschlüsselung - was versteht man unter einer Cäsar-Chiffre? - versuche, die beiden Übungen im Textabschnitt zu lösen. **Dokumentiere** die Arbeit in Deinem Heft.
- **Optional:** Polyalphabetische Verschlüsselung - Verschlüsse mit Hilfe des Vigenere-Quadrats ein Wort mit mindestens 10 Zeichen Länge und wähle als Schlüsselwort den Nachnamen Deines Nachbarn. **Kontrolle:** Gib das Ergebnis Deiner Chiffrierung an den besagten Nachbarn weiter. Dieser soll Dein Phantasiewort entschlüsseln.
- Erarbeite die folgenden Fragestellungen mit Hilfe des Kapitels über Asymmetrische Verschlüsselung und **dokumentiere**:
 - Erkläre das Problem der Schlüsselverteilung!
 - Arbeite mit dem Klartext: *KRYPTOFIX* mit Deinem Nachbarn die Übung zur Idee der Vorhängeschlösser, die *Diffie* und *Hellman* zur asymmetrischen Verschlüsselung gebracht hat, durch.
 - Arbeite die Übungen zur eleganten Lösung des Problems der Schlüsselübergabe durch.
 - Was sind die Grundprinzipien einer Public Key / Private Key-Verschlüsselung?

Anschließend wird der **theoretische Hintergrund** beleuchtet.

- Ganzzahldivision
- Rechnen mit Restklassen
- Primzahlen
- Faktorisierung
- Satz von Euler/Fermat
- Erweiterter Euklidischer Algorithmus
- Sicherheit der verwendeten Algorithmen

und das RSA-Verfahren mit Hilfe von einem Java-Applet vorgestellt. Parallel dazu erhält der Schüler / die Schülerin eine Einführung, wie man sich dem Problem mit Hilfe eines Computeralgebrasystems (am Beispiel *DERIVE*) nähern kann.

3.2. Anleitungen für Lehrer/innen

Es handelt sich um eine freistehende E-Learning-Sequenz ohne zusätzlich ausgewiesene Anleitungen und Materialien für Lehrer/innen. Alle Hinweise, Materialien, Links etc. stehen sowohl den Schüler/innen als auch den Lehrer/innen zur Verfügung.

3.3. Weitere Materialien

Java-Applets zu RSA-Algorithmus und Digitaler Signatur.

4. Ergebnisse der internen Evaluation

Eine Rahmengeschichte (Drehbuch) begleitet den Schüler / die Schülerin durch den gesamten Lernpfad. Diese versucht, durch für den Schüler / die Schülerin nachvollziehbare Problemstellungen die Einführung neuer Begriffe und mathematischer Inhalte zu motivieren. Der Lernpfad beinhaltet und verlinkt auf viele Zusatzmaterialien (Skripten und freie Software) und Verzweigungen zu verwandten Themen – allerdings birgt das auch die Gefahr, dass sich die Schüler/innen in der Fülle „verlieren“. Die technologischen Hilfestellungen werden genau dort angeboten, wo sie erstmals benötigt werden. Ein Problem ist der benötigte Zeitaufwand, der schnell die vorgeschlagenen 6 – 8 Einheiten übersteigt.

Es gibt durch die Fülle viele Möglichkeiten zur inneren Differenzierung und damit Wahlmöglichkeiten. Partner- und Gruppenarbeit bietet sich an manchen Stellen des Lernpfades (vor allem in Übungsphasen) an, wurde bisher aber noch nicht berücksichtigt.

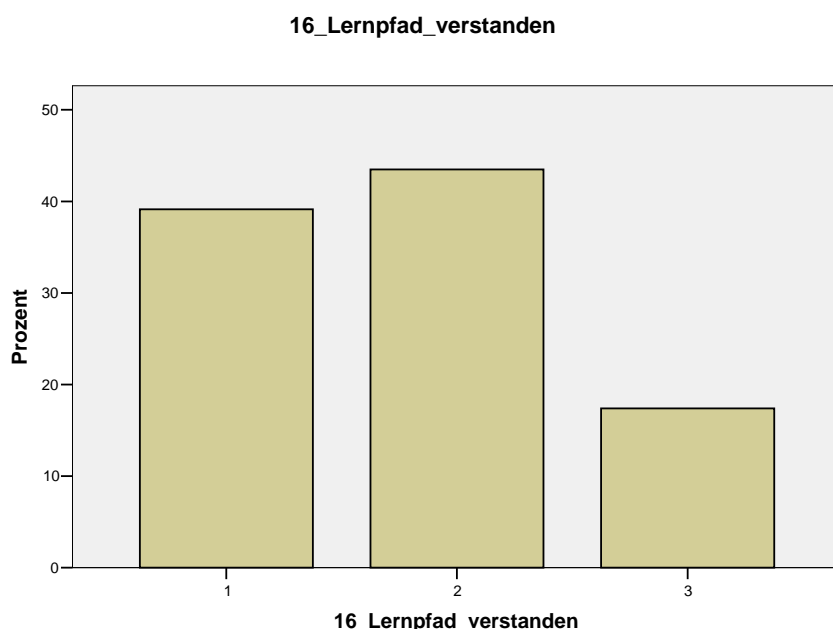
Bei der Berechnung des umgekehrten euklidischen Algorithmus zur Berechnung der modularen Inversen könnte eventuell als Alternative (bessere automatisierbare Algorithmisierung – Programmierung) noch ein kürzerer Rechengang vorgestellt werden.

5. Äußere Evaluation / Feedback der Schüler/innen

23 Schüler/innen gaben Rückmeldungen zu diesem Lernpfad.

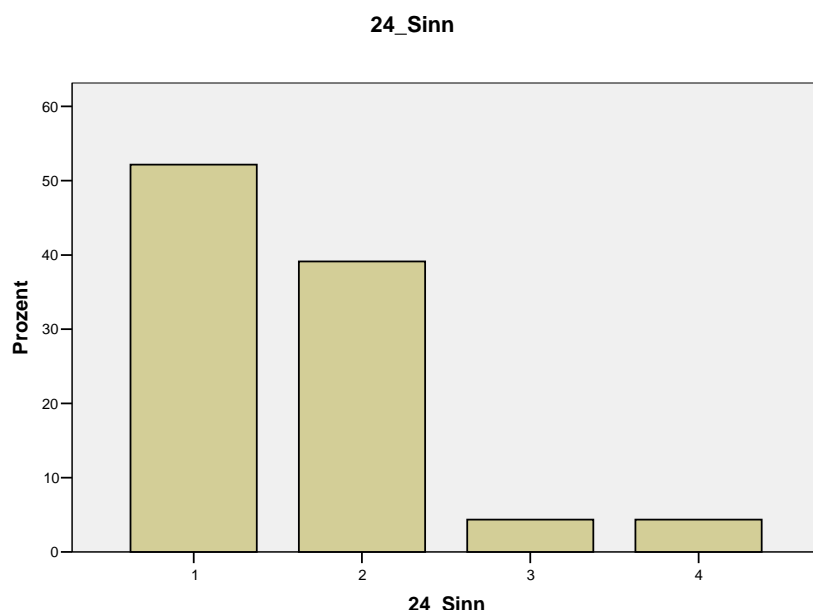
Alle (100%!) geben an Mathematik zu mögen. Die Sprache wird von allen als verständlich eingestuft. Fast 40% wählten bei der Frage, ob die interaktiven Übungen beim Verständnis geholfen haben, die Option 1 (trifft völlig zu), neben 35% bei Option 2 (trifft zu). Dasselbe Ergebnis zeigt sich auch bei der Frage, ob alle wichtigen mathematischen Inhalte des Lernpfads verstanden wurden (85%), ob Sinn und Bedeutung der neu erlernten Begriffe klar geworden sind (90%), ob Zusammenhänge zu anderen Teilgebieten der Mathematik erkennbar wurden (80%). Trotzdem geben weniger als die Hälfte der Schüler an, wieder mit einem Lernpfad arbeiten zu wollen – im Gesamtdurchschnitt waren dies etwa 70%.

Ich habe alle wichtigen mathematischen Inhalte des Lernpfads verstanden:



trifft völlig zu	1
trifft eher zu	2
trifft eher nicht zu	3
trifft gar nicht zu	4

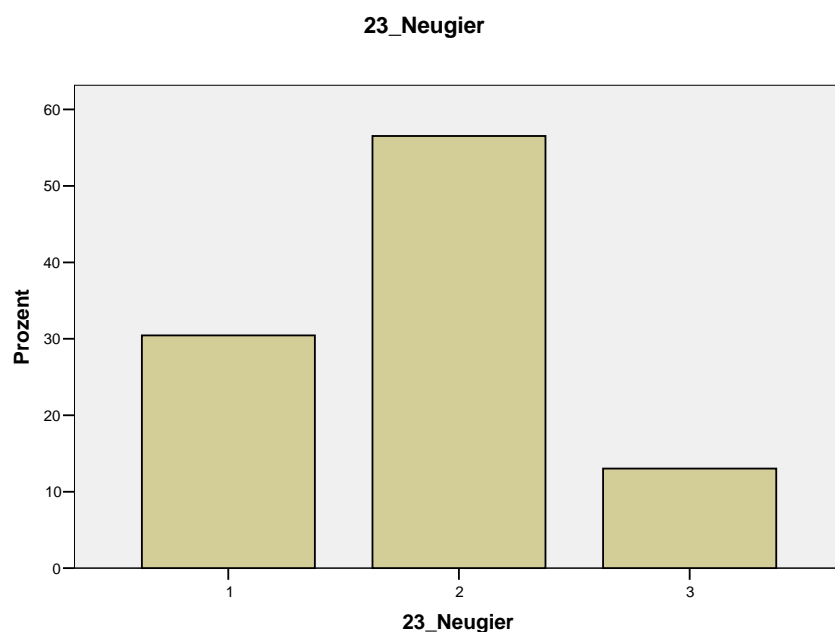
Der Sinn und die Bedeutung der neu erlernten Begriffe sind mir durch den Lernpfad klar geworden:



trifft völlig zu	1
trifft eher zu	2
trifft eher nicht zu	3
trifft gar nicht zu	4

85% haben diesen Lernpfad mit Neugier, Engagement sowie Lust am Denken und mathematischen Tun absolviert, was für diese Schulstufe weit über dem Gesamtdurchschnitt liegt.

Ich habe diesen Lernpfad mit Neugier, Engagement sowie Lust am Denken und mathematischen Tun absolviert:



trifft völlig zu	1
trifft eher zu	2
trifft eher nicht zu	3
trifft gar nicht zu	4

Bei einer eventuellen Interpretation der Ergebnisse muss sowohl die geringe Größe der Stichprobe, als auch der Kreis der Schüler/innen (Wahlpflichtfach Mathematik) in Betracht gezogen werden.

Auszüge aus den positiven Rückmeldungen:

„...dass man genau gesehen hat, was passiert, wenn ICH etwas verändere ...“

„Der schrittweise Aufbau, welcher gekoppelt mit den Animationen den Lernfortschritt gesichert hat.“

6. Überblick über den Erstellungsprozess

Der Lernpfad wurde im Rahmen des Projekts „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“ erstellt und getestet. Zuerst wurde das Grundkonzept einvernehmlich festgelegt. Anschließend wurden die Java-Applets von Franz Embacher erstellt. Im Herbst 2005 wurde der theoretische Teil des Lernpfads fertig gestellt – Umgebungsinformationen, Hintergrundwissen und CAS-Umsetzung. Nach einer ersten Evaluationsphase wurde das Drehbuch erstellt und zusätzliche passende Softwareangebote aus dem Open-Source-Bereich hinzugefügt.

Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

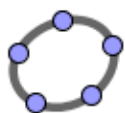
TEIL 5

ALLGEMEINE EVALUATIONSERGEBNISSE und methodisch-didaktische Schlussfolgerungen

verfasst von

Mag. Evelyn Stepancik

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

5. ALLGEMEINE EVALUATIONSERGEBNISSE und methodisch-didaktische Folgerungen

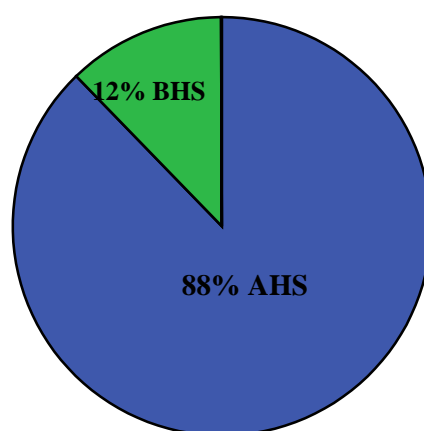
5.1. Äußere Evaluation

5.1.1. Ergebnisse der Schüler/innen-Evaluation

An der äußeren / externen Evaluation nahmen 1538 Schüler/innen aus 88 Klassen teil, davon waren 36 aus der Unterstufe und 52 aus der Sekundarstufe II (AHS und BHS). Davon waren 49% männliche Schüler und 51% weibliche Schülerinnen. 57% der Schüler/innen gaben an, dass Mathematik ein Fach ist, das sie gerne mögen. Untersucht man diese Frage geschlechtsspezifisch, so sind die Unterschiede geringer als möglicherweise erwartet. 52% Mädchen und 63% der Buben gaben an, dass Mathematik ein Fach ist, das sie gerne mögen.

Auf die einzelnen Schulstufen entfielen dabei folgende Prozentsätze:

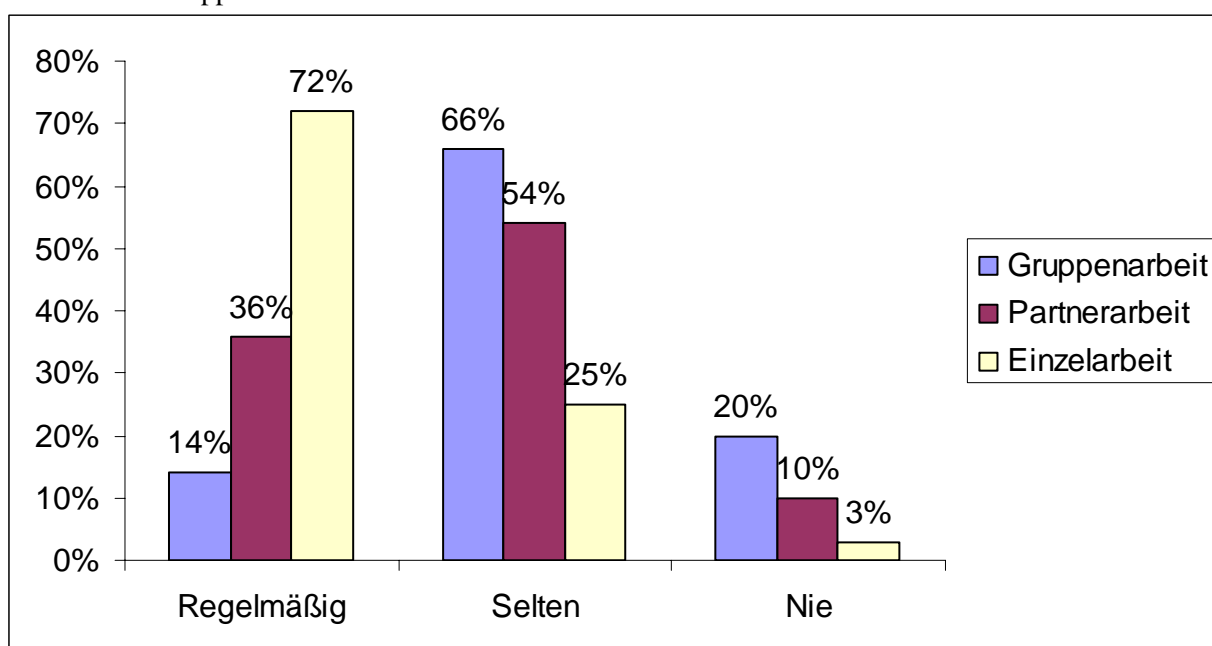
- 6. Schulstufe: 16%
- 7. Schulstufe: 15%
- 8. Schulstufe: 18%
- 9. Schulstufe: 23% (AHS und BHS)
- 10. Schulstufe: 10% (AHS und BHS)
- 11. Schulstufe: 11% (AHS und BHS)
- 12. Schulstufe: 7% (AHS und BHS)



Auf die einzelnen Lernpfade entfiel dabei folgende Schüler/innenanzahl:

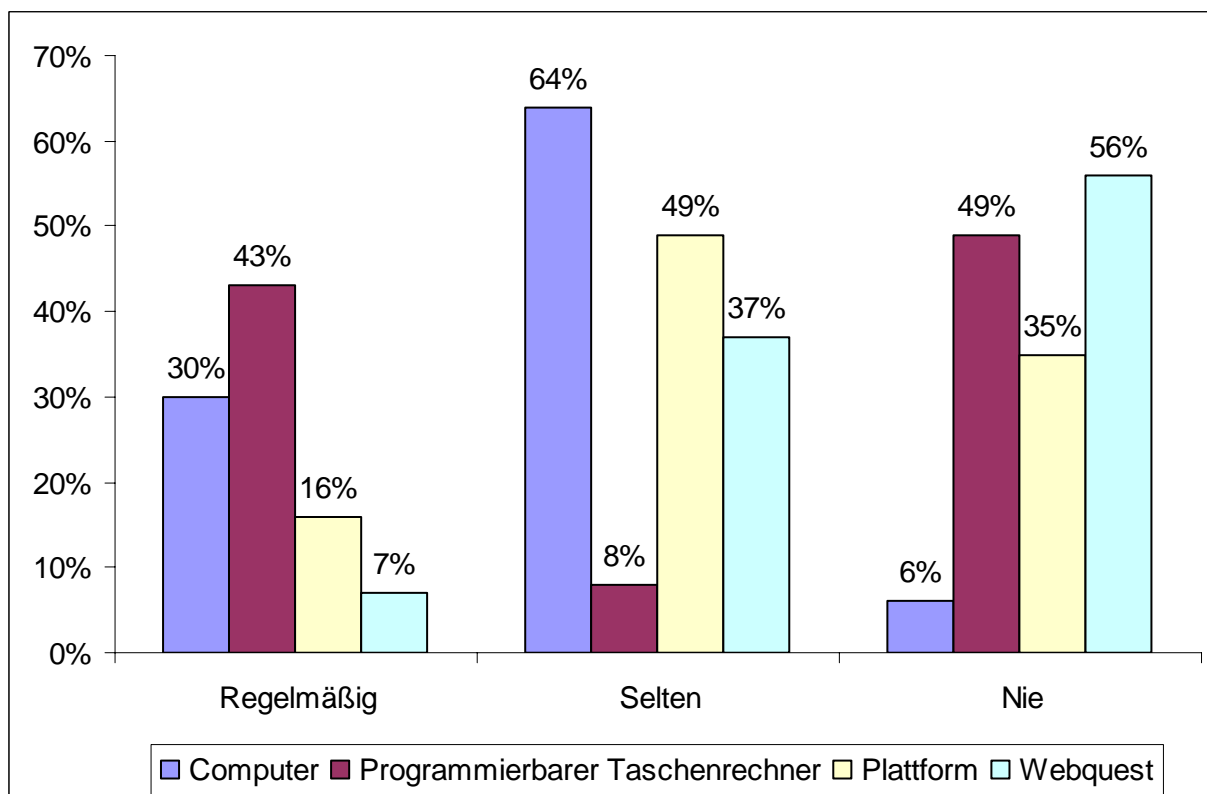
Koordinatensystem und geometrische Grundbegriffe	198
Kongruenz - vermuten, erklären, begründen	15
Dreiecke - Merkwürdige Punkte	63
Pythagoras (3. Klasse)	242
Pythagoras im Raum (4. Klasse)	66
Zylinder - Kegel - Kugel	6
Beschreibende Statistik (4. Klasse)	199
Funktionen - Einstieg	281
Vektorrechnung in der Ebene, Teil 1	104
Vektorrechnung in der Ebene, Teil 2	56
Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung	59
Einführung in die Differentialrechnung	201
Einführung in die Integralrechnung	25
RSA-Algorithmus: Asymmetrische Verschlüsselung	23

Die am häufigsten und am regelmäßigsten verwendete Arbeitsweise im Mathematikunterricht ist die Einzelarbeit. Gruppen- und Partnerarbeiten erleben viele Schüler/innen selten.

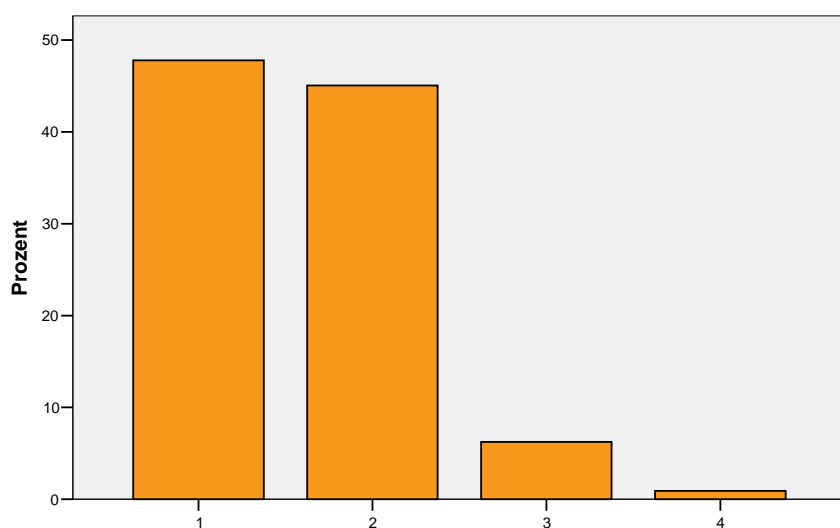


Derzeit haben nur 6% der Schüler/innen (vor Einsatz der Lernpfade) den Computer im Unterricht nie verwendet. Hingegen verwenden 94% der Schüler/innen den Computer im Unterricht. Wollen LehrerInnen allerdings regelmäßig technologieunterstützt unterrichten, so wird überwiegend ein programmierbarer Taschenrechner, danach erst der Computer eingesetzt. Wird Technologie gelegentlich verwendet, wählt die überwiegende Mehrheit den Computer.

Erfreulich ist auch, dass rund 65% der Schüler/innen Lernplattformen in ihrem Unterricht bereits kennen gelernt haben.



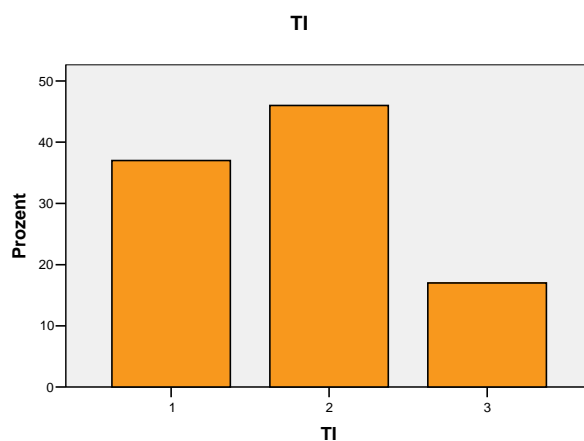
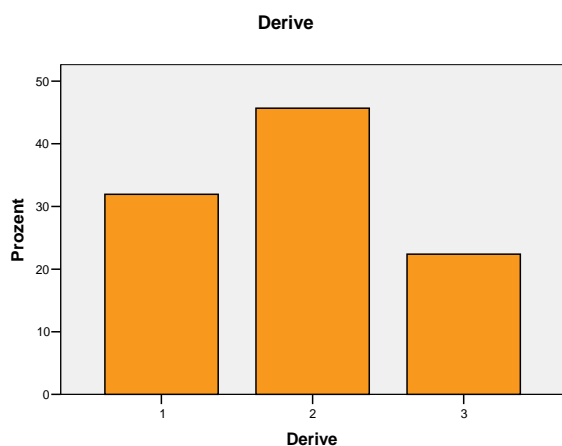
Die Schüler/innen schätzen ihre eigenen Computerkenntnisse folgendermaßen ein:
Ich kenne mich mit dem Computer gut aus:



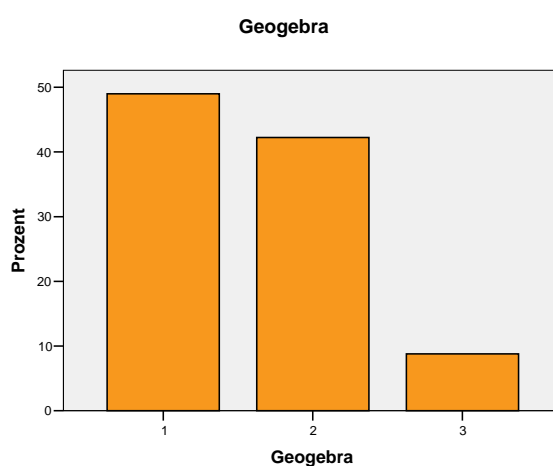
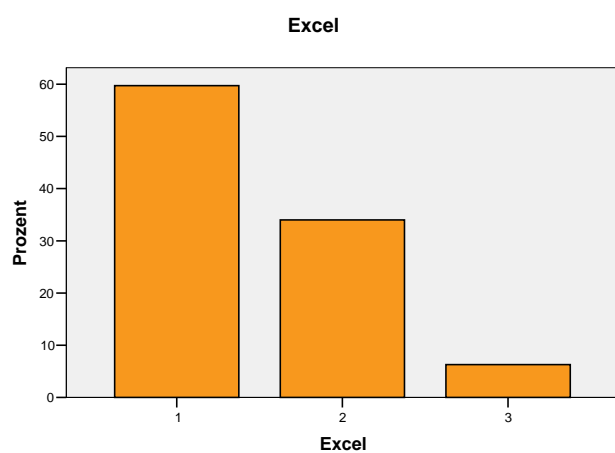
1	trifft völlig zu
2	trifft eher zu
3	trifft eher nicht zu
4	trifft gar nicht zu

Bei der Frage, ob die im Lernpfad verwendete Software mit den im Lernpfad angeführten Erklärungen leicht zu handhaben war, erzielten die Excel-Hilfen (Videos) gefolgt von den GeoGebra Erklärungen die besten Werte.

Die Software war (mithilfe der Erklärungen im Lernpfad) leicht zu handhaben!



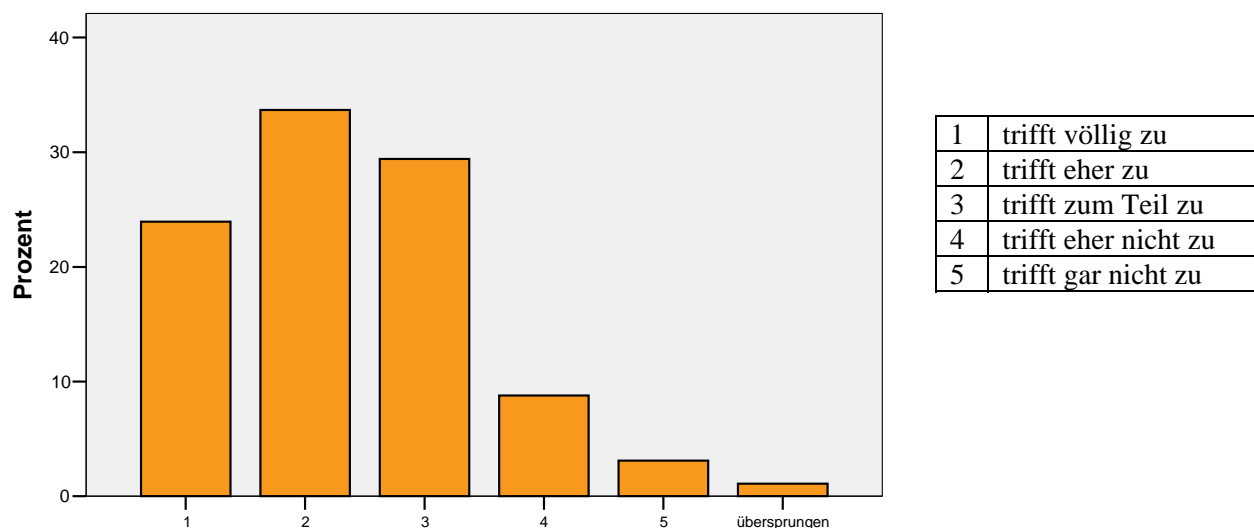
1 ... trifft zu
2 ... trifft zum Teil zu
3 ... trifft nicht zu



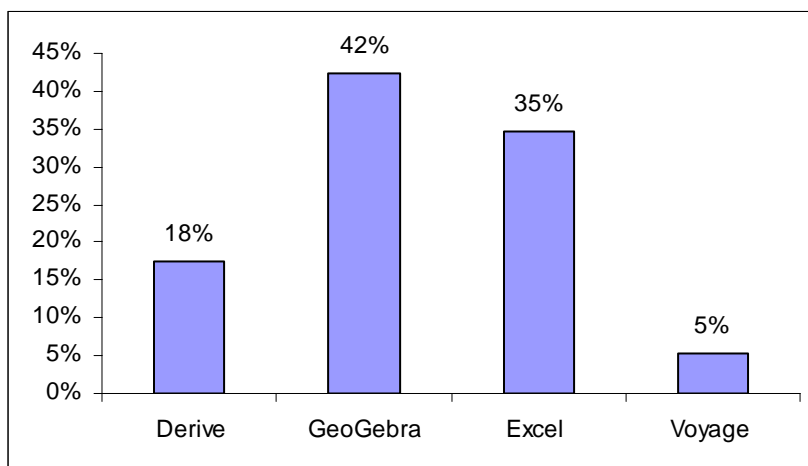
Die Gestaltung der Lernpfade wird von den Schüler/innen sehr positiv beurteilt. 69% gaben an, dass ihnen das Layout der Lernpfade sehr gut gefallen hat. 79% der Schüler/innen antworteten auf die Frage: „Ich habe mich mit den Links im Lernpfad sehr gut zurechtgefunden“ mit „trifft völlig zu“ bzw. „trifft eher zu“, für einen weitaus geringeren Anteil der Schüler/innen trifft dies eher nicht bzw. gar nicht zu.

Die in den Lernpfaden verwendete Sprache, war für 79% der Schüler/innen „zur Gänze“ bzw. „größtenteils“ verständlich. Inwieweit sich dies auf das Lesen der Texte niederschlägt, zeigt das folgende Diagramm:

Ich habe die Texte im Lernpfad immer vollständig gelesen:

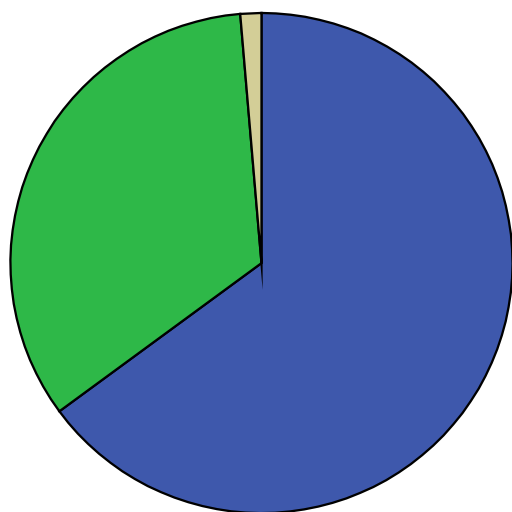


Bei der Konzeption der Lernpfade, welche vor allem der Begriffsbildung dienen, wurden viele neue Visualisierungsmöglichkeiten – vor allem mit GeoGebra – von den Ersteller/innen ausgeschöpft. Daher ist GeoGebra auch die am häufigsten von Schüler/innen verwendete Software.



Über 60% der Schüler/innen gaben an, dass die interaktiven Übungen ihnen beim Verständnis geholfen haben, allerdings haben rund 50% nie zuhause mit dem Lernpfad gearbeitet, 39% haben ihn jedoch zum Üben für die Schularbeit verwendet.

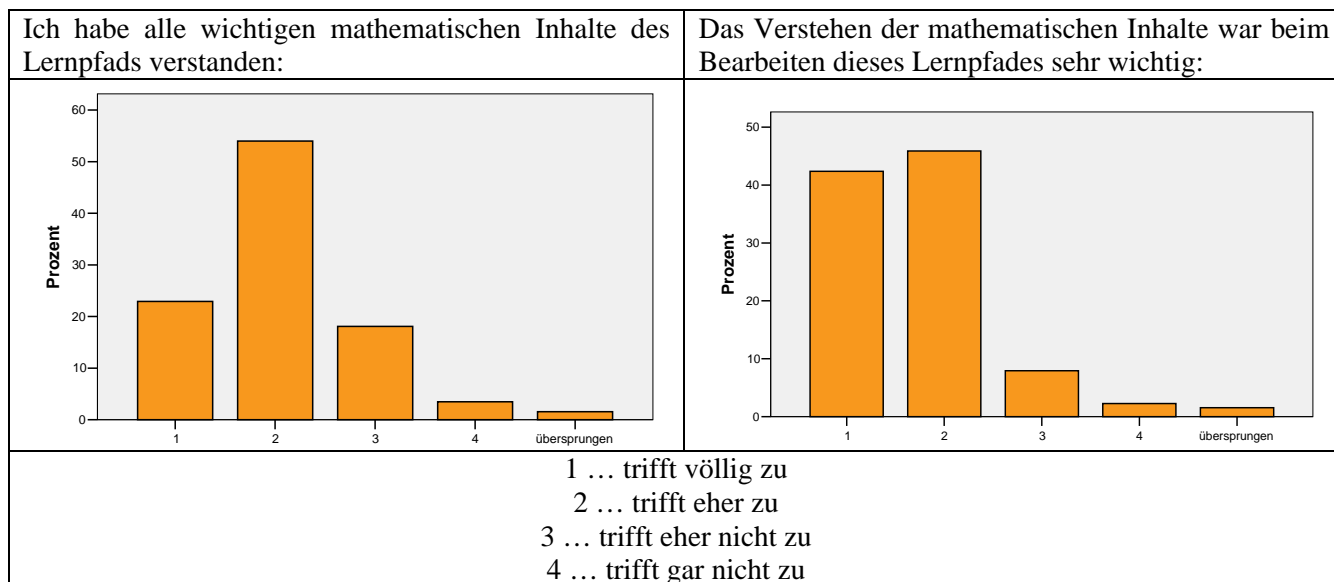
Ich möchte im Mathematikunterricht wieder mit einem Lernpfad arbeiten:



1 ... ja
2 ... nein
übersprungen

Wiederum mehr als die Hälfte der Schüler/innen – nämlich 65% - bejahten die Frage, ob sie wieder mit einem Lernpfad im Mathematikunterricht arbeiten möchten, einen großen Anteil an dieser Tatsache haben die Unterstufenschüler/innen.

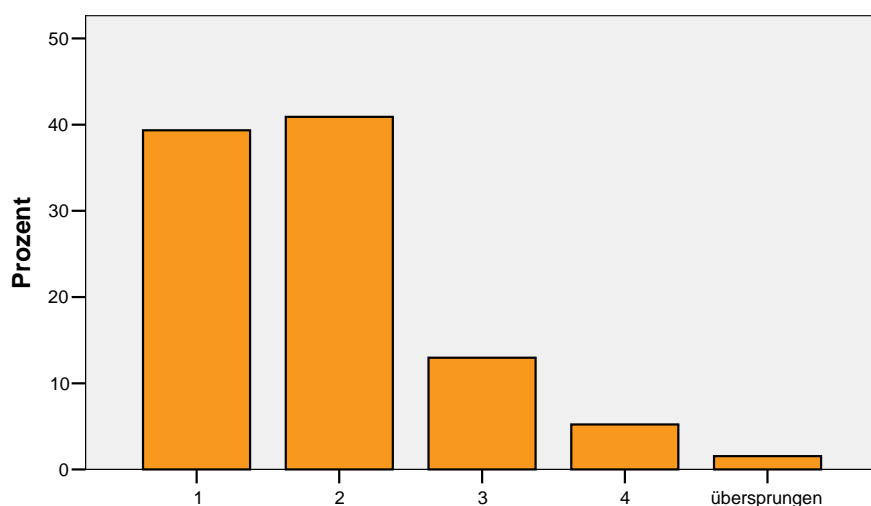
Ein überdurchschnittlich hoher Anteil der Schüler/innen – 78% - gab an, dass sie alle wichtigen mathematischen Inhalte des Lernpfades verstanden haben. Ein noch höherer Anteil – nämlich 90% der Schüler/innen – ist überzeugt, dass das Verstehen der mathematischen Inhalte beim Bearbeiten dieses Lernpfades sehr wichtig war.



Die Schüler/innen sind der Meinung, dass durch die Arbeit am Lernpfad gemeinsames Arbeiten und Kommunikation über mathematische Inhalte ermöglicht wurde. Für 81% der Schüler/innen traf es völlig bzw. eher zu, dass es beim Durcharbeiten ihres Lernpfades möglich war, mit anderen Schüler/innen über die mathematischen Inhalte zu sprechen. Mehr als die Hälfte der Schüler/innen stimmten der Aussage: „Beim Erlernen der mathematischen Inhalte mit diesem Lernpfad konnte ich allein oder mit anderen gemeinsam Ideen und Argumente austauschen.“, zu.

Beim Durcharbeiten dieses Lernpfades war es möglich, mit anderen Schüler/innen über die mathematischen Inhalte zu sprechen:

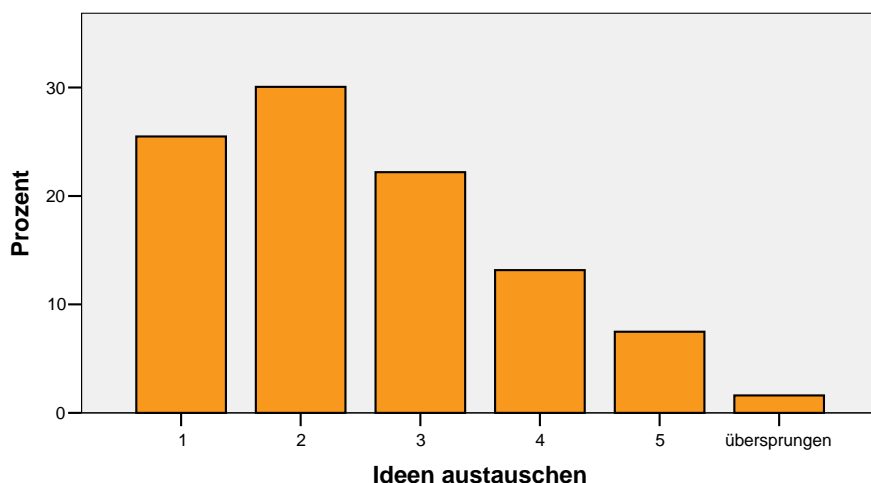
Miteinander sprechen



1	Trifft völlig zu
2	Trifft eher zu
3	Trifft eher nicht zu
4	Trifft gar nicht zu

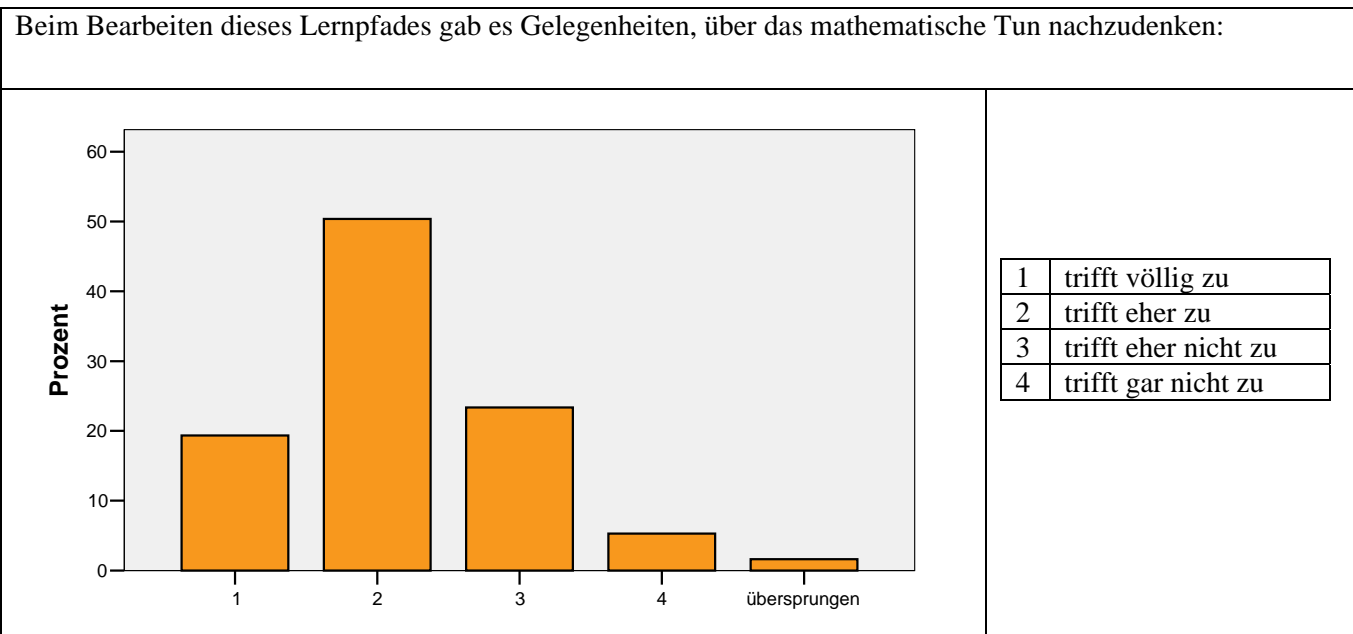
Beim Erlernen der mathematischen Inhalte mit diesem Lernpfad konnte ich allein oder mit anderen gemeinsam Ideen und Argumente austauschen:

Ideen austauschen

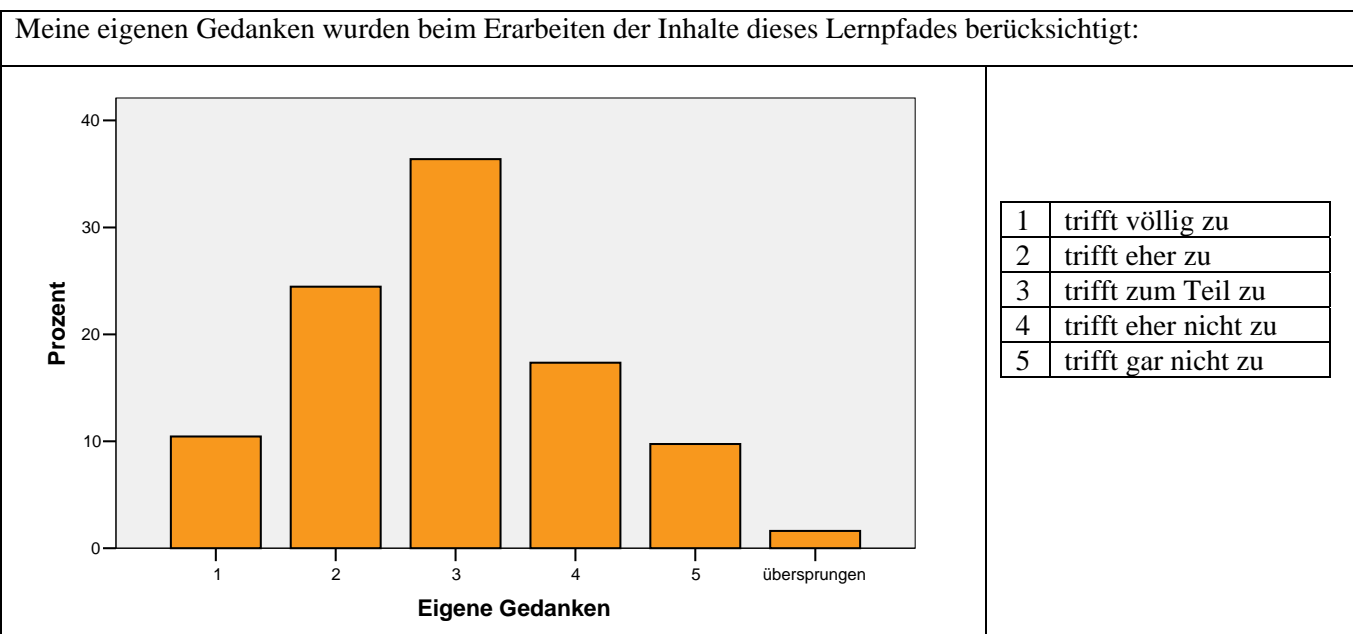


1	Trifft völlig zu
2	Trifft eher zu
3	Trifft zum Teil zu
4	Trifft eher nicht zu
5	Trifft gar nicht zu

Ähnlich wie der oben beschriebene kommunikative Aspekt wurde das Nachdenken über mathematisches Tun bewertet.

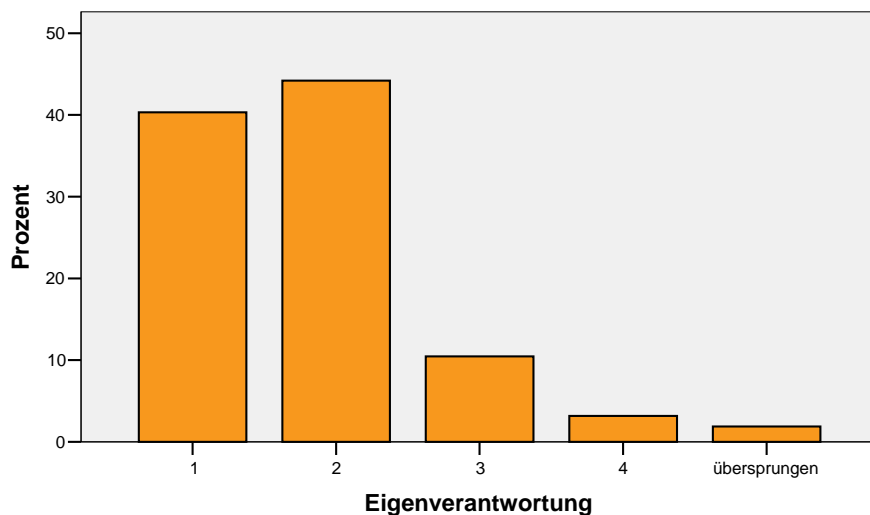


Analog zur vorhergehenden Aussage erhält auch die folgende ein hohes Maß an Zustimmung.



Allerdings fällt auf, dass 68% der Schüler/innen das Erlernen der mathematischen Inhalte mit diesem Lernpfad eher als Nachvollziehen eines fix vorgegebenen Weges empfunden haben. Hingegen stimmten 85% der Schüler/innen der Aussage: „Beim Erlernen der Inhalte mit diesem Lernpfad war ich selbst für meinen Lernfortschritt und Lernprozess verantwortlich“, zu.

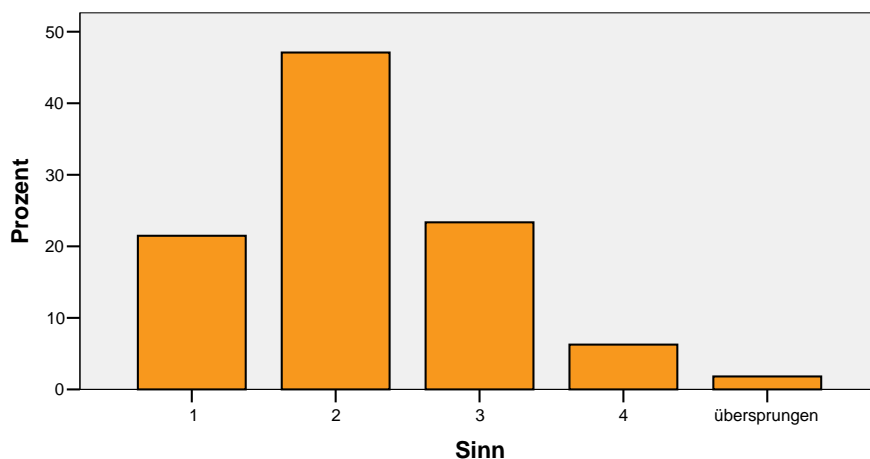
Beim Erlernen der Inhalte mit diesem Lernpfad war ich selbst für meinen Lernfortschritt und Lernprozess verantwortlich:



1	trifft völlig zu
2	trifft eher zu
3	trifft eher nicht zu
4	trifft gar nicht zu

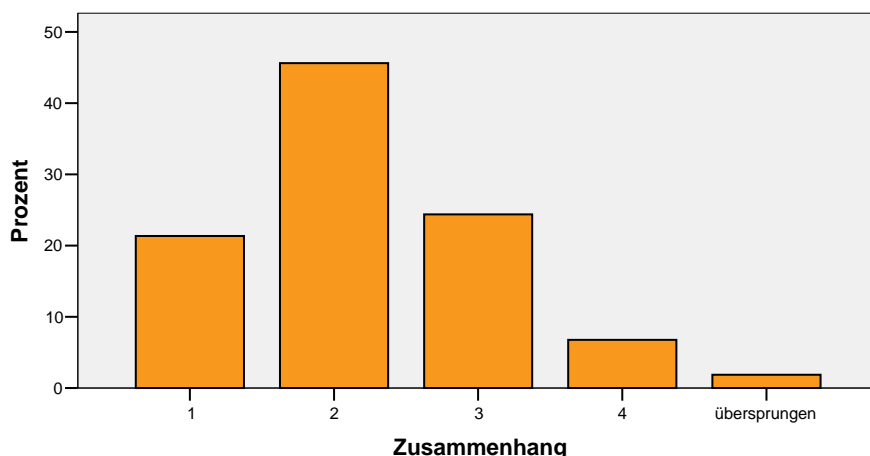
Der Sinn und die Bedeutung der neu erlernten Begriffe wird rund 70% der Schüler/innen klar und etwa ebenso viele erkennen einen Zusammenhang des neu erlernten Teilgebiets mit anderen mathematischen Gebieten.

Der Sinn und die Bedeutung der neu erlernten Begriffe sind mir durch den Lernpfad klar geworden:



trifft völlig zu	1
trifft eher zu	2
trifft eher nicht zu	3
trifft gar nicht zu	4

Mit Hilfe dieses Lernpfades konnte ich erkennen, dass dieses neue mathematische Teilgebiet einen Zusammenhang mit anderen mathematischen Gebieten hat:

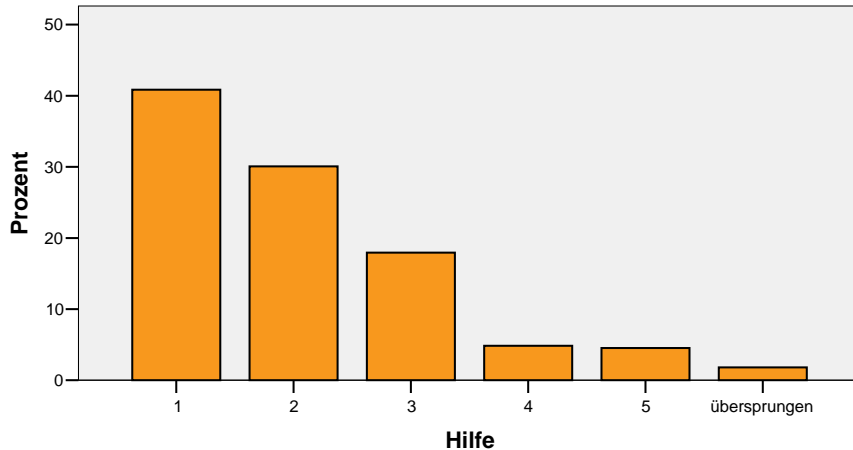


trifft völlig zu	1
trifft eher zu	2
trifft eher nicht zu	3
trifft gar nicht zu	4

Enorm viele Schüler/innen – rund 60% - haben diesen Lernpfad mit Neugier, Engagement sowie Lust am Denken und mathematischen Tun absolviert, im Bereich der Unterstufe werden hier deutlich bessere Ergebnisse erzielt.

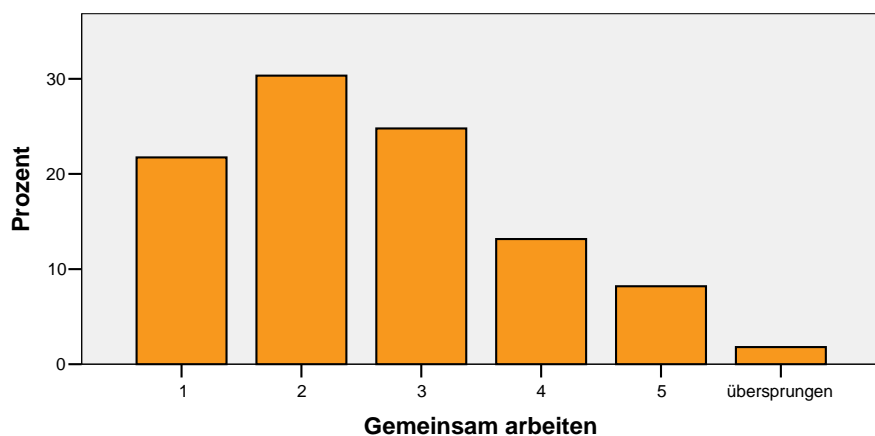
Gegenseitiges Helfen und gemeinsames Arbeiten wurde durch diese Lernpfade bzw. deren methodische Umsetzung in erfreulichem Ausmaß umgesetzt.

Bei der Arbeit mit diesem Lernpfad war es selbstverständlich Mitschüler/innen beim Verstehen zu helfen und selbst, wenn nötig, Hilfe zu bekommen:



trifft völlig zu	1
trifft eher zu	2
trifft zum Teil zu	3
trifft eher nicht zu	4
trifft gar nicht zu	5

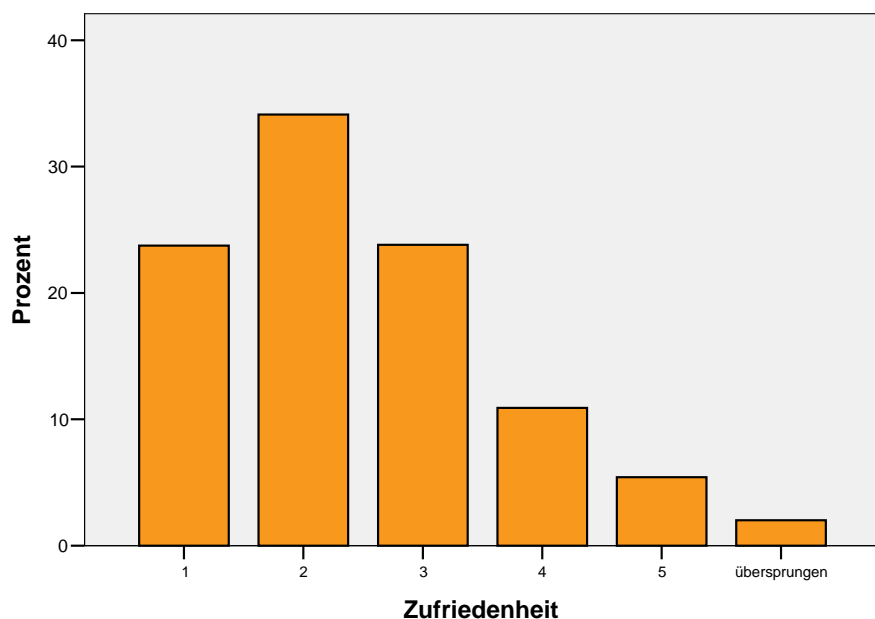
Der Unterricht mit diesem Lernpfad hat mir immer wieder Gelegenheit geboten, gemeinsam mit anderen an Probleme heranzugehen, d.h. wir konnten uns über Ziele und Strategien verständigen, wechselseitige Schwächen ausgleichen und Stärken bündeln.



trifft völlig zu	1
trifft eher zu	2
trifft zum Teil zu	3
trifft eher nicht zu	4
trifft gar nicht zu	5

Die Zufriedenheit mit den Lernpfaden war auf Seiten der Schüler/innen sehr hoch.

Wie zufrieden bist du mit diesem Lernpfad:



1	sehr zufrieden
2	eher zufrieden
3	unentschieden
4	eher unzufrieden
5	sehr unzufrieden

5.1.2. Ergebnisse der Lehrer/innen-Evaluation

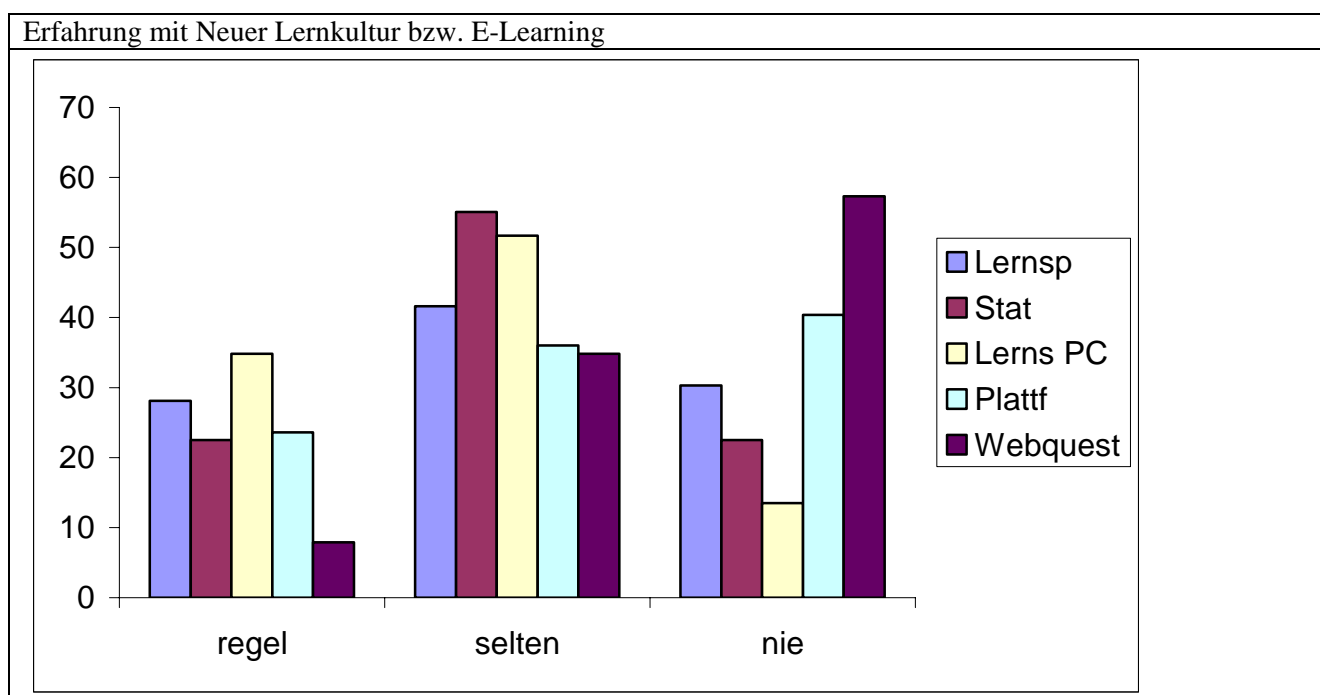
An der externen Evaluation nahmen 74 Lehrer/innen teil, wobei manche auch mit zwei oder drei Klassen teilnahmen, so dass sich 89 ausgefüllte Fragebögen ergaben.

Das Geschlecht ist annähernd gleichverteilt mit 47% männlichen und 53% weiblichen Teilnehmer/innen. Die freiwillige Angabe des Alters wurde von 85 Lehrer/innen gemacht, dabei ergab sich eine sehr heterogene Verteilung von 24 bis 60 Jahren, wobei die Altersgruppe von 47 bis 50 Jahren am stärksten vertreten war.

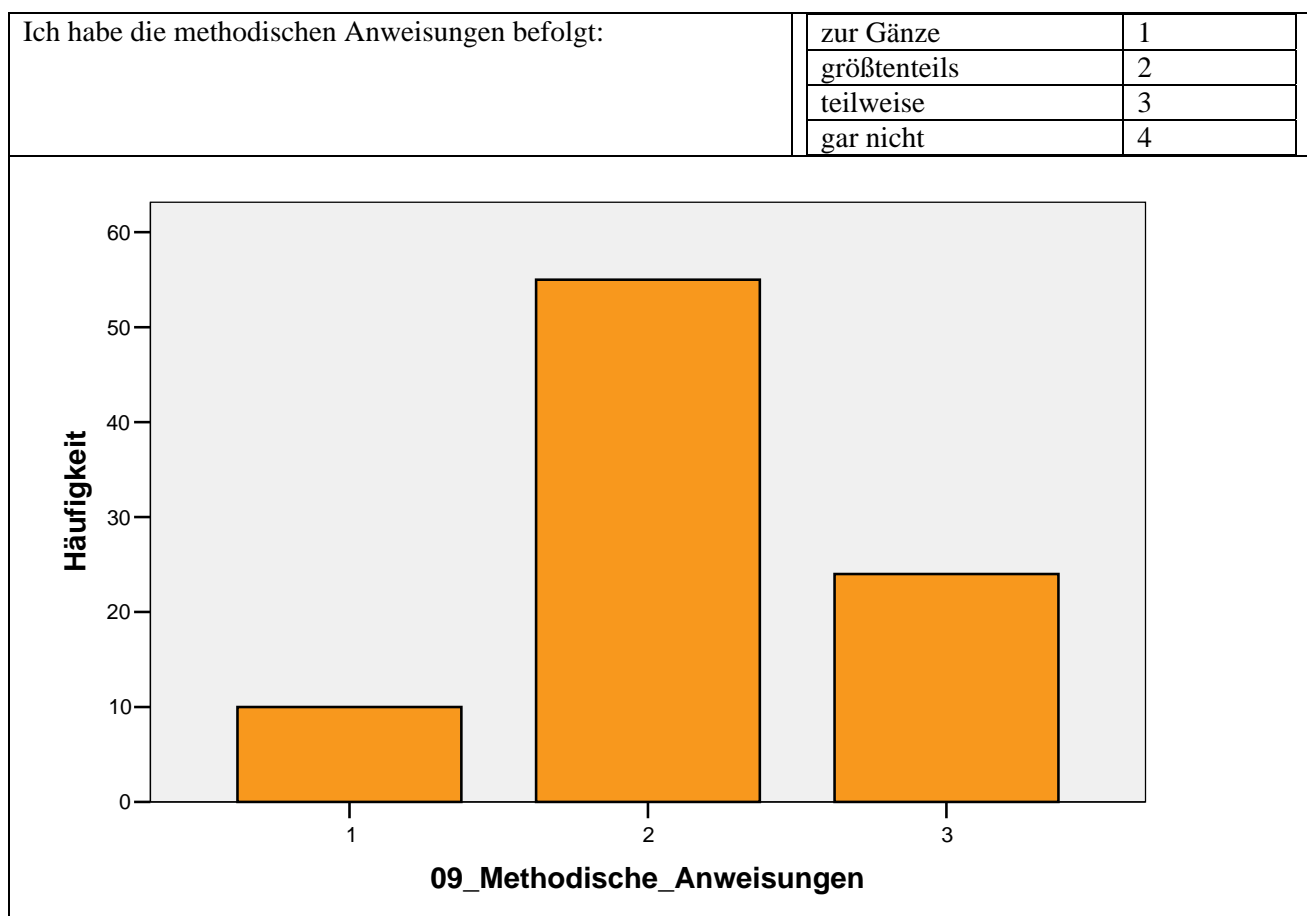
Bei der Frage nach der Teilnahme an besonderen Projekten der betreffenden Schulen zeigte sich, dass erwartungsgemäß relativ viele Kolleg/innen von Schulen mit E-Learning-Schwerpunkten (eLSA, eLC) teilnahmen. Im Einzelnen wurden genannt:

- TEOS: 3x
- eLSA: 23x
- eLC: 5x
- IMST: 22x
- andere: EU-Projekte 6x

Bei der Frage nach den Vorerfahrungen bzgl. Neuer Lernkultur und E-Learning ergab sich ein recht erfreuliches Bild. Keine Vorerfahrungen mit Lernspiralen hatten 30%, mit Stationenbetrieben 23%, mit Lernsequenzen nur 14%, und mit Lernplattformen 40%.



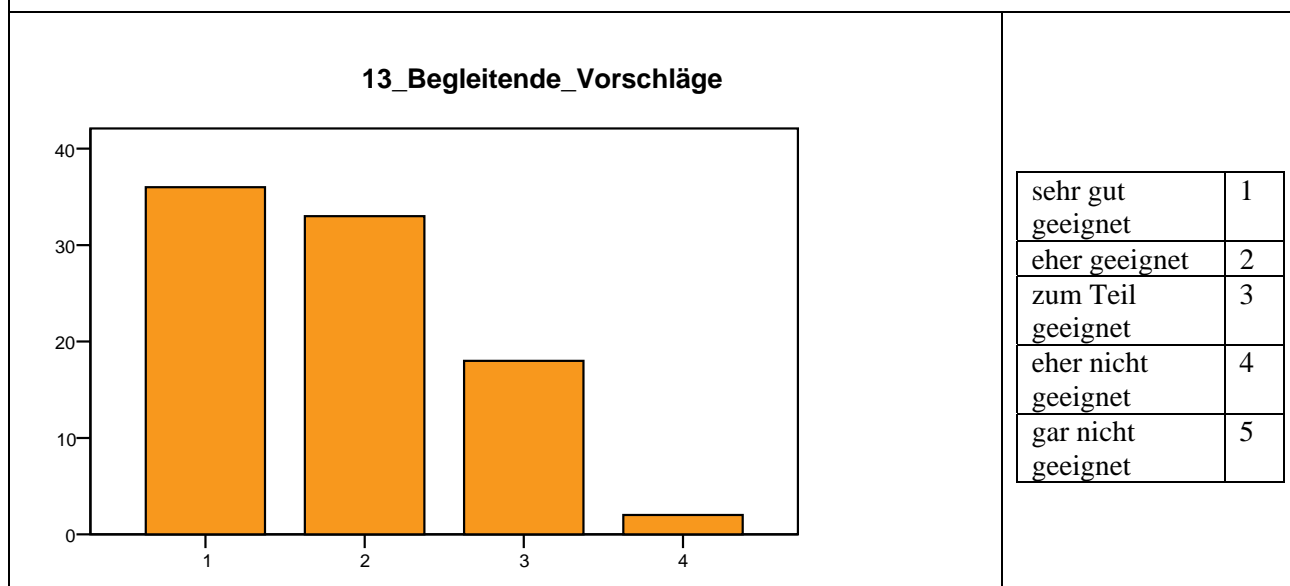
96% der Kolleg/innen haben bei der Vorbereitung den didaktischen Kommentar zum Lernpfad gelesen. Die dabei vorgeschlagene Anzahl von Unterrichtseinheiten konnten 64% der Kolleg/innen einhalten. Mit 73% hielten sich die meisten Lehrer/innen an die methodischen Anweisungen, die Rubrik „gar nicht“ wurde überhaupt nicht gewählt.



Die Fragen, ob die genannten Vorkenntnisse in inhaltlicher, methodischer und technischer Hinsicht ausreichend gewesen seien, wurden sehr positiv bewertet und mit 99%, 96% und 96% mit „Ja“ beantwortet.

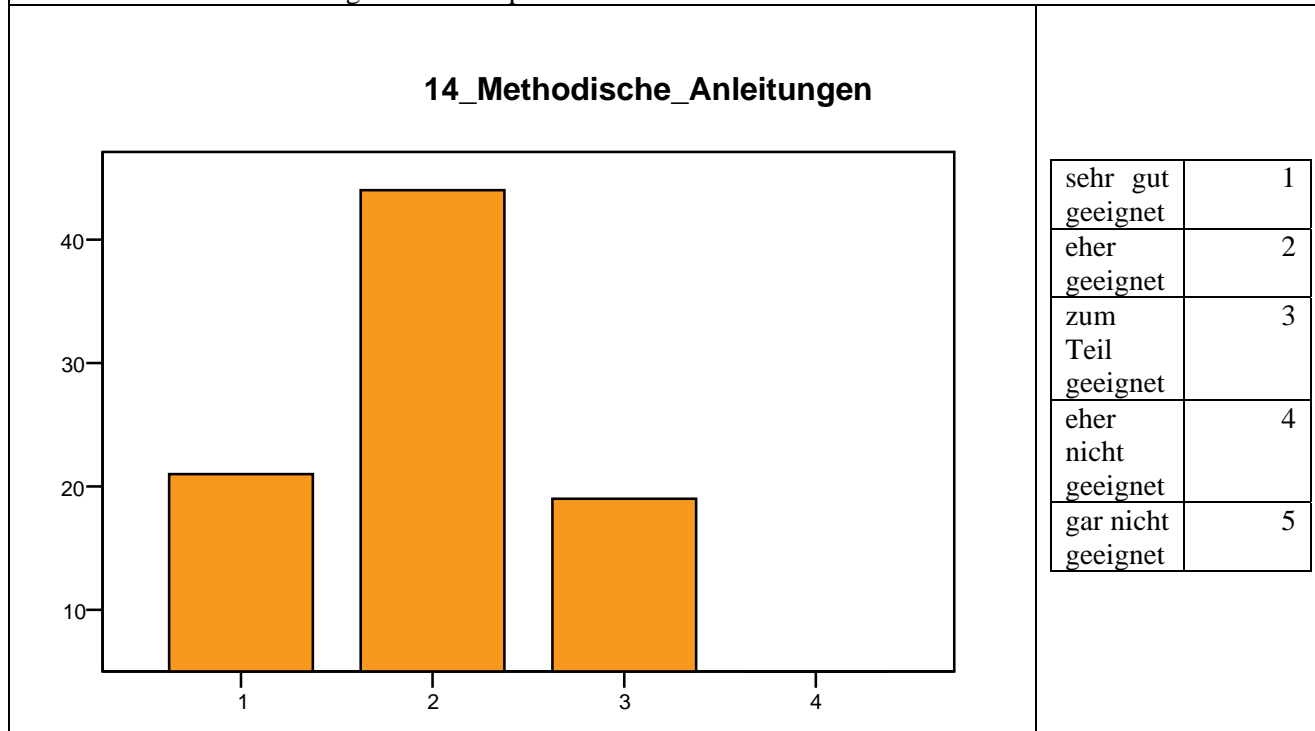
Ein ähnliches Bild ergab sich bei der Einschätzung der begleitenden Vorschläge. Dass diese eher nicht geeignet seien, gaben nur 2 Kolleg/innen, die Kategorie „gar nicht geeignet“ wurde nicht gewählt.

Sind die begleitenden Vorschläge zur Umsetzung (Lernspirale, Themenplan, Arbeitsanleitung, ...) des Lernpfads im Unterricht für technologieunterstützten Unterricht geeignet?



Auch die Qualität der methodischen Anleitungen scheint sehr hoch zu sein, nur 5 Kolleg/innen hielten diese für „eher nicht geeignet“, die Kategorie „gar nicht geeignet“ wurde wiederum nicht gewählt.

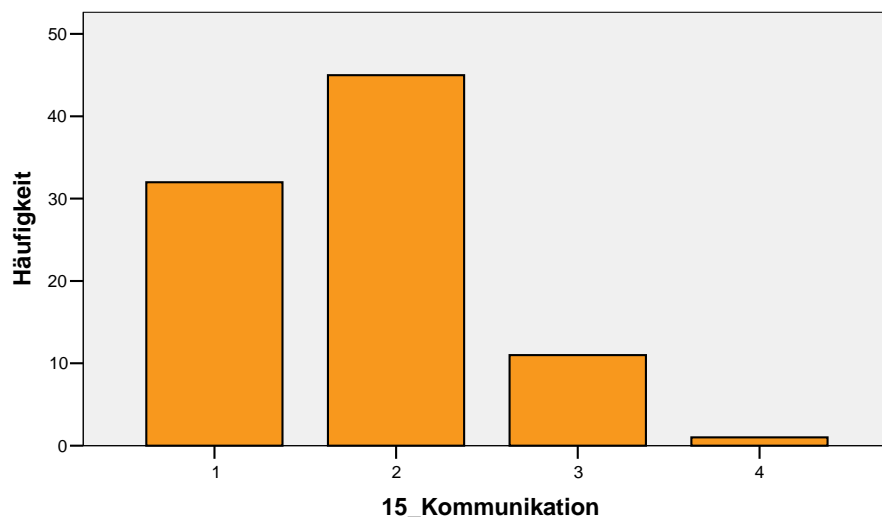
Die methodischen Anleitungen zum Lernpfad waren für mich sehr hilfreich:



Die Zusammenstellung des Lernpfads hätten nur 24% gerne geändert, einzelne Teile allerdings doch 40% der Kolleg/innen.

87% der Lehrer/innen waren der Meinung, dass die vorgeschlagene Unterrichtsmethode die Kommunikation der Schüler/innen untereinander eher fördere. Dies ist eine sehr erfreuliche Quote, weil das Vorurteil, dass E-Learning schweigende Einzelbeschäftigung mit dem Computer sei, doch noch weit verbreitet ist.

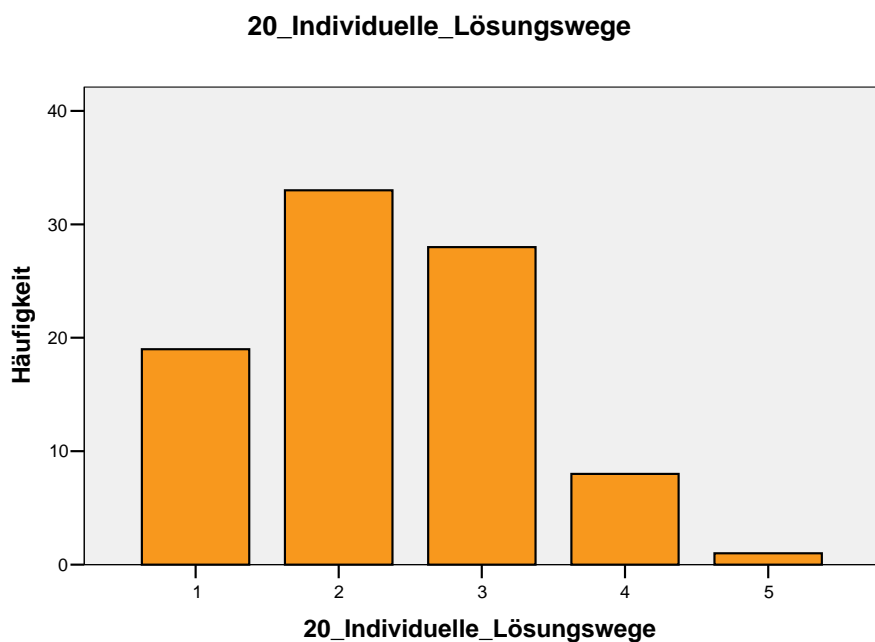
Die vorgeschlagene Unterrichtsmethode fördert die Kommunikation der Schüler/innen untereinander über Mathematik:



trifft völlig zu	1
trifft eher zu	2
trifft eher nicht zu	3
trifft gar nicht zu	4

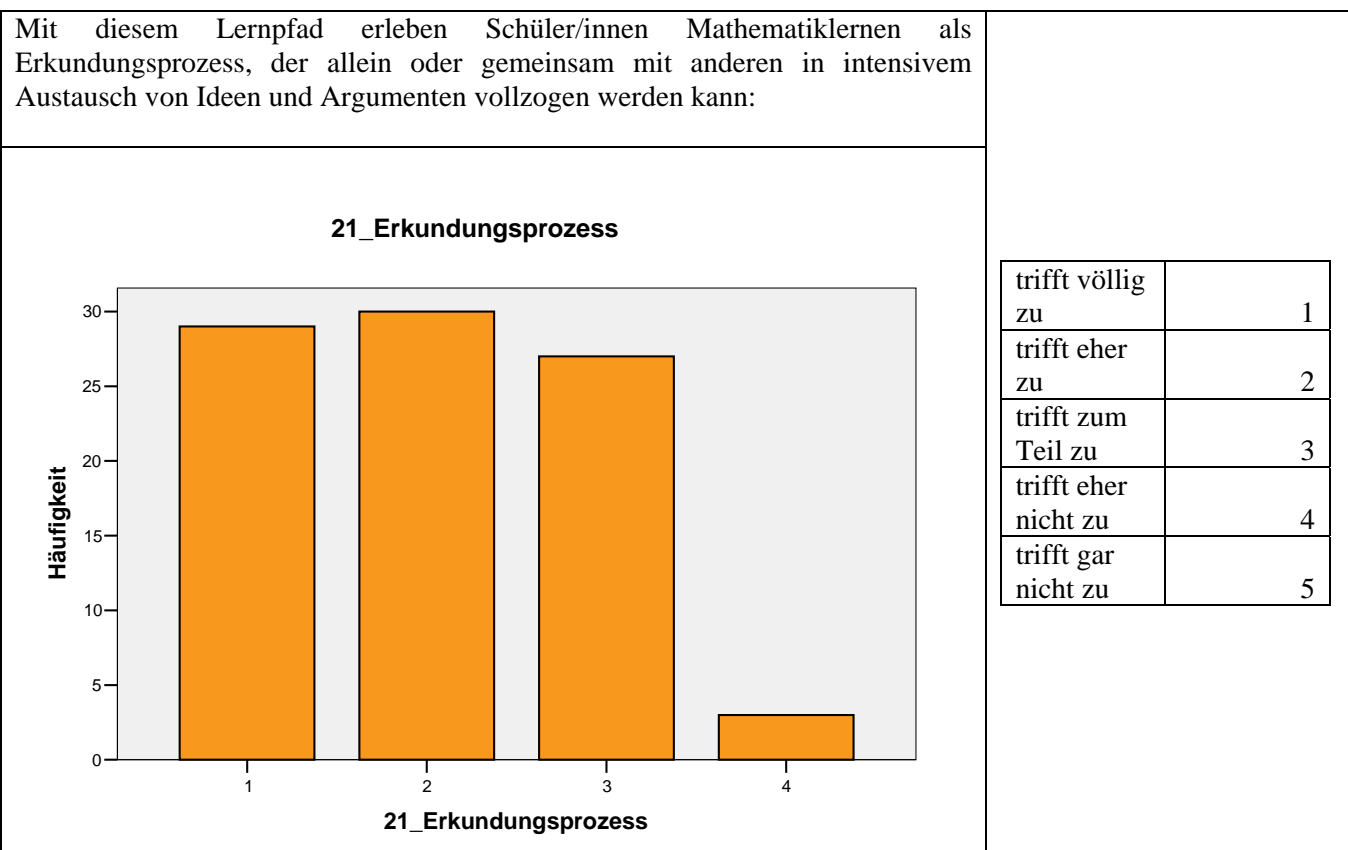
Den Lernpfaden wird überwiegend zugestanden, dass sie den Schüler/innen individuelle Lösungswege ermöglichen.

Der Lernpfad ermöglicht Schüler/innen unterschiedliche und individuelle Lösungswege:

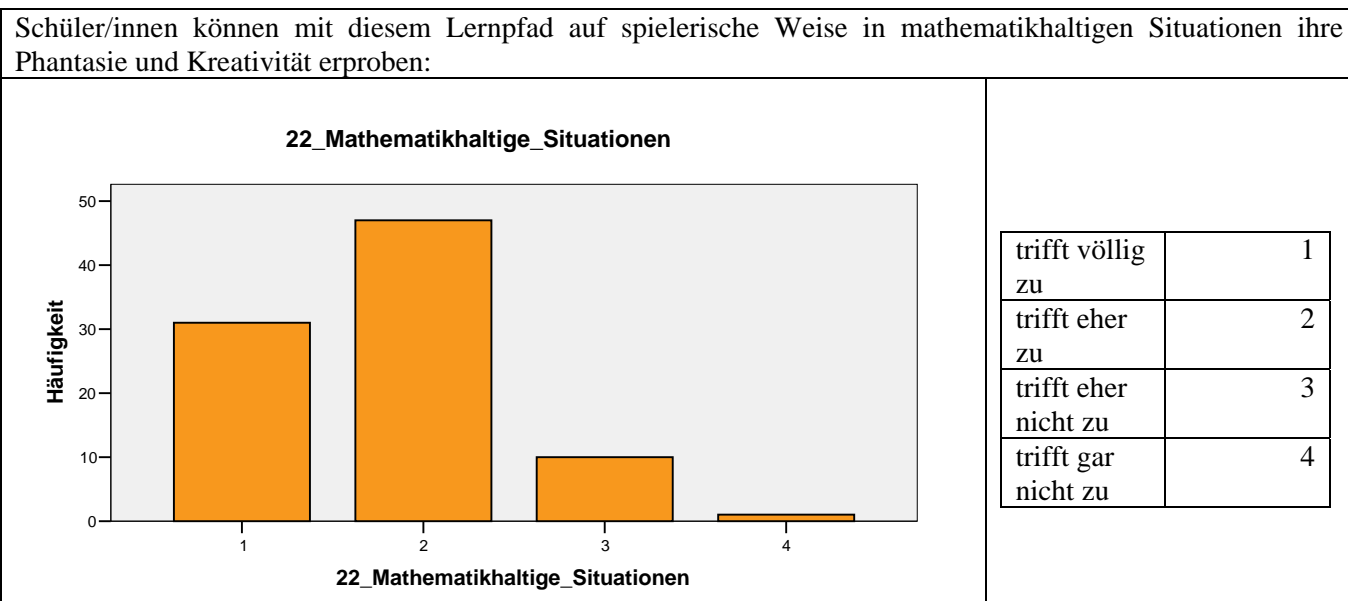


trifft völlig zu	1
trifft eher zu	2
trifft zum Teil zu	3
trifft eher nicht zu	4
trifft gar nicht zu	5

Ähnlich hoch ist die Zustimmung, dass die Lernpfade das Mathematiklernen als Erkundungsprozess erleben lassen. Nur 3% stimmen eher nicht zu, „trifft gar nicht zu“ wurde überhaupt nicht gewählt.

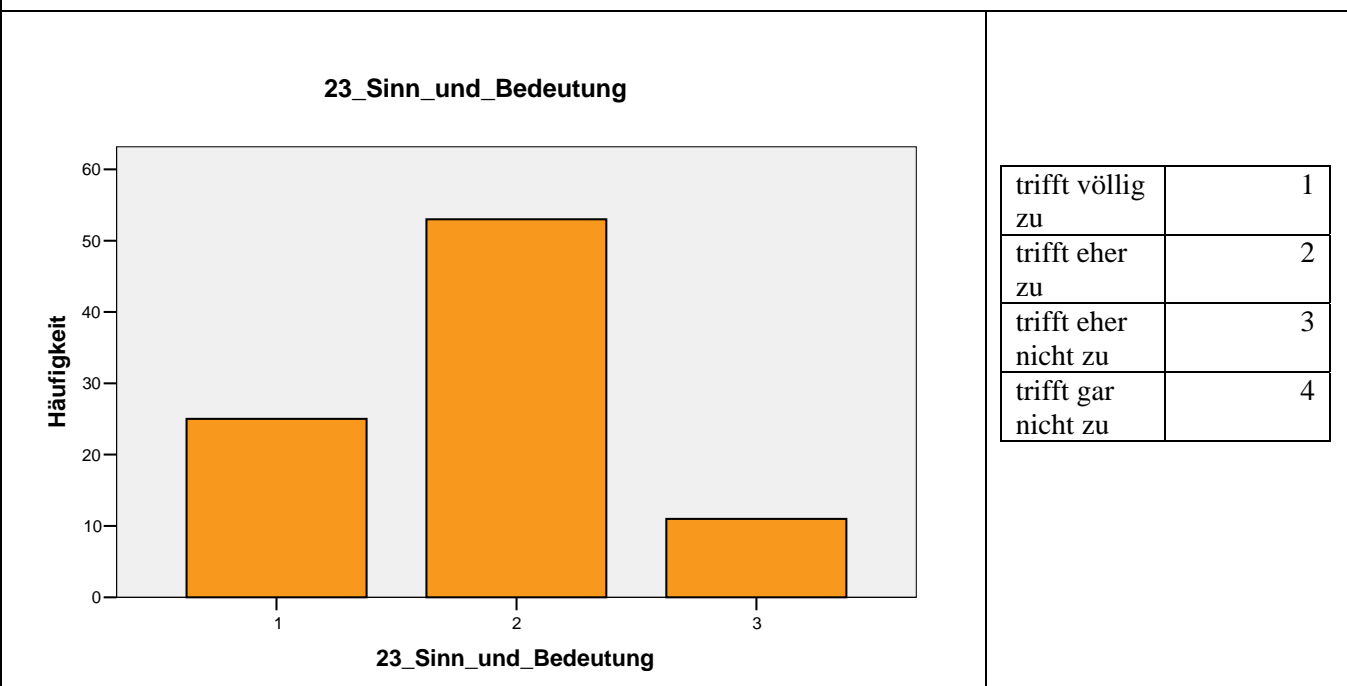


Auch bei der Frage, ob die Schüler/innen ihre Phantasie und Kreativität erproben konnten, herrscht mit 88% eher Zustimmung.



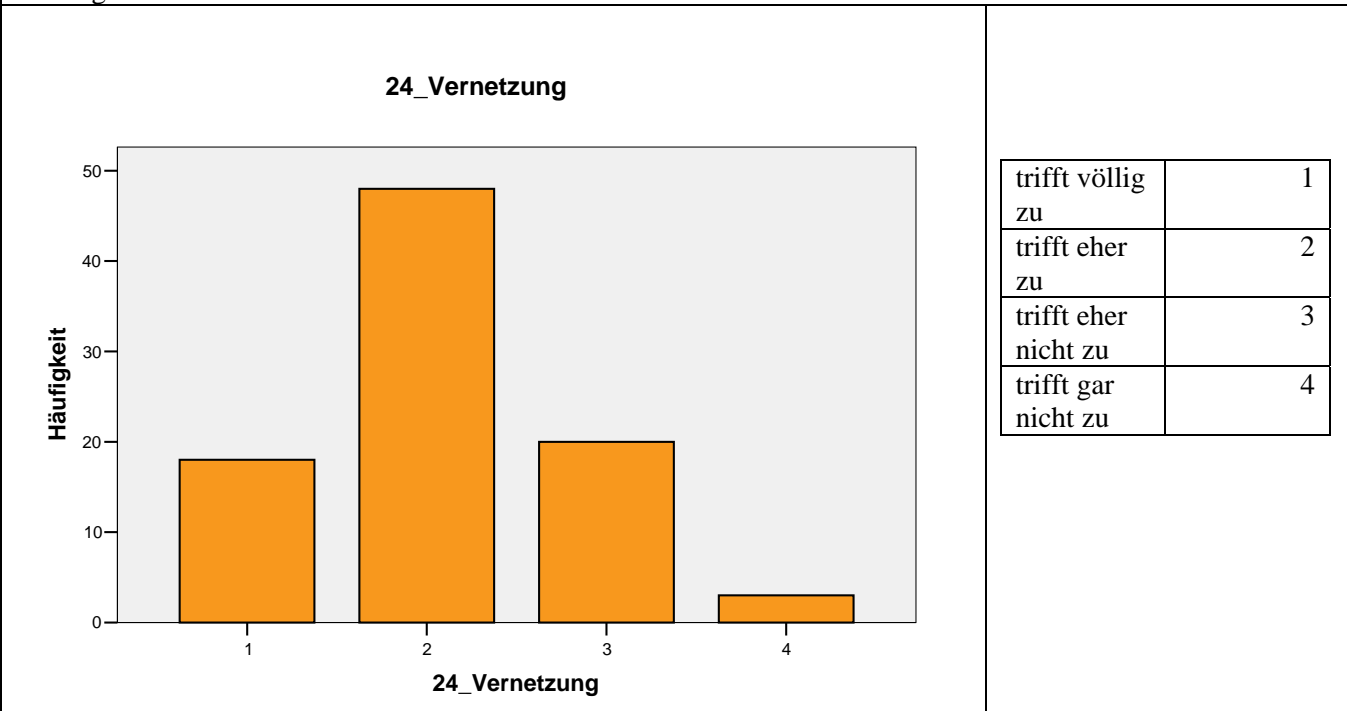
Dass Sinn und Bedeutung der jeweils anstehenden Mathematik nachvollziehbar thematisiert würden, wurde nur von 12% der Kolleg/innen angezweifelt.

Im Lernpfad werden Sinn und Bedeutung der jeweils anstehenden Mathematik für Schüler/innen nachvollziehbar thematisiert:

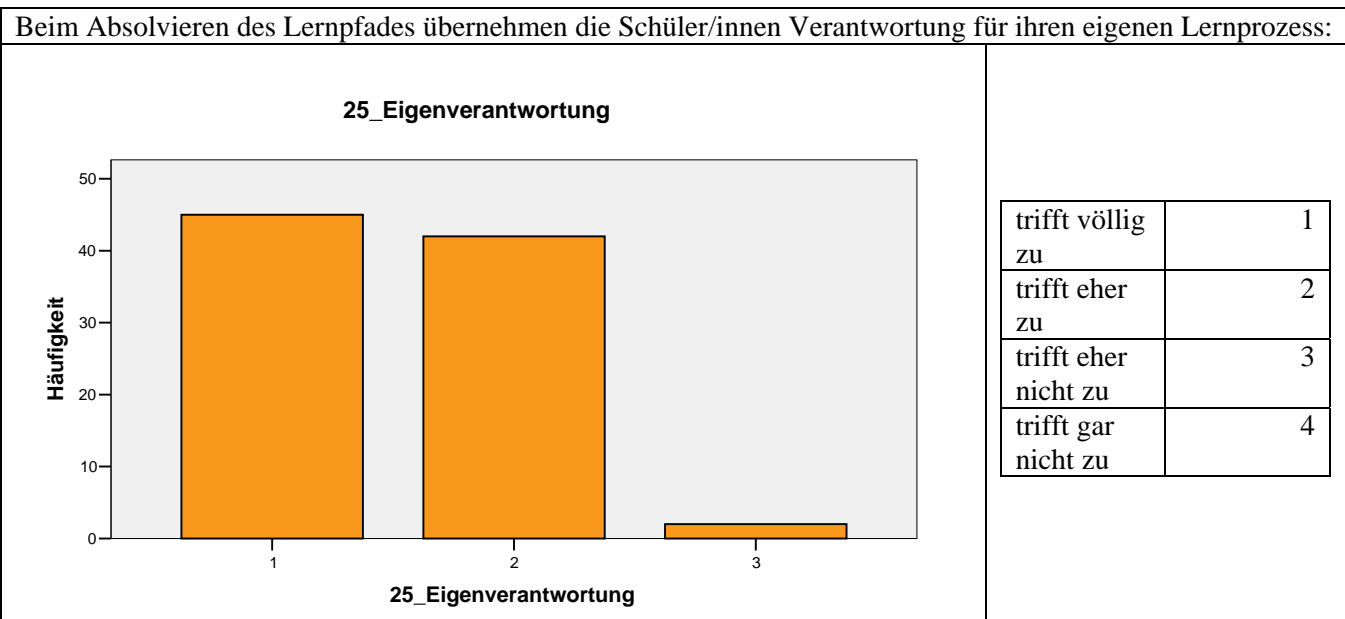


Immerhin 74% der Lehrer/innen stimmten zu, dass die Vernetzung zwischen mathematischen Teilgebieten erkennbar herausgearbeitet wurde.

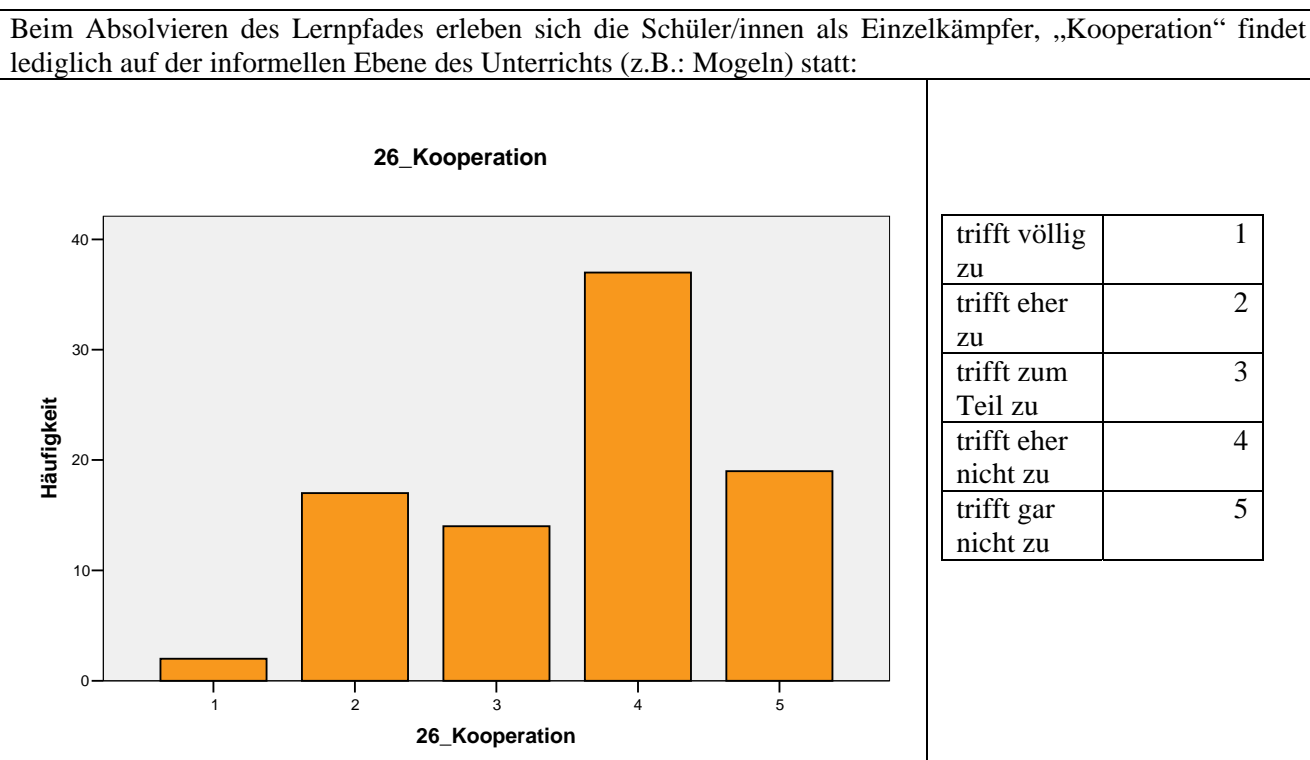
Die Vernetzung zwischen mathematischen Teilgebieten wird im Lernpfad für Schüler/innen erkennbar herausgearbeitet:



Die positive Erwartung der Autor/innen, dass die Lernpfade die Eigenverantwortung der Schüler/innen fördere, wurde mit 98% Zustimmung („trifft völlig zu“ oder „trifft eher zu“) voll bestätigt. Die Rubrik „trifft gar nicht zu“ wurde nicht ausgewählt.



Den Lernpfaden wird auch bescheinigt, dass sie Kooperation in der Lerngruppe förderten. Nur 2% stimmen dem überhaupt nicht zu.



Bei den Abschlussmitteilungen, die in offener Frageform gegeben werden konnten, war der Grundtenor ebenfalls positiv. Jedoch wurden auch etliche kritische Anmerkungen gemacht, die aber überwiegend konstruktiv waren. Sehr häufig kam die Rückmeldung, dass die Lernpfade für gute Schüler/innen ein tolles Angebot seien, schwächer Schüler/innen aber überfordert sein könnten.

Auswahl aus den positiven Äußerungen:

- „Der Lernpfad ist ausgezeichnet strukturiert, die Grafiken sind sehr einprägsam und die Anwendungsbeispiele lebensnah. Tolle Leistung! Danke, dass ich diesen Lernpfad für meinen Unterricht verwenden durfte!“
- „Der Lernpfad ist eine ganz tolle Sache! Für die Lernenden eine willkommene Abwechslung. Ich finde ihn für die jungen Leute sehr attraktiv gestaltet mit Objekten aus deren Alltag.“
- „Dieser Lernpfad stellt für einen interessierten und lernwilligen Schüler eine sehr gut Materialunterlage dar. Danke!“
- „Ein tolles Projekt, auch von den SchülerInnen sehr positives Feedback "Wann machen wir das wieder?" war die häufigste Frage.“
- „Eine tolle Bereicherung. Gut Vorbereitet. Ohne viel Zutun meinerseits einsetzbar.“
- „Es hat allen Schülern großen Spaß gemacht, mit GeoGebra zu arbeiten und der Unterricht wurde abwechslungsreicher.“
- „Ich finde die Zusammenstellung des Lernpfades sehr schön und schätze vor allem die Java-Applets und Selbst-Tests! Den Übergang von der Sekante zur Tangente kann man einfach auf keine Art besser darstellen als mit Geogebra!“
- „Qualitativ hervorragender Lernpfad; technisch sehr gut umgesetzt; sehr konkrete Aufgabenstellungen.“

Auswahl aus den kritischen Anmerkungen:

- „Wie schon erwähnt, sollen noch gezielte Arbeitsaufträge erfolgen. "Was müssen wir jetzt tun?" war eine der häufigsten Fragen.“
- „Schwache Schüler sind ohne ausreichende Hilfestellungen des Lehrers nicht imstande, sich die Inhalte zu erarbeiten. Viele zusätzliche Rechenbeispiele zum Einüben müssten zusätzlich eingebaut werden. Zeitaufwand ist wesentlich größer.“
- „Meiner Meinung nach ist die Nachhaltigkeit bei Verwendung des Lernpfades geringer als beim herkömmlichen Unterricht.“
- „Ich glaube, meine Schüler hatten zum Teil Schwierigkeiten mit der Gestaltung des eigenen Hefteintrages, das sind sie nicht gewohnt.“
- „Für mich war es der Erstversuch mit Schulklassen. Das Unterrichten war manchmal anstrengender, weil völlig andere Fragen auftauchten als im Normalunterricht. Bei Einigen hat Java kaum funktioniert und das hat Stress verursacht.“
- „Es wäre von Vorteil gewesen, wenn man dynamische Arbeitsblätter abspeichern könnte.“
- „Die willige Klasse hat Schwierigkeiten mit den schriftlichen Anweisungen zurechtzukommen. Die SchülerInnen reagieren verunsichert auf das Ausbleiben der Anweisungen des Lehrers.“
- „Die SchülerInnen waren mit großem Eifer dabei. Vor allem schwächere SchülerInnen hatten Probleme bei der Erarbeitung. Gründe: mangelnde Organisationsfähigkeit, mangelnde Bereitschaft zum Herumprobieren.“
- „Die Schüler haben sieben Unterrichtsstunden gebraucht um den Lernpfad durchzuarbeiten. Für diese doch recht lange Unterrichtszeit erscheint mir der Ertrag ein wenig gering.“
- „Die Lernsequenz ist gut, aber zu lange! Aus Zeitgründen haben nicht alle SchülerInnen alle Objekte gemacht.“

5.1.3. Zusammenfassung der Rückmeldungen aus den offenen Fragen (alle Lernpfade)

Anmerkungen zu den Interaktiven Übungen

Die interaktiven Übungen, egal ob Geogebra-Applets oder Flash-Animationen, wurden in allen Fragebögen sehr positiv beurteilt. Dabei wurde mehrmals hervorgehoben, dass es wichtig ist, die Auswirkungen der **eigenen** Veränderungen im Applet durch Klicken und Ziehen beobachten zu können. Außerdem schätzten die Schüler/innen die Videos, die als Hilfestellung angeboten wurden, zum Beispiel bei der Verwendung von Excel.

Positive Bemerkungen

Die Animationen, Videos und Applets wurden auch bei den allgemeinen positiven Bemerkungen am häufigsten genannt. Viele Schüler/innen erwähnten ausdrücklich, dass ihnen das Arbeiten am Computer Spaß macht. Das selbständige Erarbeiten und die Zusammenarbeit in der Gruppe wurden als besonders positiv empfunden, vor allem auch deshalb, weil man sich gegenseitig Hilfestellung leisten kann. Die Veranschaulichung komplizierter Zusammenhänge durch Applets, aber auch durch Grafiken und Bilder erschien den Schüler/innen sehr hilfreich für das Verständnis. Dabei kamen die Beispiele aus dem Alltag besonders gut an. Die Schüler/innen schätzten auch die Möglichkeit, nach ihrem individuellen Tempo arbeiten zu können.

Etliche Schüler/innen erwähnten den Fragebogen ausdrücklich positiv, weil ihre Meinung und Rückmeldung dem Autor/innenteam wichtig ist. Das Layout der Lernpfade wurde als angenehm empfunden.

Negative Bemerkungen

Erstaunlicherweise wurde das Layout der Lernpfade fast genau so oft negativ wie positiv beurteilt. Einer jener Kritikpunkte, der am häufigsten genannt wurde, war, dass zu wenig Zeit zur Verfügung stand. Vermutlich lag dies eher an der Umsetzung im Unterricht durch die jeweiligen Lehrer/innen. Außerdem wurden zu lange Texte, unverständliche Erklärungen und schwierige Aufgabenstellungen kritisiert.

Bei manchen Lernpfaden wiesen die Schüler/innen auf fehlende Musterlösungen hin. Dort wo die Lernpfade sie nicht enthalten, wurden die Lösungen leider nicht vom jeweiligen Lehrer/von der jeweiligen Lehrerin beige-steuert. Das selbständige Arbeiten am Computer und die Gruppenarbeit wurden nur ganz selten negativ erwähnt.

5.2. Methodisch-didaktische Einsatzmöglichkeiten von Lernpfaden im Mathematikunterricht

5.2.1. E-Learning und Lernkultur

„Wenn man irgendeine Aktivität nennen sollte, für die der Mensch optimiert ist, so wie der Albatros zum Fliegen oder der Gepard zum Rennen, dann ist es beim Menschen das Lernen.“ [Spitzer, S.10]

Vorweg die gute Nachricht: Das menschliche Gehirn kann nicht anders als ununterbrochen zu lernen. Neben Wissensvermittlung muss daher die bestmögliche Unterstützung von Lernprozessen zentraler Auftrag von Unterricht sein. Mit den Lernpfaden des Projektes „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“ sollen die Chancen von E-Learning genutzt werden, im schulischen Kontext sind jedoch verschiedene Ansprüche an solche Lernmaterialien zu stellen.

- Das Lernmaterial richtet sich nicht an eine Einzelperson, sondern an eine Schülergruppe unterschiedlicher Lerntypen, unterschiedlichem fachlichen Können, Wissen und Interesse sowie unterschiedlichem Sozialverhalten.
- Lernen in der Schule hat andere Zielsetzungen als Lernen daheim. Lernen in der Schule ist an Lehrpläne mit inhaltlichen, didaktischen und methodischen Vorgaben gebunden sowie schulische Rahmenbedingungen (Stunden mit 50 Minuten, Verfügbarkeit von Computern
- Lernkultur ist einerseits im Sinn von Neuer Lernkultur mit Methoden wie offenem Lernen und eigenverantwortlichem Arbeiten zu verstehen, andererseits meint Lernkultur den Anspruch, Wissensvermittlung in der Schule grundsätzlich mit einer Kultur des Lernens zu verbinden.
- Der Einsatz elektronischer Lernmaterialien muss (ebenso wie bei jeder anderen Unterrichtsform) Erkenntnisse der Lern- und Gehirnforschung berücksichtigen.

Fragenkatalog:

Welche Elemente von Lernkultur können in E-Learning einfließen?

Welche Erkenntnisse der Lern- und Gehirnforschung können bzw. sollten in E-Learning Berücksichtigung finden?

Was kann E-Learning im Unterricht leisten?

Wie können verschiedene methodische Konzepte E-Learning unterstützen?

Was brauchen Schülerinnen und Schüler beim E-Learning und wie kann Gelerntes gesichert werden?

Einflüsse der Lernkultur auf E-Learning

E-Learning stellt ein Unterrichtskonzept unter anderen dar. Drei Organisationsformen von Unterricht haben sich im Rahmen von Neuer Lernkultur im schulischen Lernen etabliert:

- Stationenbetriebe aus dem Bereich offenes Lernen,
- Lernspiralen mit Methoden des eigenverantwortlichen Arbeitens (EVA) nach Heinz Klippert
- selbstorganisiertes Lernen (SOL) nach Diethelm Wahl und Martin Herold

Bei den vorliegenden Lernpfaden wurde versucht, einerseits Elemente dieser Organisationsformen in das elektronische Lernmaterial einfließen zu lassen, andererseits werden in den methodisch-didaktischen Begleitmaterialien Vorschläge angeboten, Lernpfade als Lernspirale oder mit Hilfe von Arbeitsplänen mit Pflicht- und Wahlaufgaben umzusetzen.

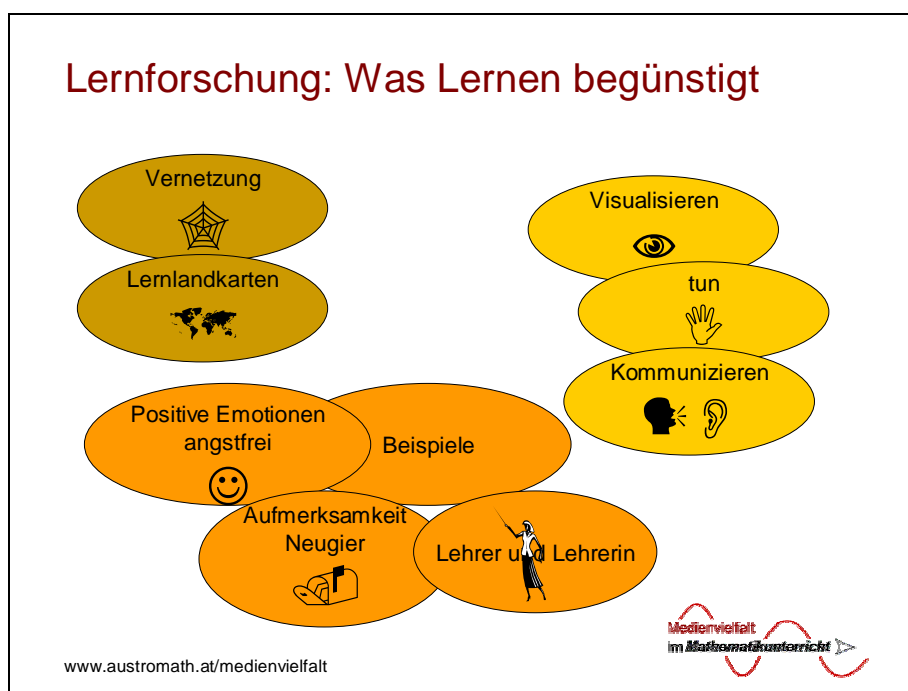
Lernkultur verfolgt unter anderem drei Grundprinzipien des Lernens:

- zielorientiert,
- selbstständig,
- handlungsorientiert.

Lernziele werden den Lernenden zu Beginn des Lernprozesses transparent gemacht. Selbstständigkeit führt zu größerer Autonomie beim Lernen: Das Tempo kann selbst gesteuert werden, Lernschritte können wiederholt oder übersprungen werden, die Schülerinnen und Schüler sind für ihr Lernen selbst verantwortlich. Handlungsorientiertes Lernen unterstützt den Verstehensprozess, wobei nicht nur aktives Tun am Computer gemeint ist, sondern vor allem konkretes haptisches Tun große Bedeutung hat.

Aus der Gehirnforschung: Was Lernen begünstigt

Aus der Gehirnforschung verschiedene Erkenntnisse ableiten, wie Lernen im menschlichen Gehirn funktioniert und wodurch Lernen unterstützt wird.



Beim Lernen werden im Gehirn Verknüpfungen mit bereits bekanntem Wissen angelegt. Wissen wird umso besser verankert, je mehr Verbindungen zu vorhandenem Wissen hergestellt werden. Diese Vernetzung von Neuem mit Altem muss bereits zu Beginn des Lernprozesses ansetzen, um Neues adäquat einordnen zu können. Lerndlandkarten (Mindmaps), Advance Organizer [Wahl, S.139] zur Themenvernetzung zu Beginn des Lernprozesses und bewusstes Aktivieren von Vorwissen unterstützen dies. Wesentlich dabei ist in hoher Aktivitätsgrad des Lernenden.

Spitzer [Spitzer, S.78] betont, dass Kinder vor allem Beispiele, sehr viele und möglichst treffende, brauchen. Die Regeln werden dann leicht selbst erkannt. Aufmerksamkeit [Spitzer, S.141-156], Neugier, positive Emotionen, angstfreies Lernen [Spitzer, S.157-172] und vor allem die Person des Lehrers bzw. der Lehrerin [Spitzer, S.411-414] stellen ganz wesentliche Faktoren für erfolgreiches Lernen dar.

Lernen in Gemeinschaft bietet zusätzlich einen enormen Vorteil: Neben Lernen durch Üben kann durch Zuschauen, durch eigenes Tun und schließlich durch Erklären gelernt werden. Kommunikation und Kooperation stellen wesentliche Bausteine beim Lern- und Verstehensprozess dar [Spitzre, S.421].

Einsatz elektronischer Lernprodukte

Medien-Vergleichsstudien haben (mit wenigen Ausnahmen) gezeigt, dass nicht das Medium selbst (Software, Lehrer/-in, Mitschüler/-in, Buch, Modell), sondern vor allem die Aufbereitung der Inhalte ist entscheidend für Lernerfolg. Als Konsequenz daraus folgt, dass elektronische Lernprodukte und Werkzeuge nur dann eingesetzt werden sollten, wenn sie konkrete Lernprozesse besser unterstützen als herkömmliche Methoden.

Grundsätzlich müssen gerade elektronische Lernprodukte verschiedene Lerntypen unterstützen. Das elektronische Lernmaterial darf nicht allein lesendes Lernen unterstützen. In der Regel gelingt es gut, dass Schülerinnen und Schüler sehr viel bildhaftes Material angeboten wird. Für handelnd-kooperatives Lernen nicht nur am Computer, sondern auch durch haptisches Tun und Zusammenarbeit mit Mitschülerinnen und Mitschülern muss von Erzeugern und Erzeugerinnen bzw. von Lehrern und Lehrerinnen ausreichend gesorgt werden. Akustisches Lernen wird vielfach zu wenig durch elektronische Lernmaterialien abgedeckt.

Mögliche Stärken von elektronischen Lernprodukten

- Unterstützung visuellen Lernens durch Anschauung, Visualisierung abstrakter Begriffe, bildhafte Darstellung in Zusammenhang mit farblicher Gestaltung
- Unterstützung von heuristisch-operativem Lernen: experimentelle Zugänge
- Veranschaulichung durch Simulation
- Möglichkeiten zur Differenzierung hinsichtlich Lerntempo und Schwierigkeitsgrad
- Möglichkeit der Selbstkontrolle
- Möglichkeit zur individuellen Wissensüberprüfung
- Unterstützung von angeleiteter Informationssuche im Internet oder einem bereitgestellten Informationspool

Was Lernende als Vorbereitung einer E-Learning-Phase brauchen

Schülerinnen und Schüler benötigen sowohl inhaltliche als auch organisatorische Hilfestellungen.

In Hinblick auf den Erwerb neuen Wissens ist es notwendig, Vorwissen zu aktivieren, indem das elektronische Lernmaterial eine entsprechende Übung dazu bereitstellt oder der Lehrer bzw. die Lehrerin für diese Aktivierung sorgt. Ein Ausblick auf die neuen Lerninhalte in Verbindung mit Vorwissen soll dafür sorgen, dass neues Wissen mit Vorwissen vernetzt werden kann. Dazu bieten sich Mindmap oder Advance Organizer an. Wichtig erscheint auch in diesem Fall, dass bildhafte Elemente die Vorstellung unterstützen.

Für den zufrieden stellenden Ablauf einer E-Learning-Einheit brauchen die Schülerinnen und Schüler Informationen in schriftlicher Form:

- Welche Lernziele sind zu erreichen?
- Wie lange dauert das Projekt?
- In welcher Form sind schriftliche Aufzeichnungen zu führen?
- Wie werden Hausübungen organisiert?
- Welche Kriterien gelten für eventuelle Beurteilung des Projektes?
- Wann ist der Abgabetermin?

Methodische Umsetzungen von E-Learning

Unterricht mit elektronischen Lernprodukten kann in vielfältige Organisationsformen eingekleidet werden.

Ein Lernpfad kann methodisch unterstützt werden, indem mit Hilfe eines Stationenbetriebes bzw. Themenplans Aufgaben als Pflicht oder Wahl ausgewiesen, die Sozial- und Kontrollformen angegeben und Arbeitsaufträge formuliert werden.

Lernspiralen bieten die Möglichkeit, Methoden des eigenverantwortlichen Arbeitens (z. B. Expertenmodell, Präsentationsformen) mit elektronischen Lernprodukten zu verbinden und die Methoden-, Kommunikations- und Teamkompetenz der Schülerinnen und Schüler zu stärken.

Lernpfade können auch als reine E-Learning-Sequenz mit freier Zeiteinteilung durchgeführt werden. Dies erscheint jedoch nur für Klassen geeignet, die bereits Erfahrung in längerem selbstständigen Arbeiten gesammelt haben. Dem persönlichen Zeitmanagement kommt große Bedeutung zu.

Zusätzlich bietet sich an, Lernpfade über Lernplattformen zu begleiten.

Sicherung des Gelernten

Um neues Wissen zu festigen und festzuhalten bieten sich unterschiedliche Methoden an:

- Mitschrift im Schulübungsheft
- Projektmappe anlegen
- Portfolio erstellen
- Lernunterlagen erstellen
- Testitems von Schülerinnen und Schüler erstellen lassen
- Lernprotokoll/Lerntagebuch führen
- Präsentationen

Rolle des Lehrers bzw. der Lehrerin

So wie auch bei eigenverantwortlichem Lernen oder offenen Lernformen gibt der Lehrer bzw. die Lehrerin die Rolle als Wissensvermittler/-in ab. Er/sie

- unterstützt aktiv und individuell die Lernenden,
- sorgt für reibungsloses Funktionieren des technischen Umfelds,
- kennt sich bei der benutzten Software aus,
- steuert Lernaktivitäten der Schüler und Schülerinnen durch die Wahl der Methode,
- beobachtet und misst Lernprozesse,
- kontrolliert und beurteilt Lernprodukte.

Nicht alle Methoden, die in der Phase des E-Learning-Projektes eingesetzt werden, sollten neu sein. Bei Klassen, die keine oder wenig Erfahrung mit E-Learning haben, erweist es sich als zweckmäßig, den Lernpfad organisatorisch in kleinere Einheiten zu gliedern.

Literatur:

Martin Herold und Birgit Landherr (Hrsg.): *SOL. Selbst organisiertes Lernen. Ein systemischer Ansatz für Unterricht*. Schneider, 2003.

Heinz Klippert: *Methodentraining. Übungssteine für den Unterricht*. Beltz 2002.

Heinz Klippert: *Kommunikationstraining, Übungsbausteine für den Unterricht*. Beltz 2000.

Heinz Klippert: *Teamentwicklung im Klassenraum. Übungssteine für den Unterricht*. Beltz 1998.

Manfred Spitzer: *Lernen. Gehirnforschung und die Schule des Lebens*. Spektrum Akademischer Verlag, 2002.

Diethelm Wahl: *Lernumgebungen erfolgreich gestalten – Vom trägen Wissen zum kompetenten Handeln*. Klinkhardt, 2005.

5.2.2. Einsatz von Lernplattformen

Der zunehmenden Verbreitung von Lernplattformen bei E-Learning-interessierten Kolleg/innen sollte im Rahmen des Projektes Rechnung getragen werden. Allerdings wurden die Lernpfade selbst nicht für einen Import in eine Lernplattform konzipiert, und zwar aus mehreren Gründen:

- Die Lernpfade sollten frei im Internet verfügbar sein, ohne Zugangsbeschränkung durch ein Login.
- Die Lernpfade sollten plattformunabhängig sein.
- Die Lernpfade sollten außerdem als CD-Version weitergegeben werden.
- Die technischen Lösungen zur Austauschbarkeit zwischen verschiedenen Plattformen waren zu Projektbeginn noch nicht sehr ausgereift.

Die Rückmeldungen aus der Online-Umfrage zu den Vorerfahrungen mit Lernplattformen zeigen mittlerweile einen relativ hohen Verbreitungsgrad sowohl unter Lehrer/innen als auch unter Schüler/innen:

	Regelmäßig	Selten	Nie
Lehrer/innen	24%	36%	40%
Schüler/innen	16%	49%	35%

Die Verwendung eines Lernpfades innerhalb der eigenen Lernplattform bringt folgende Vorteile:

- Der Lernpfad kann als HTML-Modul importiert werden und befindet sich so in der „vertrauten Umgebung“ der Schüler/innen zusammen mit den anderen Unterrichtsmaterialien.
- Die Kommunikation innerhalb der Lerngruppe beim Absolvieren des Lernpfades kann durch den Einsatz eines Diskussionsforums erhöht werden. Das schriftliche Formulieren von Fragen zum Lernpfad fördert eine intensivere Auseinandersetzung mit dem Material und die Verwendung einer möglichst präzisen Fachsprache.
- Durch selbst erstellte interaktive Tests innerhalb der Plattform können die Lernpfadangebote zur Selbstkontrolle, Wissensüberprüfung oder auch zur Leistungsfeststellung durch eigene ergänzt werden.

- Rückmeldungen zum Lernpfad können durch ein integriertes Umfragetool eingeholt werden.
- Zum Lernpfad könnte gemeinsam in der Lerngruppe ein Glossar oder eine Sammlung von Weblinks angelegt werden.
- Steht ein Wikiweb innerhalb der Plattform zur Verfügung, so kann dieses zur Kollaboration in den Experimentierphasen oder zur Dokumentation des eigenen Lernprozesses eingesetzt werden.

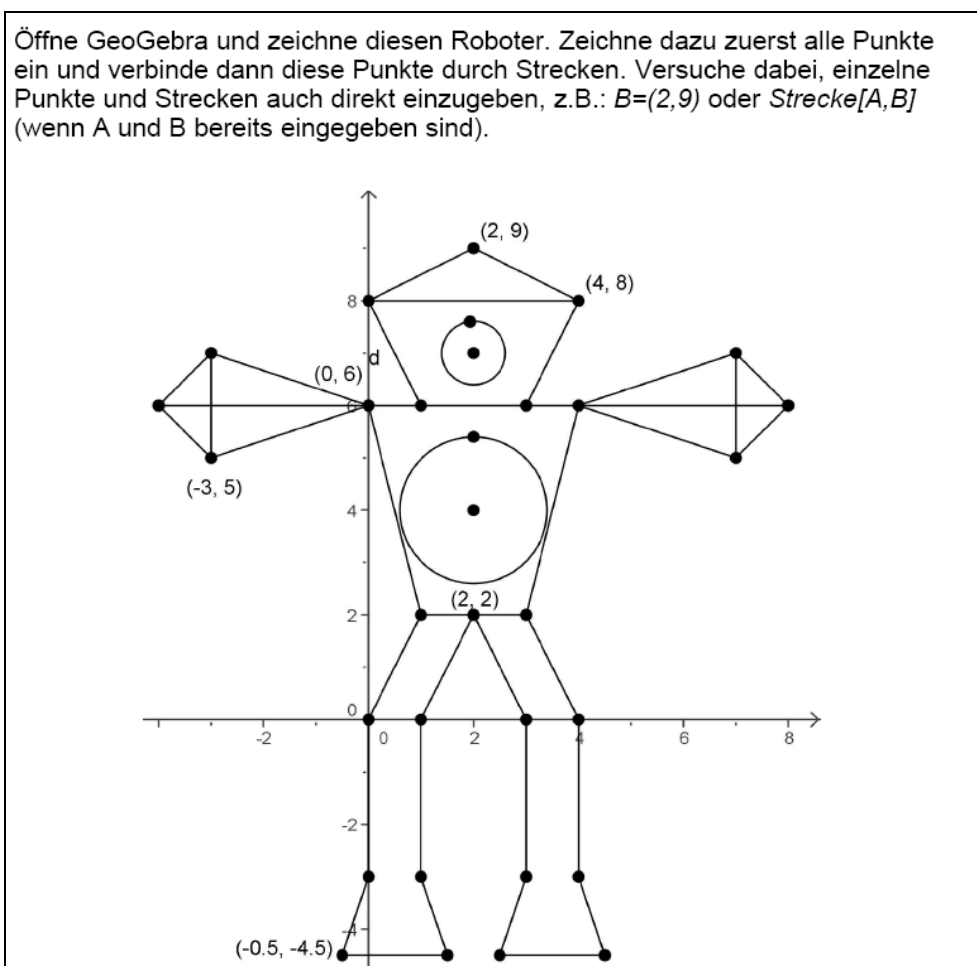
5.2.3. Sinnvoller Medienmix

Welche Medien bewähren sich in welcher Lernsituation?

Anhand einiger ausgewählter Beispiele soll gezeigt werden, auf welcher abwechslungsreichen Weise Lernprozesse im Mathematikunterricht durch den Einsatz vielfältig unterschiedlicher Medien unterstützt werden können.

Lustvolles Kennenlernen einer dynamischen Geometriesoftware anhand von GeoGebra

In der zweiten Klasse (Lernpfad: Einführung – Koordinatensystem und geometrische Grundbegriffe) werden erste Übungen zum Zeichnen und Formatieren von Objekten durchgeführt. Mit Hilfe einer Konstruktionsanleitung ist ein Roboter zu zeichnen.



Tests mit Selbstkontrolle

Zur raschen Wissensüberprüfung mit Selbstkontrolle lassen sich Quizes einsetzen, die mit Hot Potatoes erstellt werden können. Hier ein Beispiel aus dem Lernpfad „Dreiecke - Merkwürdige Punkte“ (2. Klasse).

Neustart

Eigenschaften und Konstruktion der merkwürdigen Punkte in einem allgemeinen Dreieck

Achtung: Es können mehrere Antworten richtig sein! Klicke nur die richtigen Antworten an.
Für die Auswertung zählt jede Antwort einen Punkt. Überprüfe bei jeder Frage und stelle solange richtig, bis vier von vier Punkten angezeigt werden. Nur dann erhältst du deine Gesamtwertung nach der letzten Frage.

Alle Fragen anzeigen

<= 1 / 14 =>

WANTED! Diese Linie verläuft durch den Eckpunkt des Dreiecks und halbiert den Winkel des Dreiecks an diesem Punkt.

a. ☐ Schwerlinie
 b. ☐ Höhe
 c. ☐ Winkelsymmetrale
 d. ☐ Seitensymmetrale

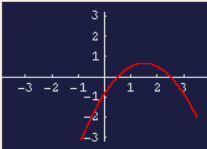
Prüfe

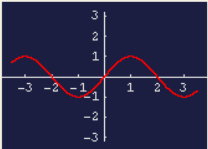
Neustart

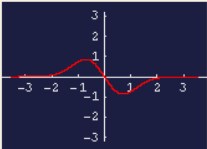
Im Lernpfad „Einführung in die Differentialrechnung“ dient ein Puzzle aus mathe online als Wissenstest mit Selbstkontrolle.

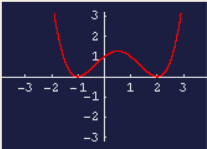
In der obersten Reihe des Puzzles sind 4 Graphen vorgegeben. Die in der untersten Reihe bereit stehenden Graphen können durch Mausziehen verschoben werden. Versuchen Sie, sie so auf die freien Felder zu positionieren, daß unterhalb jedes Graphen der Graph der Ableitung steht. Jedesmal, wenn Sie auf den Button "Neu laden" klicken, werden die Graphen von 4 Funktionen und deren Ableitungen (aus einem Vorrat von über 50) zufällig ausgewählt. Die Auswertung durch ein Punktesystem erfolgt unterhalb des Puzzles.

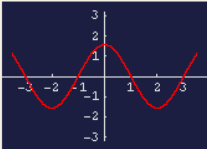
Hinweis: Der Sinn dieses Tests ist es nicht, Rechnungen durchzuführen, sondern die Zuordnung aufgrund der erkennbaren Eigenschaften der Graphen zu treffen.

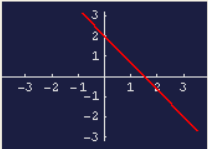


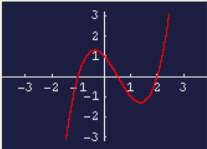


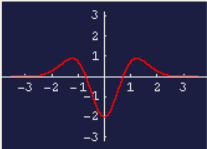












Auswerten Neu laden

Bilder sagen mehr als tausend Worte ...

Bilder und Farben unterstützen Vorstellungen, Lernprozesse sowie Arbeitsprozesse von Schüler/innen. Die Bastelanleitung aus dem Lernpfad „Pythagoras im Raum“ für die 4. Klasse dient als Beispiel, wie elektronische Aufbereitung mit Hilfe von Bildern die Herstellung des Oktaeder-Skelett-Modells unterstützt. Ansprechende und zweckmäßige Farbgestaltung leisten wichtige Beiträge beim Lernprozess.

Schritt 2

Wähle zwei Farben und stecke die vier Skelett-Teile so, wie in den folgenden Abbildungen gezeigt wird, zusammen.

Wichtig: Eine Farbe oberhalb und die andere Farbe unterhalb einstecken!

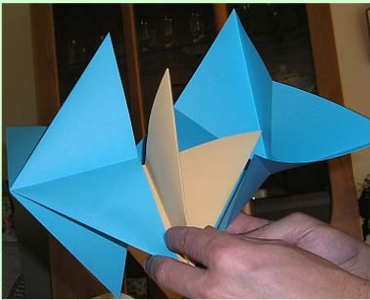


Abb. 3: Start des Zusammensteckens

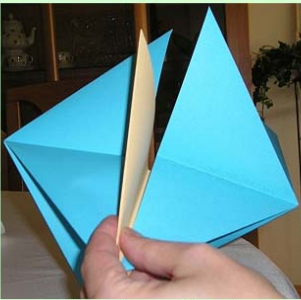


Abb. 4: Immer gut halten!

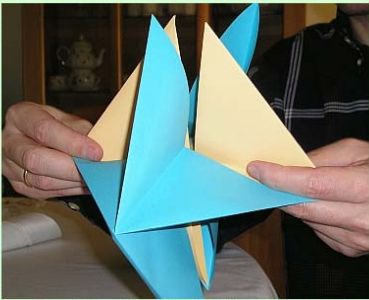


Abb. 5: Die ersten 4 Skelett-Teile sind gesteckt.

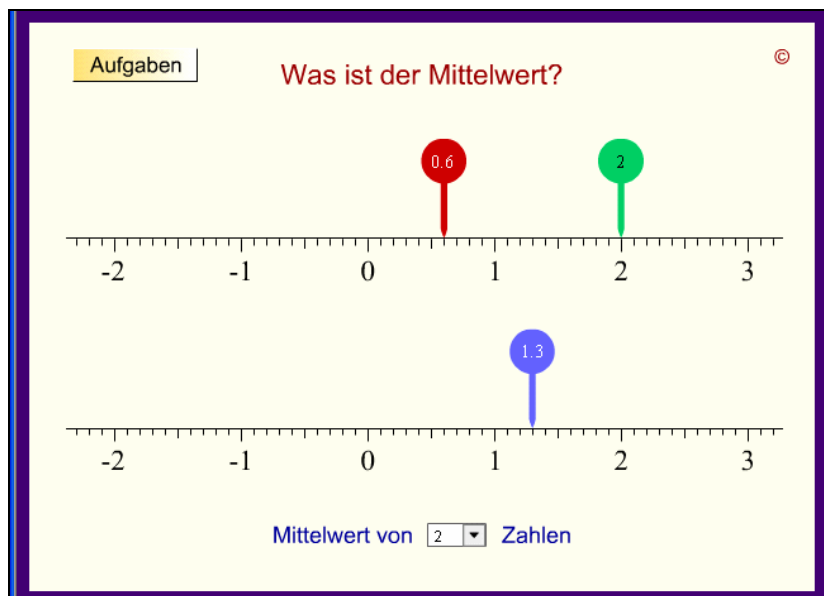
[zurück zu Schritt 1](#)[weiter zu Schritt 3](#)

Auf gleiche Weise unterstützen Animationen das Verständnis. Im Lernpfad „Zylinder – Kegel – Kugel“ (4. Klasse) wird beispielsweise die Erzeugung eines Drehkegels auf drei verschiedene Arten animiert gezeigt. Videos zur Bedienung von Excel unterstützen Schüler/innen (vor allem visuellen Lerntypen) in hohem Maße. Wird das Video zusätzlich durch eine Sprechstimme unterstützt, kommt es bildhaftem und hörendem Lernen entgegen. Zusätzlich bietet sich den Schüler/innen die Möglichkeit, bei Bedarf das Video erneut abzuspielen. Zusätzliche Individualisierung entsteht, wenn einzelne Teile einer Videosequenz wiederholt werden können. Beispiel: Video zur Standardabweichung im Lernpfad „Beschreibende Statistik“ für die 4. Klasse.

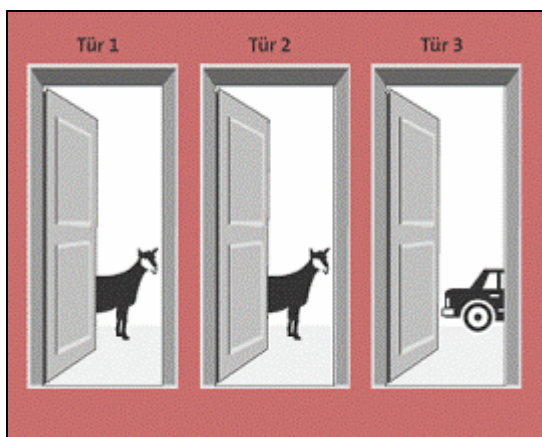
Applets als Mittel zur Selbsttätigkeit

In Verbindung mit konkreten Handlungsanweisungen und Fragestellungen wird Schüler/innen durch Applets ermöglicht, selbstständig, in individuellem Lerntempo und aktiv handelnd vor allem in der Phase heuristisch-operativen Lernens mathematische Zusammenhänge zu entdecken oder Vorgänge zu simulieren. Beispiele dafür finden sich in zahlreichen Lernpfaden.

Aus mathe online stammen interaktive Applets im Lernpfad „Beschreibende Statistik“ (4. Klasse), mit deren Hilfe die Schüler/innen Eigenschaften statistischer Kennzahlen durch selbsttätiges Verstellen von Zahlen visuell wahrnehmen und erforschen können.



Eindrucksvoll für die Schüler/innen lässt sich das so genannte Ziegenproblem simulieren. Die Simulation schafft Einsicht und bereitet die Phase der Exaktifizierung vor.

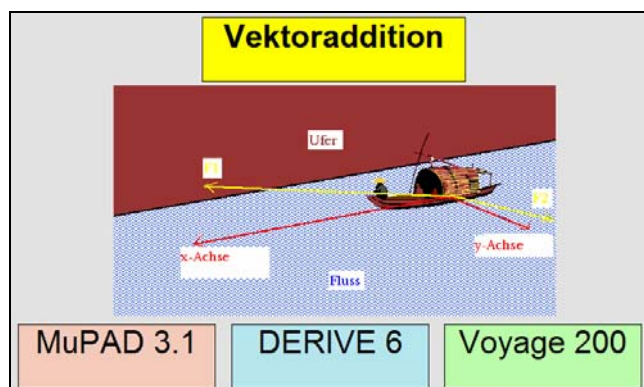


Tabellenkalkulation

Ist das Bearbeiten großer Datenmengen (z.B. in den Lernpfaden „Beschreibende Statistik“ und „Funktionen – Einstieg“) notwendig, dann wird Tabellenkalkulation (Excel) verwendet.

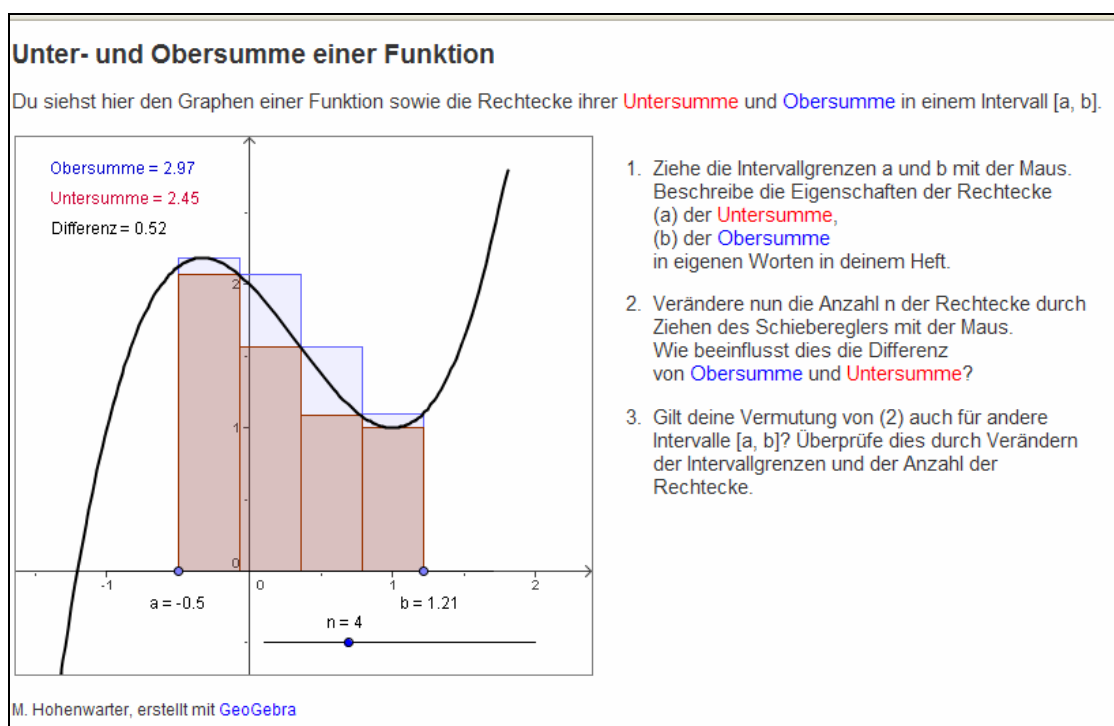
Computeralgebrasysteme

Algebraische Aufgabenstellungen, Aufgaben aus der Vektorrechnung, funktionale Zusammenhänge in Lernpfaden der Oberstufe können mit Computeralgebrasystemen (Derive, Voyage oder MuPad) gelöst bzw. dargestellt werden. Den Schüler/innen werden entsprechende Anleitungen angeboten.



Entdeckendes Lernen mit GeoGebra

Dynamische Arbeitsblätter lassen sich in vielen Bereichen der Mathematik einsetzen, um Schülerinnen und Schüler Zusammenhänge entdecken zu lassen und die Phase der Exaktifizierung vorzubereiten.



5.3. Auswirkungen auf Lehren und Lernen

5.3.1. Didaktischer Kommentar zum Projekt (Helmut Heugl)



Der Computer zwingt uns, über Dinge nachzudenken, über die wir schon längst hätten nachdenken sollen

In den in diesem Projekt entwickelten Lehr/Lernhilfen wird versucht, die Vorteile verschiedener elektronischer Werkzeuge und Medien für das Lernen und Lehren von Mathematik zu nutzen. Auch wir haben durch diese Arbeit sehr viel dazu gelernt, vor allem, was die Wechselwirkung der verschiedenen Werkzeuge betrifft: Während sich das eine Werkzeug in der experimentellen Phase des Lernens besonders bewährt, braucht man ein anderes in der exaktifizierenden Phase oder um beim Lösen eines praktischen Problems als Rechenwerkzeug.

I. DIDAKTISCHE GRUNDLAGEN

Sichtweisen betreffend die Rolle der Mathematik im Zeitalter der Informationstechnologie und im technologieunterstützten Unterricht

An Beispielen aus den verschiedenen Lernpfaden soll die Umsetzung der im Folgenden formulierten didaktischen Grundlagen gezeigt werden. Ziel ist, dass solche didaktische Konzepte zu Einstellungen bei Lehrerinnen und Lehrern bei der Planung und Realisierung eigener Unterrichtskonzepte werden.

I.1. Der Bildungsauftrag des Faches Mathematik

Im heutigen Bildungssystem kann ein Fach – auch Mathematik – seine Berechtigung nicht aus seiner Tradition ableiten. Es muss diskutiert werden, welchen Beitrag ein Fach zum Bildungsauftrag von Schule leistet. Diese Diskussion kann von zwei Blickwinkeln aus geführt werden: Einerseits kann aus Sicht der jeweiligen Wissenschaft ein Angebot an die Gesellschaft gemacht werden und andererseits kann die Gesellschaft Erwartungen an ein Fach ausdrücken.

Blickwinkel 1: Verschiedene Rollen von Mathematik, die sich aus fachspezifischen Denk- und Arbeitsweisen dieser Wissenschaft ableiten lassen und Leitfunktion für den Mathematikunterricht haben sollen:

(1) Mathematik als Technik des Problemlösens durch Schließen.

Wichtige Phasen des mathematischen Problemlösens sind: Modellbilden – Operieren – Interpretieren.

(2) Mathematik als Sprache:

Schülerinnen und Schüler sollen drei Arten von Sprachen erlernen: Die Muttersprache, Fremdsprachen und die Sprache der Mathematik

(3) Mathematik als Denktechnologie:

Im Mittelpunkt dieses Bildes von Mathematik steht nicht ein ganz bestimmtes mathematisches Kapitel, sondern jene heuristischen Strategien, jene Denktechnologie die beim Betreiben von Mathematik erworben werden und die in vielen Bereichen des Lebens anwendbar sind.

Blickwinkel 2: Erwartungen der Gesellschaft an die Mathematik

Durch die PISA Studie hat ja die Diskussion um den Bildungsauftrag des Faches Mathematik auch medial eine besondere Beachtung gefunden. Bildungstheoretischer Orientierungsrahmen von PISA ist das „Mathematical – Literacy Konzept“:

Mathematical Literacy (OECD 1999)

is an individual's capacity to identify and understand the role that mathematics plays in the world, to make well-founded mathematical judgements and to engage in mathematics, in ways that meet the needs of individuals current and future life as a constructive, concerned and reflective citizen [OECD, 1999]

Dementsprechend liegt der Schwerpunkt von PISA auf der funktionalen Anwendung von mathematischen Kenntnissen in ganz unterschiedlichen Kontexten und auf ganz unterschiedliche, Reflexionen und Einsichten erforderliche Weise ⇔ also auf einer „**Beziehung zwischen Erfahrung und Mathematik**“

Der Bildungsauftrag in den Lehrplänen

Auszug aus dem Oberstufenlehrplan der Allgemeinbildenden Höheren Schule (AHS) in Österreich:

Bildungs- und Lehraufgabe:

Der Mathematikunterricht soll beitragen, dass Schülerinnen und Schülern ihrer Verantwortung für lebensbegleitendes Lernen besser nachkommen können. Dies geschieht vor allem durch die Erziehung zu analytisch-folgerichtigem Denken und durch die Vermittlung von mathematischen Kompetenzen, die für viele Lebensbereiche grundlegende Bedeutung haben. Beim Erwerben dieser Kompetenzen sollen die Schülerinnen und Schüler die vielfältigen Aspekte der Mathematik und die Beiträge des Gegenstandes zu verschiedenen Bildungsbereichen erkennen.

Die mathematische Beschreibung von Strukturen und Prozessen der uns umgebenden Welt, die daraus resultierende vertiefte Einsicht in Zusammenhänge und das Lösen von Problemen durch mathematische Verfahren und Techniken sind zentrale Anliegen des Mathematikunterrichts.

Mathematische Kompetenzen

Kompetenzen, die sich auf Kenntnisse beziehen:

Sie äußern sich im Vertrautsein mit mathematischen Inhalten aus den Bereichen Zahlen, Algebra, Analysis, Geometrie und Stochastik.

Kompetenzen, die sich auf Begriffe beziehen:

Sie äußern sich in der Fähigkeit, mathematische Begriffe mit adäquaten Grundvorstellungen zu verknüpfen. Die Schülerinnen und Schüler sollen Mathematik als spezifische Sprache zur Beschreibung von Strukturen und Mustern, zur Erfassung von Quantifizierbarem und logischen Beziehungen sowie zur Untersuchung von Naturphänomenen erkennen.

Kompetenzen, die sich auf mathematische Fertigkeiten und Fähigkeiten beziehen, äußern sich im Ausführen der folgenden mathematischen Aktivitäten:

- *Darstellend - interpretierendes Arbeiten* umfasst alle Aktivitäten, die mit der Übersetzung von Situationen, Zuständen und Prozessen aus der Alltagssprache in die Sprache der Mathematik und zurück zu tun haben; auch der innermathematische Wechsel von Darstellungsformen gehört zu diesen Aktivitäten
- *Formal - operatives Arbeiten* umfasst alle Aktivitäten, die auf Kalkülen bzw. Algorithmen beruhen, also das Anwenden von Verfahren, Rechenmethoden oder Techniken
- *Experimentell - heuristisches Arbeiten* umfasst alle Aktivitäten, die etwa mit zielgerichtetem Suchen nach Gesetzmäßigkeiten, mit Variation von Parametern oder dem Aufstellen von induktiv gewonnenen Vermutungen zu tun haben; auch das Ausführen von Simulationen, das Untersuchen von Grenz- und

Spezialfällen sowie das Übergehen zu Verallgemeinerungen gehören in der experimentellen Phase zu diesen Aktivitäten

- *Kritisch - argumentatives Arbeiten* umfasst alle Aktivitäten, die mit Argumentieren, Hinterfragen, Ausloten von Grenzen und Begründen zu tun haben; das Beweisen heuristisch gewonnener Vermutungen ist ein Schwerpunkt dieses Tätigkeitsbereichs.

I.II. Modelle für mathematische Prozesse

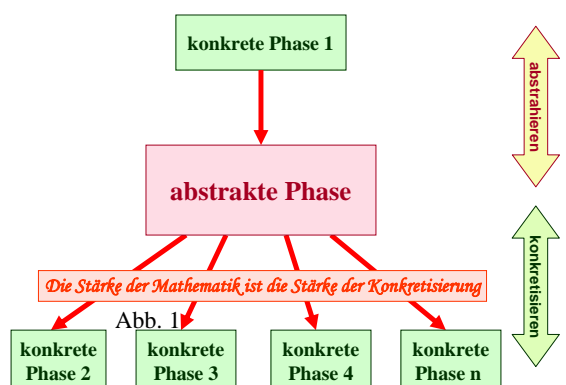
für die Entwicklung des Wissens in der Wissenschaft und auch für die Entwicklung von Mathematik im Lernenden

Solche Modelle entstehen durch Beobachtung typischer mathematischer Abläufe. Durch diese Untersuchungen bestätigt sich immer wieder die These von J. P. Piaget, dass die Entwicklung von Wissen im Kind in ähnlichen Stufen abläuft wie die Entwicklung des Wissens in dieser Wissenschaft.

Obwohl die Autoren der Lernpfade nicht verpflichtet waren, die Abläufe streng nach solchen Modellen zu planen, bestätigt sich bei der Analyse der Lernpfade die Brauchbarkeit dieser Modelle.

I.II.I. Das Dreistufenmodell mathematischer Abläufe

Die Entwicklung der Mathematik im Lernenden und ebenso die Entwicklung der Wissenschaft Mathematik ist gekennzeichnet durch typische Entwicklungsschritte. Eine mögliches Modell, das auf Bruno Buchberger zurückgeht [Buchberger, 1992], ist folgendes Zweiphasenmodell:



B. Buchberger

© H. Heugl

Stufe 1: Abstrahieren

Start: Konkrete Phase 1

Ausgangspunkt für das Eindringen in einen neuen mathematischen Bereich ist in der Regel ein konkretes Problem. Es kann aus früher erfahrenen mathematischen Bereichen sein oder angeregt durch ein Anwendungsproblem (Beispiel Differentialrechnung: „Sekante-Tangente“ oder „mittlere Geschwindigkeit – Momentangeschwindigkeit“).

Ziel: Abstrakte Phase

Um diesen Bereich weiter zu entwickeln, neue Begriffe einzuführen, neue Algorithmen zu finden, ist es aber notwendig, sich vom konkreten Problem zu lösen, also in einer abstrakten Phase die Entwicklung des Bereiches voran zu treiben.

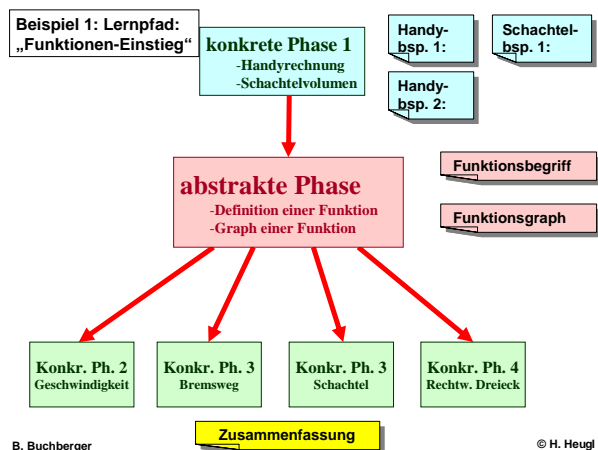
Stufe 2: Konkretisieren

Ziel: Konkrete/Anwendungsphasen

Gerade dieses Abstrahieren eröffnet aber die Möglichkeit des vielfältigen Konkretisierens und ist damit für die vielfältige Bedeutung der Mathematik verantwortlich (Beispiel Differentialrechnung: Vielfältige Anwendung der mittleren und momentanen Änderungsrate in Naturwissenschaften, Wirtschaft, Technik, usw.).

Folgerung: Für mich gibt es das Gegensatzpaar „Reine Mathematik“ versus „Angewandte Mathematik“ nicht – die beiden bedingen einander. Daher sollten auch die Lernenden beide Phasen erleben.

Beispiel 1: Lernpfad „Funktionen – Einstieg“



Stufe 1: Abstrahierens:

Ausgehend von konkreten Problemen erfolgt die Begriffsbildung und Definition abstrakter mathematischer Begriffe.

Konkrete Phase 1, erster Teil:

Der Einstieg erfolgt an konkreten Problemen aus der Erfahrungswelt der Schüler, zum Beispiel:

Problem „Handyrechnung“: Als Beispiel für einen Zusammenhang zwischen Größen wird die Abhängigkeit der Höhe der Telefonrechnung von der Gesprächszeit untersucht:

- Handybeispiel (1): Aus einer Textinformation soll eine Tabelle und aus der Tabelle eine Formel entwickelt werden.
- Handybeispiel (2): Bei größeren Datenmengen soll die Tabelle mittels eines elektronischen Werkzeuges ermittelt werden
- Handybeispiel (3): Nun sollen mit Hilfe der aus der Praxis entwickelten Funktionsdarstellungen Probleme gelöst werden.

Problem „Schachtelvolumen“: Es soll die Abhängigkeit des Volumens einer quadratischen Schachtel von der Höhe untersucht werden.

- Schachtelbeispiel (1): Aus einem Text unterstützt durch eine Flashanimation soll eine Formel entwickelt werden.
- Schachtelbeispiel (2): Aus der Formel soll eine Tabelle entwickelt werden.

Abstrakte Phase erster Teil:

Nun erfolgt die Loslösung von den verschiedenen konkreten Problemen und es werden die Begriffe Funktion, Definitionsmenge, Zielmenge, Abbildung, Termdarstellung, Funktionsgleichung und Zuordnungsvorschrift definiert

Konkrete Phase 1, zweiter Teil:

Jetzt werden die Abhängigkeiten von Größen bei den Problemen „Handyrechnung“ und Schachtelvolumen grafisch dargestellt

Abstrakte Phase zweiter Teil:

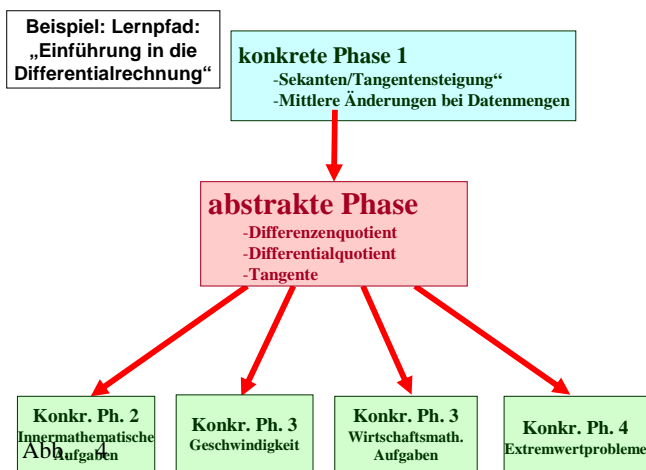
Nun erfolgt abstrahiert von den gestellten Problemen die Definition des Graphen einer Funktion

Stufe 2: Konkretisieren

Die abstrakte Phase ermöglicht durch Loslösung von den konkreten Eingangsproblemen die Bearbeitung verschiedenster weiterer konkreter Probleme, wie zum Beispiel:

- Bremsweg
- Temperaturkurve
- Optimieren einer Schachtel
- Geschwindigkeit
- Abhängigkeiten im rechtwinkligen Dreieck, usw.

Beispiel 2: Lernpfad „Einführung in die Differentialrechnung“



B. Buchberger

© H. Heugl

Stufe 1: Abstrahieren

Konkrete Phase 1

An praktischen Problemen, wie zum Beispiel „Arbeitslosigkeit in Österreich“; „Weg eines fallenden Steines“ oder „Temperaturverlauf eines Tages“ wird der Begriff „Mittlere Änderung“ erarbeitet. Die Vorbereitung der abstrakten Phase erfolgt am klassischen Problem: „Sekanten – Tangentensteigung“

Abstrakte Phase

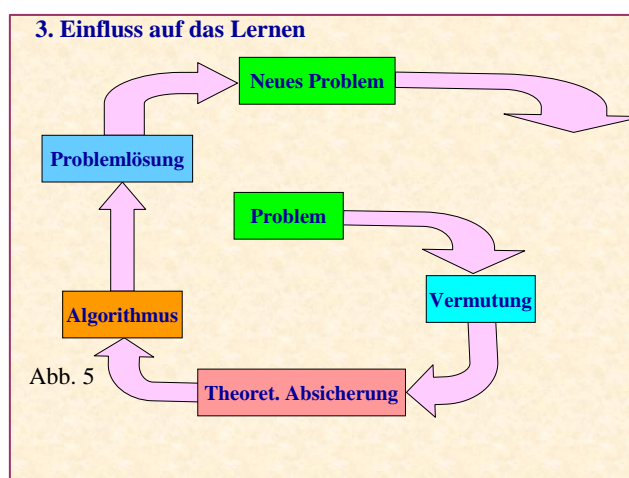
Wichtig ist, dass in diesem Lernpfad die Begriffe Differenzenquotient und Steigung hat, als

Stufe 2: Konkretisieren

Erst diese Abstraktion eröffnet die vielen Anwendungen, zu denen natürlich auch konkrete innermathematische Anwendungen gehören.

I.II.II. Die Buchbergersche Kreativitätsspirale als Modell des Mathematiklernens

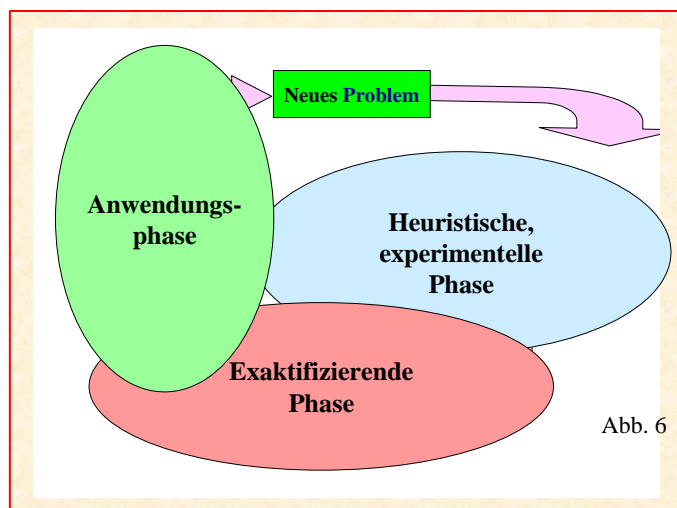
Beobachtet man den Weg des Lernenden bei der Erforschung der Mathematik könnte man als Modell für diesen Prozess eine Spirale nehmen.



- **Ausgangspunkt** eines Spiraldurchlaufs sind Beobachtungen, Datenmaterial oder **Probleme** zu deren Lösung schon verfügbare Algorithmen ausgewählt oder neue gefunden werden müssen. Es müssen **Vermutungen** gefunden, erste Begründungs- und Beweisideen formuliert oder Modelle gebildet werden.
- Danach sollten die Vermutungen auf eine gesicherte Basis gestellt werden, es muss **exaktifiziert** werden (Begründen, Beweisen).
- Nun gilt es, gestützt auf das erworbene Wissen, **Algorithmen** oder Programme zu entwickeln, die für die Problemlösung notwendig sind. Testen und Festigen durch Üben gehören auch zu wichtigen Tätigkeiten in dieser Phase.

- Die erworbenen Kenntnisse und Strategien werden nun beim Abschluss dieses Spiraldurchlaufs zum **Lösen des Ausgangsproblems** verwendet.
- Neue Probleme erfordern neue Spiraldurchläufe usw.

Zusammenfassend kann man die Tätigkeit des Lernenden bei einem solchen Spiraldurchlauf in **drei Phasen** einteilen:

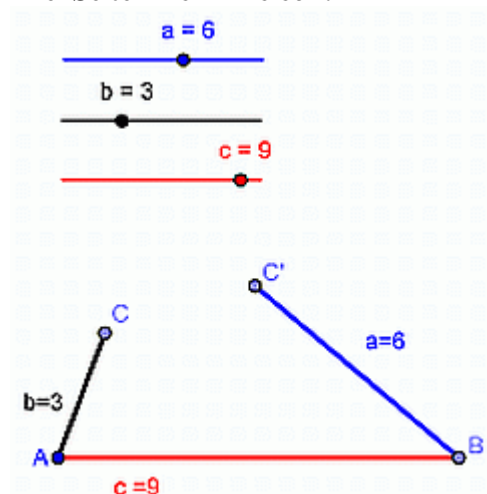


- die heuristische, experimentelle Phase,
- die exaktifizierende Phase,
- die Anwendungsphase.

Beispiel 3: Lernpfad „Kongruenz – vermuten, erklären, begründen“

Heuristisch – experimentelle Phase:

Drei Seiten – ein Dreieck?



Stelle die Seitenlängen richtig ein und versuche, durch Bewegung der Punkte C und C' ein Dreieck zu erzeugen. Arbeite sehr genau! Verwende - wenn nötig - auch die Zoom-Funktion.

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a) $a=4, b=5, c=3$ | b) $a=4, b=2, c=7$ |
| c) $a=3, b=5, c=8$ | d) $a=5, b=5, c=5$ |
| e) $a=5, b=9, c=3$ | f) $a=9, b=4, c=7$ |

Schreibe eine Vermutung auf, unter welchen Bedingungen du aus der Angabe von drei Seitenlängen eindeutig ein Dreieck konstruieren kannst. Wann geht das nicht?

Abb. 7

Exaktifizierende Phase:

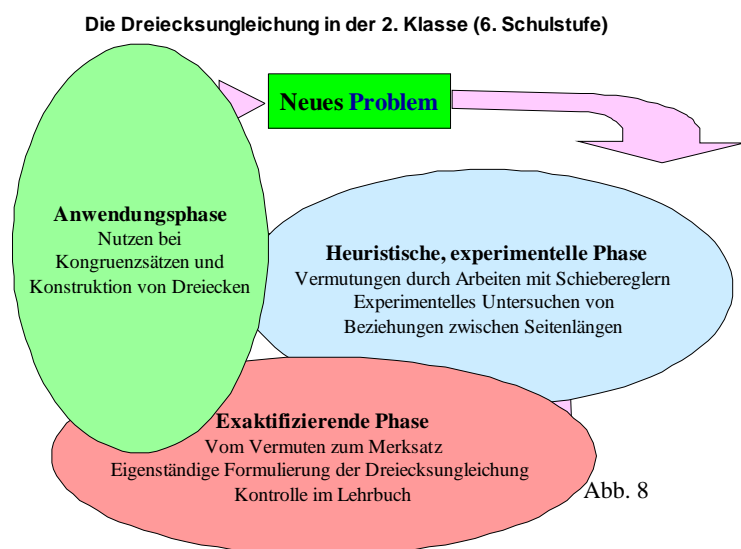
Vom Vermuten zum Merksatz

Du hast schon einige Vermutungen aufgeschrieben. Jetzt sollst du einen allgemein gültigen Merksatz finden.

1. Suche in deinem Mathematikbuch Informationen über die **Dreiecksungleichung**.
2. Formuliere selbst einen möglichst genauen Merksatz darüber und schreibe ihn auf.
3. Vergleiche deine Vermutungen, die du in den letzten Arbeitsschritten aufgeschrieben hast, mit dieser Formulierung!

Anwendungsphase:

Nutzen der Dreiecksungleichung bei Kongruenzsätzen und der Konstruktion von Dreiecken



Einige Ergebnisse aus den österreichischen CAS-Projekten und somit Hypothesen für dieses Projekt:

- (1) Es kommt zu einer deutlichen Aufwertung der heuristischen, experimentellen Phase
- (1) Da das Operieren zu einem wesentlichen Teil dem Computer überlassen wird, kann eine Schwerpunktsverschiebung zu Modellbilden und Interpretieren beobachtet werden
- (2) Da häufig Ergebnisse interpretiert werden müssen, die man nicht selber produziert hat, und da durch Experimentieren verschiedenste Lösungswege auftreten, wird das Testen zu einer wichtigen Tätigkeit.
- (3) Es bleibt mehr Raum für die exaktifizierende Phase. Innerhalb dieser Frage kann man sich auf das eigentliche Problem des Beweises konzentrieren, da die dafür nötigen Rechnungen dem CAS überlassen werden können

I.II.III. Thesen von W. Dörfler zum Einfluss von Technologie auf die Mathematik

[Dörfler W., 1991]

- *Sieht man Kognition als funktionales System, das Mensch und Werkzeuge und den sonstigen materiellen und sozialen Kontext umfasst, so können neue Werkzeuge Kognition qualitativ verändern und neue Fähigkeiten generieren. Lernen ist dann nicht nur Entwicklung von vorhandenen Fähigkeiten, sondern systemische Konstruktion funktionaler kognitiver Systeme*
- *Computer und Computersoftware ist demnach als Erweiterung und Verstärkung unserer Kognition anzusehen.*
- *Es kommt zu einer Verschiebung der Tätigkeit vom Ausführen zum Planen und Interpretieren.*
- *Es ändert sich nicht nur die Form sondern auch der Inhalt der Tätigkeit.*
- *Denkprozesse erfolgen oft vorteilhaft anhand gegenständlicher Vorstellungen, Repräsentationen, Modellierungen der jeweiligen Problemsituation. Gute Softwaresysteme bieten eine Vielzahl graphischer und symbolischer Elemente an, so dass der Benutzer interaktiv verschiedenste kognitive Modelle am Bildschirm erstellen kann.*

- *Der Computer als Medium für Prototypen: Allgemeinbegriffe werden mittels prototypischer Repräsentanten kognitiv verfügbar gemacht. Der Computer bietet nicht nur eine größere Vielfalt an Prototypen an, sondern insbesondere auch solche, die ohne ihn nicht verfügbar wären.*
- *Modularität des Denkens: Der Computer kann als Speicher und Prozessor für viele verschiedene Module verwendet werden und fördert somit das modulare Denken und Arbeiten*
- *Die Verfügbarkeit der Module erspart natürlich nicht das konzeptionelle und operative Verständnisses der entsprechenden Prozesse und Operationen, aber ihre Realisierung und Ausführung kann man getrost dem Computer überlassen.*

Beispiel 4: Lernpfad „Funktionen – Einstieg“

Eine typische Realisierung der Dörflerschen Thesen ist die Entwicklung des Funktionsbegriffs. Schüler/innen finden einen ersten Zugang nicht durch eine saubere exakte Definition, sondern durch das erleben verschiedener Prototypen, durch die die grundlegenden Eigenschaften des Begriffes bewusst werden. Ein wesentlicher Teil des Lernprozesses ist es, eine Verbindung zwischen den einzelnen Prototypen herzustellen. Erst nach dieser Erfahrung macht es Sinn, eine formale Definition des Begriffs „Funktion zu definieren.

Prototypen von Funktionen

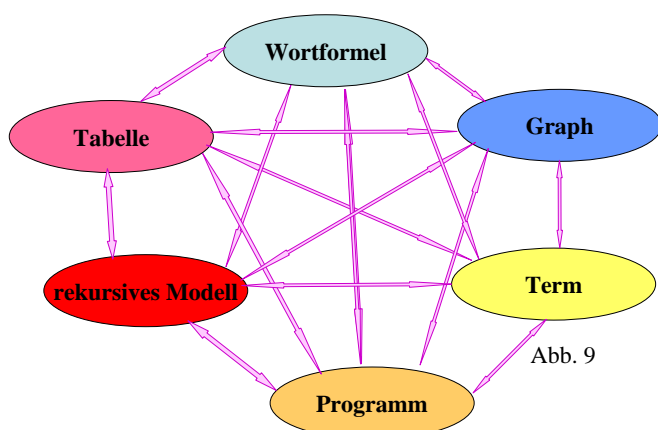


Abb. 9

Im traditionellen Mathematikunterricht begegnen die Schüler/innen folgenden Prototypen des Funktionsbegriffs:

- die verbale Beschreibung (Wortformel)
- die Tabelle
- die Formel (Term, Gleichung)
- der Graph

Der Computer ermöglicht die Nutzung weiterer Prototypen, wie

- die rekursive Darstellung
- das Programm

Das Erkennen der gemeinsamen Charakteristika der einzelnen Prototypen führt dann zum Funktionsbegriff.

Im Lernpfad „Funktionen – Einstieg“ werden die einzelnen Prototypen und die Verbindung von Prototypen an Problemen aus der Erfahrungswelt der Schüler/innen erfahren

Handybeispiele
Schachtelvolumen

Geschwindigkeit

Rechtwinkeliges Dreieck

Temperaturkurve

Höhe der Telefonrechnung in Abhängigkeit von der Gesprächszeit
Volumen einer quadratischen Schachtel in Abhängigkeit von der Schachtelhöhe

Geschwindigkeit auf einer gegebenen Strecke in Abhängigkeit von der Fahrzeit

Länge einer Kathete in Abhängigkeit von der anderen Kathete (bei gegebener Hypotenusenlänge)

Temperaturverlauf in Abhängigkeit von der Zeit

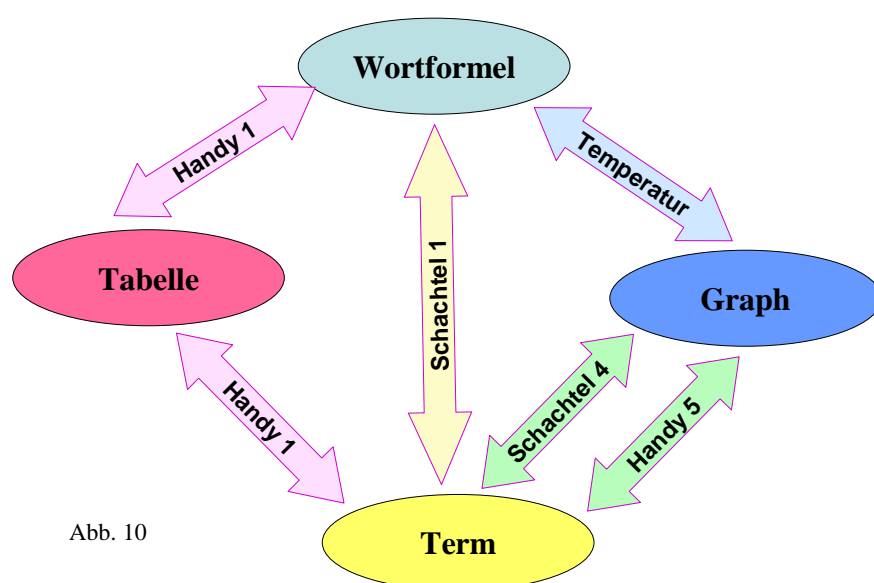


Abb. 10

© H. Heugl

Literatur

Buchberger, Bruno.:

Teaching Math by Software. Paper of the RISC Institute) Research Institute for Symbolic Computation); University of Linz, 1992

Buchberger, Bruno (Research Institute for Symbolic Computation, University of Linz, Austria): "Teaching Without Teachers" Invited Talk at VISIT-ME 2002, Vienna, July 10, 2002. The written version can be found in the Proceedings of the conference.

Buchberger, Bruno (Research Institute for Symbolic Computation, University of Linz, Austria): "Logic, Mathematics, Computer Science: Interactions" Talk at LMCS 2002. Castle of Hagenberg, October 2002.

Claus, Heinz Jörg:

Einführung in die Didaktik der Mathematik. Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt, 1989, ISBN 3-534-08736-4.

Dörfler, W.: Der Computer als kognitives Werkzeug und kognitives Medium.

In: Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, Universität für Bildungswissenschaften, Band 21 (S.51–75) Verlag Holder-Pichler-Tempsky, Wien, 1991, ISBN 3-209-01452-3

Heugl, H., Klinger, W., Lechner, J.: Mathematikunterricht mit Computeralgebra-Systemen. Addison-Wesley Publishing Company, Bonn, 1996. ISBN 3-8273-1082-2

Kron/Sofos: "Mediendidaktik", Ernst Reinhardt Verlag München Basel, 2003, S. 139

Wittmann, Erich:

Grundfragen des Mathematikunterrichts. Verlag Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden, 1981, ISBN 3-528-58332-0

5.3.2. Neue Medien und Standards

Eine kurze Vorstellung des Standardkonzeptes

In der Vergangenheit war man der Meinung, der Lehrplan als Inputsteuerungsinstrument würde ausreichen, um die Erwartungen der Gesellschaft an die Schule zu formulieren und zu sichern. Die Fachdidaktik konzentrierte sich vor allem auf die Verbesserung der Qualität des Unterrichtsprozesses. Eine direkte Outputkontrolle hat es bei der österreichischen Art der Berechtigungsvergabe nicht gegeben.

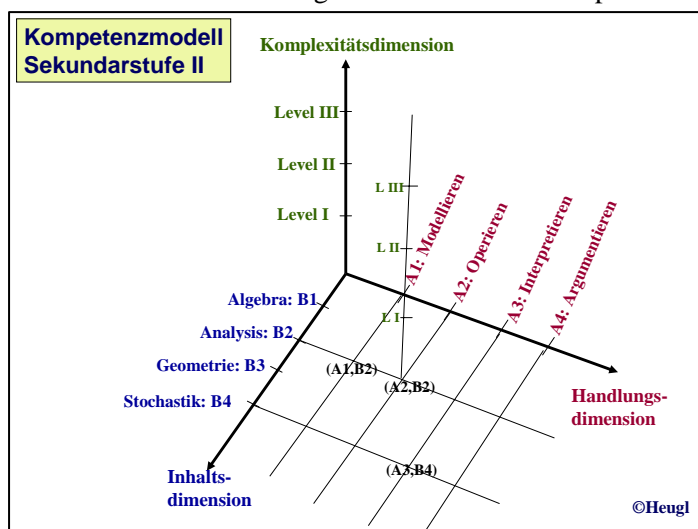
Die Notwendigkeit der Vergleichbarkeit der Bildungsabschlüsse (national und international) sowie die Ergebnisse internationaler Vergleichsstudien wie TIMSS und PISA haben zu einem Umdenken geführt. Folgende Konsequenzen sind notwendig:

- Es muss **mehr Augenmerk auf langfristig verfügbare Kompetenzen** gelegt werden. Lernen konzentriert sich bei uns infolge unseres Systems der Leistungsbeurteilung vor allem auf den Erwerb kurzfristiger Kompetenzen, die bei der nächsten Prüfung oder Schularbeit abgefragt werden.
- Bildungsinhalte müssen nach ihrer **Notwendigkeit und Brauchbarkeit für den lebenslangen Bildungserwerb** hinterfragt werden. Die Betonung liegt also auf Bildung und nicht nur auf direkt verwertbaren beruflichen Qualifikationen.
- Die oft im Mittelpunkt der Qualitätsdiskussionen stehenden „**Schlüsselqualifikationen**“, wie Problemlösekompetenz, Teamfähigkeit usw. **benötigen als Voraussetzung eine fundierte fachliche Grundbildung**. Problemlösen erlernt man nicht „an sich“, indem man über Problemlösen diskutiert, sondern „an etwas“, indem man also konkrete Probleme löst.
- **Bildungsabschlüsse müssen**, zumindest was unverzichtbare Grundkompetenzen anlangt, **vergleichbarer werden**. Ich erlebe in meiner Lehrveranstaltung für Lehramtsstudenten an der Universität ein breites Spektrum an mathematischen Voraussetzungen, von Spitzenkönnern bis zu mathematischen Analphabeten - und alle haben ein Maturazeugnis (oft mit denselben Noten), das bestätigt: „Du kannst an der Technischen Universität studieren.“
- Zu den erwarteten Kompetenzen im Zeitalter der Informationstechnologie gehört auch die verständige und zweckmäßige Verwendung von elektronischen Werkzeugen und Medien.

Neben der Inputsteuerung durch die Lehrpläne treten jetzt als Element der Outputsteuerung die **Bildungsstandards**:

- Standards beschreiben **langfristige mathematische Grundkompetenzen**, über die Schülerinnen und Schüler an bestimmten Punkten ihrer Schullaufbahn verfügen sollen.
- Mathematische Kompetenzen beziehen sich auf mathematische Tätigkeiten, auf mathematische Inhalte sowie auf die Komplexität mathematisch fassbarer Zusammenhänge.

Grundlage für die Entwicklung und Formulierung von Standards ist ein Kompetenzmodell, das sich am eingangs dargelegten bildungstheoretischen Rahmen sowie am Lehrplan orientiert. Entsprechend der vorhin formulierten Beschreibung mathematischer Kompetenzen handelt es sich um ein dreidimensionales Modell mit unterschiedlichen Ausprägungen in den drei Dimensionen:



- Der mathematischen Handlungsdimension (H) mit den Tätigkeiten
 - Modellbilden und Darstellen
 - Operieren, Rechnen
 - Interpretieren und Dokumentieren
 - Argumentieren und Begründen
- Der Inhaltsdimension (I), die die Inhalte des Lehrplans der jeweiligen Schulstufe abbildet und
- Der Komplexitätsdimension (K), die die Qualität bzw. Komplexität der Denkprozesse behandelt

Standards und Technologien

Mathematisches Tun ist im Zeitalter der Informations- und Kommunikationstechnologie ohne die permanente Verfügbarkeit und Verwendung elektronischer Werkzeuge kaum noch vorstellbar. Dies gilt für nahezu alle Formen und für alle Ebenen mathematischen Arbeitens.

- Beim Modellbilden bietet das Modellangebot elektronischer Werkzeuge heute völlig neue Zugänge und Anwendungsbereiche.
- Beim Operieren übernimmt das elektronische Werkzeug komplexe Operationen, so dass man sich auf die zentralen Probleme des Problemlösens konzentrieren kann. Auch mehr Praxisnähe ist dadurch möglich.
- Das Interpretieren wird durch die Werkzeuge unterstützt: Visualisierungen sind viel leichter möglich, die Auswirkung von Parametern kann direkt ohne großen Rechenaufwand untersucht werden. Andererseits bewirkt der Technologieeinsatz eine neue Dimension des Interpretierens, weil der Lernende etwas interpretieren muss, was er nicht selber produziert hat.
- Auch Argumentieren und Begründen wird durch Technologie beeinflusst: Heuristische Vorformen des exakten Begründens werden durch experimentelles Vermuten gefördert, und durch Übertragen des für das mathematische Begründen erforderlichen Operierens auf das Werkzeug kann man sich auf das eigentliche Argumentieren konzentrieren.

Eine entsprechende „Werkzeugkompetenz“ ist daher integraler Bestandteil mathematischer Kompetenzen. Die besondere Förderung dieser Kompetenzen in den Lernpfaden des Projektes „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“ ist daher ein besonderer Beitrag dieses Projektes zum Umsetzen des Standardkonzeptes.

Der Beitrag des Projektes Medienvielfalt zu den Standardaufgabenpools

Derzeit werden zwei Arten von Aufgabenpools entwickelt:

- Ein geheimer Testitempool als Reservoir für standardisierte Tests, die in Zusammenarbeit mit der Testpsychologie entwickelt und durchgeführt werden sollen. Da für solche Tests ab 2008 in der Sekundarstufe I eine Stichprobe von 10% der vierzehnjährigen Schüler/innen vorgesehen ist, können derzeit in diesen Pool noch keine technologiespezifischen Aufgaben aufgenommen werden. Man kann eine dafür notwendige, flächendeckende Werkzeugkompetenz derzeit nicht erwarten.
- Ein öffentlicher Aufgabenpool zur Orientierung und Implementierung des Standardkonzeptes in den Schulen und als Reservoir für Selbstevaluation seitens einzelner Schulen oder Lehrer/innen: Hier brauchen wir als Steuerungsinstrument dringend technologiespezifische Aufgaben.

In den Lernpfaden des Projektes „Medienvielfalt“ finden sich dazu eine ganze Menge passender Aufgaben, die nur noch nach dem Kompetenzmodell analysiert und in die öffentlichen Orientierungspools (Sekundarstufe I, Sekundarstufe II AHS und BHS) aufgenommen werden müssen.

Beispiele:

Beispiel 1: „Handybeispiel 2“

(Quelle: Lernpfad „Funktionen - Einstieg“)

Problem:

Ein Handybetreiber bietet folgenden Tarif an: Die monatliche Grundgebühr beträgt 15 €. Für 1 Minute telefonieren in alle Netze Österreichs werden 0,06 € verrechnet. Die Abrechnung erfolgt minutengenau (d.h. für eine angebrochene Minute wird der volle Preis für 1 Minute verrechnet).

An der Hotline des Handyanbieters sitzt ein Mitarbeiter, der Formeln nicht ausstehen kann! Dennoch muss er vielen Anrufer/innen mitteilen, wie hoch ihre Rechnung sein wird, wenn sie soundso viel telefonieren. Er bevorzugt die Verwendung einer Tabelle, in der alle für ihn relevanten Zahlen stehen.

Aufgabe:

Erstelle mit einem Werkzeug deiner Wahl eine Tabelle für den Betreuer der Hotline! Sie soll die Höhe der Rechnung für alle Gesprächszeiten bis 200 Minuten enthalten:

Gesprächszeit in Minuten	Höhe der Handyrechnung in €
0	
1	
2	
3	
...	
200	

Klassifikation der Aufgabe:

- **Handlung/Inhalt H1/I2: Kompetenz „Modellieren mit Hilfe von elektronischen Werkzeugen bei Funktionalen Zusammenhängen“** – Die Schüler/innen sollen problemrelevante mathematische Zusammenhänge im Text identifizieren, also das Modell der linearen Funktion erkennen, und mathematisch darstellen.
- **Komplexitätslevel K2:** Wegen der zusätzlich erforderlichen Werkzeugkompetenz ist hier eine Vernetzung verschiedener Kompetenzen erforderlich.

Beispiel 2: „Handybeispiel 3“

(Quelle: Lernpfad „Funktionen - Einstieg“)

Problem:

Du kannst zwischen zwei Angeboten von Handybetreibern entscheiden:

- Angebot „Beon“: Die monatliche Grundgebühr beträgt 15 €. Für 1 Minute telefonieren in alle Netze Österreichs werden 0,06 € verrechnet. Die Abrechnung erfolgt minutengenau (d.h. für eine angebrochene Minute wird der volle Preis für 1 Minute verrechnet).
- Angebot „Handycom“: Keine Grundgebühr! Für 1 Minute telefonieren in alle Netze Österreichs werden 0,08 € verrechnet.

Aufgabe:

Erkläre die Vor- und Nachteile der beiden Angebote. Begründe: Welches Angebot würdest Du Viel- und Wenigtelefonierern empfehlen?

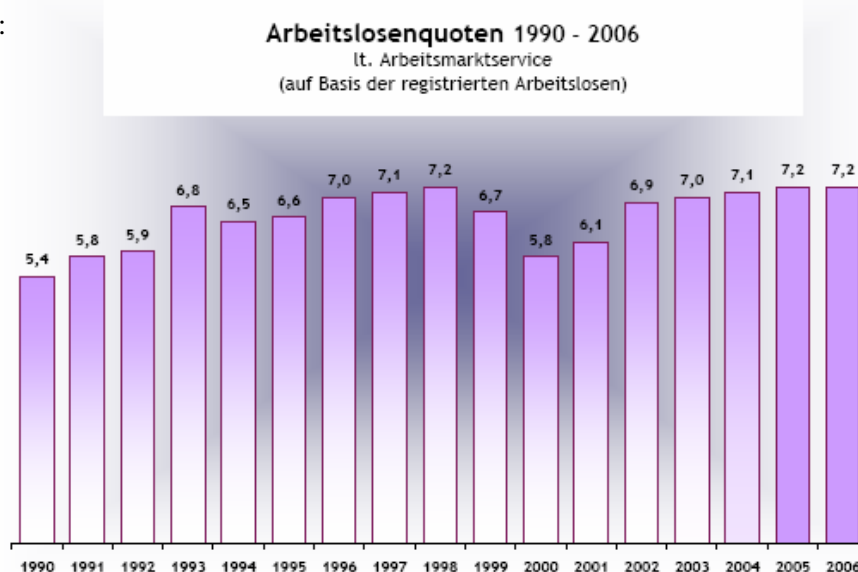
Klassifikation der Aufgabe:

- **Handlung/Inhalt H4/I2: Kompetenz „Argumentieren bei funktionalen Abhängigkeiten eventuell mit Unterstützung technologischer Werkzeuge“** - Argumente nennen, die für oder gegen eine bestimmte Lösung oder eine bestimmte Sichtweise/ Interpretation sprechen. Die Aufgabe kann zwar grundsätzlich ohne Technologie gelöst werden, Technologie kann aber hier durch Bereitstellen bestimmter Darstellungsformen wie Tabelle oder Graph die Argumentation gut unterstützen.
- **Komplexitätslevel K3:** Neben der Modellbildungshandlung ist sowohl eine innermathematische als auch eine anwendungsbezogene Reflexion nötig – daher Stufe 3.

Beispiel 3: „Veränderung der Arbeitslosigkeit“

(Quelle: Lernpfad „Einführung in die Differentialrechnung“)

Problem:



In der Grafik siehst du die österreichischen Arbeitslosenquoten (in % der Unselbstständigen) von 1990 bis 2006. Die Angaben für die Jahre 2005 und 2006 sind eine Prognose der Wirtschaftskammer Österreich vom September 2005.

Problem:

Bearbeite diese Übung entweder in deinem Heft oder mit Hilfe eines technologischen Werkzeuges. Formuliere deine Antworten in ganzen Sätzen

- Berechne die absolute Änderungen der Arbeitslosenquote in den Zeitintervallen [1990; 1998], [1998; 2000] und [1990; 2000].
- Was bedeutet ein positives, was ein negatives Vorzeichen der Änderung der Arbeitslosenquote?
- In welchem Zeitraum zwischen 1990 und 2005 ist die Arbeitslosenquote
 - a) am stärksten gestiegen?
 - b) am stärksten gesunken?
- Gib die Änderungen der Arbeitslosenquote auch in den Zeitintervallen [1993; 2000], [1998; 2005] an. Bestimme jeweils auch die Änderung der Arbeitslosenquote pro Jahr, also die mittlere Änderungsrate. Interpretiere deine Ergebnisse in Bezug auf die Grafik.

Quelle: [Datenblatt](#) (pdf) der [Wirtschaftskammer Österreich](#)

Klassifikation der Aufgabe:

- **Handlung/Inhalt H3/I4: Kompetenz „Interpretieren grafischer Darstellungen statistischer Daten“**
 - Die Schüler/innen sollen tabellarisch, grafisch oder symbolisch gegebene Zusammenhänge beschreiben und im jeweiligen Kontext deuten.
- **Komplexitätslevel K1:** Es handelt sich um einfache, reproduktiv erlernbare Zusammenhänge.

Der Beitrag des Projektes „Medienvielfalt“ zu überfachlichen Kompetenzen

Lernpfade werden vor dem Hintergrund eines neuen Lernbegriffs entwickelt: Der Bildungsauftrag der Gesellschaft an die Schule beinhaltet nicht nur den Erwerb fachlich/inhaltlicher Kompetenzen, angestrebt werden vier Arten von Kompetenzen:

- die Fachkompetenz
- die Methodenkompetenz
- die Sozialkompetenz und
- die Persönlichkeitskompetenz

Wie auch die externe Evaluation bestätigt, bietet das für die Lernpfade typische selbständige, experimentelle Lernen begleitet von den in den Drehbüchern angebotenen Methoden des EVA (eigenverantwortlichen Arbeiten) wesentlich zum Erwerb von Methoden-, Sozial- und Persönlichkeitskompetenz bei.

Das heißt, selbst wenn das fachliche Lernen einen ähnlichen Erfolg wie traditionelles technologiefreies Lernen ergeben würde, wäre das Lernen mit Hilfe solcher Lernpfade vorzuziehen, wenn man den Auftrag dieses neuen, umfassenden Lernbegriffs beachtet.

Zukünftige Aktivitäten zum Thema „Neue Medien und Standards“

Die Schwerpunktsverschiebung von der Inputsteuerung durch Lehrpläne zur Outputsteuerung durch Standards, die langfristig verfügbare Kompetenzen beschreiben, muss auch im Ergebnis des Projektes „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“ ihren Niederschlag finden.

Die Frage „Welchen Einfluss hat die Nutzung solcher mediengestützter Lernpfade und der dort eingesetzten Methoden auf nachhaltiges Lernen?“ –haben wir bis jetzt noch nicht untersucht. Dazu war auch die Laufzeit des Projektes zu kurz.

Wir haben zwar sehr positive Signale betreffend kurzfristig verfügbarer Kompetenzen während des Lernpfadprozesses, aber selbst diese Evaluation gehört noch kompetenzorientiert überprüft. Wenn Schüler/innen angeben, diese Art des technologiegestützten Lernens wäre zum Beispiel beim Begriffsbildungsprozess eine Hilfe gewesen, müsste noch hinterfragt bzw. untersucht werden, welche Qualität der erarbeitete Begriff tatsächlich hat und ob eine Einbettung in das Begriffsnetz dieses Themas erfolgt ist.

Vorläufig nicht untersucht haben wir, ob unverzichtbare Grundkompetenzen auch langfristiger verfügbar sind.

Dazu muss es in der Zukunft Vergleichstests zu langfristigen fachlichen Grundkompetenzen zu bestimmten Inhalten eines Lernpfades geben. Es müssen auch Vergleichsgruppen mit traditionellen Unterrichtsmethoden getestet werden, was aber wiederum bedeutet, dass bei dieser Art von Test nur Aufgaben gestellt werden können, die auch ohne Technologienutzung lösbar sind. Darüber hinaus könnte man ja für Lernpfadklassen Tests zur Überprüfung langfristiger technologischer Werkzeugkompetenz überlegen.

Sehr interessant wäre auch, Untersuchungen zum langfristigeren Erwerb von überfachlichen Kompetenzen (Methoden-, Sozial- und Persönlichkeitskompetenz) zu entwickeln – ein Vorhaben, das sicher schwierig ist, weil diese Art von Kompetenzen nicht einfach testbar, sondern nur prozessorientiert beobachtbar ist. Diese Art von Untersuchungen könnte auch die im Weinertschen Kompetenzbegriff als „volitionale“ und „motivationale“ Komponente des Kompetenzbegriffs integrieren, was bisher in der Standarddiskussion leider zu kurz gekommen ist.

Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

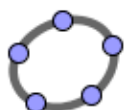
TEIL 6

ÖFFENTLICHKEITSARBEIT Verbreitung der Lernpfade - Medienvielfaltstage

verfasst von

Dr. Franz Embacher
Dr. Helmut Heugl

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

6. ÖFFENTLICHKEITSARBEIT UND VERBREITUNG DER LERNPFADE

6.1. MEDIENVIELFALTSTAGE

Bundesland	Termin	Anzahl der Teilnehmer/innen	Referent/innen
Burgenland	22.3.06 Eisenstadt	10	Anita Dorfmayr, Evelyn Stepancik
Kärnten	23.3.06 Klagenfurt	25	Gaby Bleier, Markus Hohenwarter
Niederösterreich	6.4.06 Hollabrunn	15	Gaby Bleier, Walter Klinger
Oberösterreich	17.3.06 Wels	27	Gaby Bleier, Andreas Lindner
Salzburg	16.3.06 Zell am See	20	Gaby Bleier, Markus Hohenwarter, Gabriele Jauck
Steiermark	27.4.06 Graz	15	Markus Hohenwarter, Walter Wegscheider
Tirol	24.3.06 Innsbruck	44	Anita Dorfmayr, Walter Klinger
Vorarlberg	1.3.06 Dornbirn	16	Klaus Himpsl, Markus Hohenwarter
Wien	5.4.06 Wien 8	50	Gaby Bleier, Irma Bierbaumer, Anita Dorfmayr, Franz Embacher

Bei den Medienvielfaltstagen nahmen insgesamt 222 Lehrer und Lehrerinnen aus allen neun Bundesländern teil! Die Rückmeldungen von den Veranstaltungen waren durchwegs positiv.

Die Organisation der Medienvielfaltstage wurde durch offizielle Ausschreibungen (Erlass) des Bundesministeriums an alle Landesschulräte und den Stadtschulrat für Wien durch Mag. Eva Kasparovsky (bmbwk) unterstützt.

Die Organisation vor Ort wurde durch die Länderkoordinator/innen durchgeführt. Die Ausschreibungen wurden in Zusammenarbeit mit dem Pädagogischen Instituten der Bundesländer durchgeführt.

Liste der Länderkoordinator/innen:

Bundesland	Länderkoordinator/in
Burgenland	Mag. Grete Hermann
Kärnten	Mag. Gerhard Hainscho
Niederösterreich	Mag. Walter Wegscheider
Oberösterreich	Mag. Andreas Lindner
Salzburg	Mag. Gabriele Jauck
Steiermark	Mag. Waltraud Knechtl
Tirol	Mag. Heiner Juen
Vorarlberg	Mag. Klaus Himpsl
Wien	Dr. Anita Dorfmayr, Dr. Franz Embacher

Beispiel einer Ausschreibung:

Einladung zum Tag der Medienvielfalt

Termin: 27. April 2006

Dauer: 10:00 Uhr bis 17:00 Uhr

Ort: BRG Kepler, Keplerstraße 1, 8020 Graz

Raum: 108 im 1. Stock

Vortragende: DI Mag. Markus Hohenwarter
Mag. Walter Wegscheider

Anhand von Lernpfaden aus dem Projekt des Bundesministeriums "Medienvielfalt im Mathematikunterricht", einer gemeinsamen Initiative von ACDCA, mathe online und GeoGebra, wird vorgestellt, wie innovativer Medieneinsatz mit neuer Lernkultur verbunden werden kann.

In Form von Workshops können sich die Teilnehmer/innen mit didaktischen, methodischen und technologischen Aspekten modernen Mathematikunterrichts auseinandersetzen.

Programm

- Eröffnung und Vortrag: "Blitzlichter" - Vorstellung ausgewählter Lernpfade
- Vortrag - Lernpfade und neue Lernkultur
- Workshop - Einführung in GeoGebra
- Workshop - Arbeiten mit den Lernpfaden

"Medienvielfalt im Mathematikunterricht"

Landeskoordinatorin

Mag. Waltraud Knechtl

6.1.1. Planungsvorlage

CDs sollten erst am Ende des Workshops ausgeteilt werden.

- 1) Kurze Vorstellung des Projekts Medienvielfalt (ca. 10 min) – Powerpoint-Präsentation
- 2) „Blitzlichter“ – repräsentative Beispiele aus den Lernpfaden als Einstimmung (ca. 60 min)
- 3) Vorstellung der Online-Materialien und der CD – Kurzinformation über die beteiligten Initiativen (Beispiele aus dem Bereich von mathe online, GeoGebra, ACDCA)
- 4) Gemeinsame Durchsicht eines Lernpfades: z.B. Differentialrechnung, oder als Alternative ein Lernpfad aus der Unterstufe (z.B. Kongruenz)
 - Vorphase: Aufbau eines Lernpfades erklären
 - Organisation der Materialien, welche Lernziele werden behandelt (ca. 20 min.)
 - Didaktischer Kommentar
 - Beispiele aus dem Lernpfad erleben (ca 1h +)
 - Arbeitsaufträge: wie hat der Lernpfad auf die Teilnehmer/innen gewirkt, was hat ihnen gefallen, Probleme – Rückmeldung, welche Lernmethoden wurden ihrer Meinung nach bei Schüler/innen unterstützt, was würden sie so nicht machen?
- 5) Aktivität: aus dem Lernpfad „Pythagoras 4. Klasse“ mit Hilfe der Bastelanleitung selbst das Skelett eines Oktaeders anfertigen (je 2 Teilnehmer/innen sollen zusammen arbeiten) – ca. 30 min.
Reserveblätter vorbereiten! – Fragestellung: müssen solche Arbeitsaufträge computerunterstützt sein?
- 6) Präsentation: eLearning und Lernkultur – 35 min. (Powerpoint-Präsentation)
- 7) Einen weiteren Lernpfad selbst erleben (Auswahl nach den eigenen Möglichkeiten und Schwerpunkten):
Zielsetzung – ein Highlight des Lernpfades vorstellen mit Begründung – 60 min.
- 8) Andere Initiativen vorstellen (Realmath, Homepage von Andreas Lindner, Linkliste von Anita Dorfmayr) – ca. 10 min.
- 9) Einsatz von Lernplattformen – ca. 10 min.
- 10) Feedbackrunde

6.1.2. Verwendete Materialien

Die folgenden Materialien sind auf der beiliegenden CD abgespeichert.

6.1.2.1. Powerpointpräsentation „Projektvorstellung“ – Walter Wegscheider

Vorstellung der Initiativen, Konzeption des Projekts.

6.1.2.2. „Blitzlichter“ – Markus Hohenwarter

Repräsentative Beispiele aus den Lernpfaden als Einstimmung für einen „idealen“ Medienmix.

Blitzlichter

Hier finden Sie einige Blitzlichter, kleine ausgewählte Teile, aus Lernpfaden dieses Projekts. Diese sollen zeigen, wie vielfältig der Einsatz neuer Medien im Mathematikunterricht aussehen kann.

Geometrie (2. Klasse)

- Reihenhäuser (GeoGebra kennen lernen)
- Roboter (Arbeitsblatt für GeoGebra), Ergebnis eines Schülers
- Kongruenzsatz WSW (Konstruktionsaufgabe, dyn. Konstruktionsprotokoll)
- Merkwürdige Punkte (Quiz)

Pythagoras (3. / 4. Klasse)

- Pythagoras-Pyramide (.exe, Mediator Programm)
- Oktaeder-Skelett (Bastelanleitung)

Zylinder - Kegel - Kugel (4. Klasse)

- Drehkegel (Animation)

Beschreibende Statistik (4. Klasse)

- Beobachtungsaufträge zum Mittelwert von 4 bzw. 5 Zahlen (Flash Applet)
- Bevölkerung (Video zur Bedienung von Excel)

Funktionen - Einstieg (5. Klasse)

- Schachtelbeispiel 1 (Flash Animation)
- Schachtelbeispiel 2 (Excel, Voyage, Derive Anleitung)

Vektoren in der Ebene (5. / 6. Klasse)

- Pfeile/Vektoren (interaktive Übung mit GeoGebra)
- Anwendung mit CAS (Anleitung zu Derive, Voyage, MuPad)
- Rollfeld (dyn. Arbeitsblatt)

Wahrscheinlichkeitsrechnung (6. / 7. Klasse)

- Ziegenproblem (Applet aus dem Netz)
- Geburtstag zu Weihnachten (Java Applet)

Differentialrechnung (7. Klasse)

- Bogen von St. Louis (Anwendungsbsp., GeoGebra)
- Differentialquotient (dyn. AB als Überprüfung)
- Ableitungspuzzle (Puzzle, mathe-online)

Integralrechnung (8. Klasse)

- Wasserverbrauch Fußballspiel (Arbeitsblatt)
- Grundstück am See (dyn. AB)
- Unter-, Obersummen (GeoGebra, per Hand, Derive)
- Flächeninhaltsfunktion (dyn. AB)

Kryptographie (WPG)

- RSA-Algorithmus (Flash Applet)
- RSA-Algorithmus (für Derive)

6.1.2.3. Powerpointpräsentation „eLearning und Lernkultur“ – Gabriele Bleier

Grundsätzliche Überlegungen zum Einsatz von E-Learning-Materialien in Verbindung mit Lernkultur.
(Siehe 5.2.3. – „Sinnvoller Medienmix“)

6.2. SEMINARE UND WORKSHOPS

Die Projektteilnehmer/innen haben sich bei der Planung der Seminar-Designs und Durchführung der Seminare und Workshops bei den Bundesseminaren in Amstetten und Rankweil aktiv beteiligt. Durch die Zusammenarbeit mit dem pädagogischen Institut Niederösterreich, Abteilung AHS wurde die Dissemination erleichtert. Es ist auch gelungen, andere Schultypen – hauptsächlich HAK, vereinzelt HTL – in die gemeinsamen Bundesseminartätigkeiten einzubeziehen. Eine verstärkte Seminartätigkeit im Bereich der Sekundarstufe I in Kooperation mit der APS wird zum Zeitpunkt des Projektabschlusses gerade aufgebaut. Dabei werden die personellen Kontakte zur Arbeitsgruppe M8-Bildungsstandards genutzt.

Viele der Projektteilnehmer/innen wirkten und wirken als bewährte Referent/innen bei verschiedensten Fortbildungsveranstaltungen und gewährleisteten dadurch Nachhaltigkeit.

6.3. NATIONALE TAGUNGEN

Während des Projektzeitraumes wurden die Ergebnisse bei verschiedenen bedeutenden nationalen Veranstaltungen zu Mathematikunterricht und E-Learning vorgestellt. Einige wichtige Aktivitäten waren:

- Bildung online, Hall in Tirol (8. - 10. Juni 2006)
- eLearning-Cluster-Tagung in Rohrbach, Oberösterreich (15. - 16. Mai 2006)
- ÖMG-Tagung, Wien (21. April 2006)
- Interpädagogika, Linz (10. November 2005)

6.4. INTERNATIONALE TAGUNGEN

6.4.1. 10. Internationale Tagung über Schulmathematik

Mathematik – die Schlüsseltechnologie in Industrie und Wirtschaft
26.2. – 1.3.2006, Technische Universität Wien

Teilnehmer/innen: Anita Dorfmayr, Markus Hohenwarter

Die etwa 160 Teilnehmer/innen dieser Tagung waren vorwiegend österreichische AHS- und BHS-Lehrer/innen. Einige Teilnehmer/innen aus dem Bereich der Didaktik kamen aus dem europäischen Ausland und aus den USA.

Im Rahmen der Tagung wurden von Anita Dorfmayr und Markus Hohenwarter zwei Workshops mit dem Titel „Medienvielfalt im Mathematikunterricht – GeoGebra“ angeboten. Der erste Workshop widmete sich vor allem der Vorstellung der Lernpfade für die Unterstufe, im zweiten Workshop standen Oberstufen-Lernpfade im Vordergrund. Die GeoGebra-Elemente wurden deutlich hervorgehoben.

Das Interesse an den Workshops war sehr groß (gesamt ca. 60 Teilnehmer/innen), das Feedback der Teilnehmer/innen durchwegs positiv. Von einigen ausländischen Teilnehmer/innen kam der Wunsch nach einer englischsprachigen Version der Materialien.

6.4.2. DES-TIME-2006

9. ACDCA Summer Academy, 7th International Derive and TI-CAS Conference
20-23.7.2006, Dresden (Deutschland)

Teilnehmer/innen: Anita Dorfmayr, Franz Embacher, Helmut Heugl, Walter Wegscheider

Im Rahmen dieser Tagung wurde das Projekt „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“ in Form von Kurz-Vorträgen, eines Workshops und über informelle Gespräche vorgestellt. Die Teilnehmer/innen dieser internationalen Tagung waren Lehrer/innen und Didaktiker/innen mit Erfahrungen im Bereich Computeralgebra.

Es wurden einige Kurz-Vorträge (je ca. 20 Minuten) über das Projekt Medienvielfalt im Mathematikunterricht abgehalten. Entsprechende Publikationen zu diesen Vorträgen erscheinen bei den Conference Proceedings.

- Franz Embacher: The didactical significance of interactive animations
- Anita Dorfmayr: „Learning pathes“ in classroom teaching
- Anita Dorfmayr (stellvertretend für Markus Hohenwarter): Dynamic calculus in GeoGebra
- Helmut Heugl: Didactical principles of mathematics education supported by electronic media

Weiters boten Anita Dorfmayr, Franz Embacher und Helmut Heugl einen Workshop (90 Minuten) an. Dieser bot eine kurze Vorstellung des Projektes. In Form von „Blitzlichtern“ wurden charakteristische Elemente aus verschiedenen Lernpfaden der Unter- und Oberstufe präsentiert. Schwerpunkt des Workshops war die individuelle Arbeit der Teilnehmer/innen mit den Lernpfaden.

Walter Wegscheider hielt einen Vortrag mit dem Titel „Lösen von Problemen der Sphärischen Trigonometrie unter Zuhilfenahme von Computeralgebra – Parametrisierung und Visualisierung“.

6.4.3. 3rd YERME SUMMER SCHOOL (YESS-3)

7. – 13. August 2006, Jyväskylä (Finnland)

Teilnehmerin: Anita Dorfmayr

Im Rahmen der Working Group „Information technologies in mathematics teaching and learning (software, Internet, etc.)“ wurde das Projekt Medienvielfalt im Mathematikunterricht in einem 20-minütigen Vortrag vorgestellt. Der Schwerpunkt lag dabei auf der Vorstellung der beiden Geometrie-Lernpfade aus der 2. Klasse von Anita Dorfmayr und Walter Klinger. Außerdem wurden an Hand dieser Lernpfade verschiedene methodische Konzepte für den Einsatz solcher Materialien im Unterricht vorgestellt.

Das Konzept „Lernpfad“ war den anderen Teilnehmer/innen in dieser Working Group (aus Deutschland, Frankreich, Spanien, Kolumbien und der Türkei) ebenso neu wie das Programm GeoGebra. Auch die verschiedenen methodischen Konzepte, die im Zusammenhang mit Lernpfaden verwendet werden können, bedurften genauerer Erklärung. Die Rückmeldungen waren durchwegs sehr positiv. Vor allem von den Teilnehmer/innen, die nicht aus Deutschland kamen, wurde allerdings bedauert, dass die Lernpfade nur in Deutsch vorliegen.

6.4.4. Guatemala

7. – 9. August 2006, Vorstellung der Lernpfade an der österreichischen Schule

Teilnehmer: Mag. Andreas Lindner

Im Zuge einer schulinternen Fortbildung an der österreichischen Schule in Guatemala City wurde in Kooperation mit der dortigen deutschen Schule dynamische Geometrie-Software und elektronische Unterrichtsmaterialien für den Mathematikunterricht vorgestellt. An einem von drei Seminartagen stellte Andreas Lindner die Lernpfade des Projekts vor, die anschließend von den 12 Teilnehmer/innen erprobt wurden.



Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

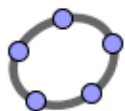
TEIL 7

ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

verfasst von

Dr. Franz Embacher
Dr. Helmut Heugl
Dr. Markus Hohenwarter

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

7. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Resume der drei Initiativen

7.1. ACDCA

Die Rolle von ACDCA im Projekt „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“

Der Computer zwingt uns, über Dinge nachzudenken, über die wir schon längst hätten nachdenken sollen

Der Weg von ACDCA zum Projekt

Die Rolle des Computers als mathematisches Werkzeug im Unterricht kann entsprechend seiner Entwicklung in zwei Phasen eingeteilt werden:

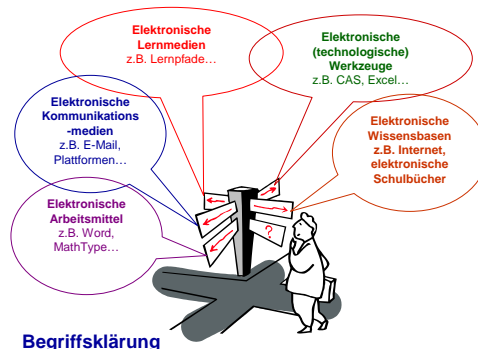
- Die erste Phase war gekennzeichnet durch die wachsende Bedeutung numerischer Methoden. Schüler/innen mussten beim Mathematiklernen zum üblichen Übersetzungsprozess von der Umgangssprache in die Sprache der Mathematik noch einen zweiten Übersetzungsschritt machen: Von ihrer Sprache der Mathematik in die Sprache des Computers.
- Die zweite Phase begann mit der Verfügbarkeit von Computeralgebra Systemen (CAS). Auch schon didaktisch aufbereitete Software wie Derive ersparte den Schüler/innen den zweiten Übersetzungsprozess – der Computer verstand plötzlich die mathematische Sprache der Schüler/innen. Wir starteten in Österreich zu Beginn der neunziger Jahre sehr früh – mit der Gründung von ACDCA – die Implementierung von CAS im Unterricht, begleitet von insgesamt fünf Forschungsprojekten zur Evaluation dieser Entwicklung.

Die wichtigsten Veränderungen betrafen nicht vorrangig die behandelten Inhalte, sondern die Art des Lernens und Lehrens, sowie eine Schwerpunktsverschiebung bei den erforderlichen mathematischen Tätigkeiten der Schüler/innen. Wir beobachteten:

- ein deutlich stärker schülerzentriertes, experimentelles Lernen,
- eine Verschiebung der Tätigkeit vom Ausführen zum Planen, sowie
- eine Schwerpunktsverschiebung vom bisher dominierenden Operieren zum Modellieren, Interpretieren und Argumentieren.

Eine Konsequenz dieser Ergebnisse war, Lern- und Lehrmethoden im CAS-unterstützten Unterricht verstärkt zum Gegenstand unserer Forschung zu machen.

Der nächste Entwicklungsschub für den Mathematikunterricht entstand aus der Verfügbarkeit elektronischer Wissensbasen, wie Internet und elektronischer Kommunikationsmedien. Gleichzeitig wurde die Vielfalt mathematischer Werkzeuge immer größer, erwähnt werden soll nur der Bereich der dynamischen Geometriesoftware oder die Nutzung von Applets für experimentelles Lernen. Eine bahnbrechende Innovation war die Entwicklung von GeoGebra – eine Software, die CAS und Dynamische Geometrie optimal verknüpft.



Java

Es war der Initiative des Bildungsministeriums vertreten durch MR Dr. Dorninger zu verdanken, dass verschiedene österreichische Initiativen zur Verbesserung des technologiegestützten Mathematikunterrichts zusammengeführt wurden. Das war auch der Start des Projekts „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“.

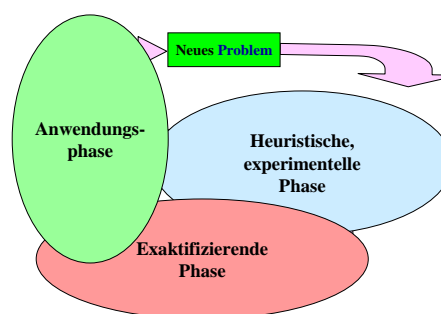
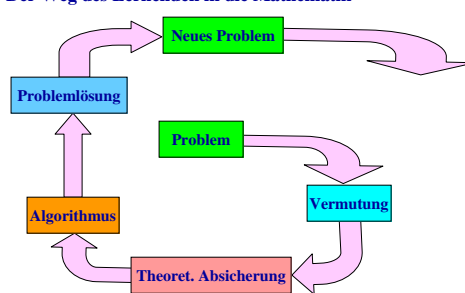
Die Rolle von ACDCA im Projekt

Zu fünf Bereichen konnte ACDCA einen Beitrag leisten:

- ➡ Didaktische Begleitung gestützt auf der Erfahrung unserer CAS-Projekte:
 - Was soll wie warum gelernt werden?
 - Welche typischen Abläufe gibt es beim Lernen und Betreiben von Mathematik?
 - Welche fachlichen und fachdidaktischen Aspekte sollen im Laufe eines Lernpfades beachtet werden?
- ➡ Die Rolle von CAS als mathematisches Werkzeug in den verschiedenen Lernpfaden:
 Gerade die Kooperation in diesem Projekt zeigte, dass zwischen den verschiedenen eingesetzten mathematischen Werkzeugen Java Applets, GeoGebra, Excel und CAS kein ausschließendes „entweder – oder“ gilt, sondern dass sie sich sehr gut im Lernprozess ergänzen. Jedes Werkzeug hat seine besonderen Vorteile im Laufe des Lernprozesses.

Beschreibt man den Weg des Lernenden auf einer Spirale [Buchberger, 1992], so kann man drei Phasen des Lernprozesses orten:

Der Weg des Lernenden in die Mathematik



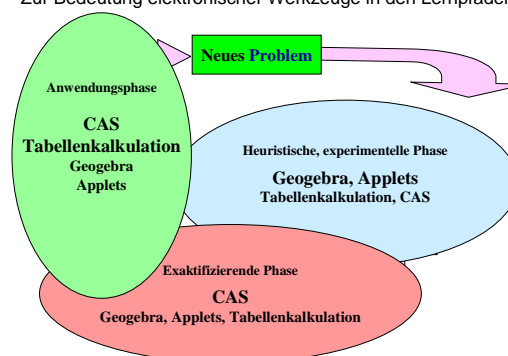
Während in der heuristischen, experimentellen Phase Werkzeuge wie Java Applets oder GeoGebra Vorteile haben, sind in der exaktifizierenden Phase und in der Anwendungsphase eher CAS-Werkzeuge wirksam.

Aufgabe der ACDCA Vertreter/innen war also, Wissen über den CAS spezifischen Einsatz von Werkzeugen einzubringen. Ein wichtiger Beitrag dazu ist auch das Angebot von Lern- und Bedienungshilfen zum Erwerb der nötigen CAS-Werkzeugkompetenz.

Zur Bedeutung elektronischer Werkzeuge in den Lernpfaden

- ➡ Die technologische Kompetenz von ACDCA-Vertreter/innen ist bei der Programmierung und Implementierung der Lernpfade wichtig.

- ➡ Die methodische Gestaltung der Lernpfade: Wie eingangs erwähnt beschäftigten wir uns in den CAS-Projekten sehr bald mit den Methoden von EVA (eigenverantwortlichem Arbeiten) bei CAS-gestütztem Unterricht. Weiters bringen ACDCA-Vertreter/innen auch E-Learning Erfahrung mit ein.



- ➡ Die organisatorische Erfahrung: Im Laufe unserer langjährigen Arbeit mit an Technologie interessierten Lehrer/innen aus ganz Österreich haben wir ein Netzwerk für technologiegestützten Unterricht aufgebaut. Diese Strukturen von unserer Zentrale am PI Hollabrunn, über Landeskoordinatoren und Referenten bis hin zu den Lehrer/innen ist bei der Verbreitung des Konzeptes „Medienvielfalt“ sehr nützlich.

Die Rolle von ACDCA bei zukünftigen Projekten

Bedenkt man das positive Interesse und die steigende Bedeutung von Technologie im Unterricht des Zeitalters von Informations- und Kommunikationstechnologie, so sind die ersten 14 Lernpfade nur ein erster kleiner Schritt.

Möglich Arbeitsbereiche bei zukünftigen Projekten:

- Ausweitung der Lernpfadthemen auf weitere Inhaltsbereiche
- Weiterführung des Lernpfadkonzeptes bei den bisher einbezogenen Inhalten: Die derzeit verfügbaren Lernpfade sind, wie der Titel oft zeigt, Einführungen in bestimmte mathematische Kapitel. Daher dominiert oft die heuristische, experimentelle Phase des Lernens. Zukünftige Lernpfade sollten dort anknüpfen und auch die exaktifizierende und vor allem die Anwendungsphase in größerem Ausmaß abdecken.
- Internationale Kooperation auf dem Gebiet der Lernpfadforschung und –entwicklung: Vor kurzem wurde in Wien eine Kooperation mit E-Learning – Initiativen in Deutschland (Pentagramm-Gruppe unter der Leitung von Prof. Weigand) gestartet. Diese Kooperation sollte weiter geführt werden. Man muss nicht in allen Ländern das Rad neu erfinden und das „österreichische Rad“ kann dazu ein guter Beitrag sein.
- Stärkere Einbeziehung von Fragen der Leistungsmessung und Leistungsbewertung: Derzeit dominiert bei der Notenfindung die produktorientierte Leistungsmessung der Schularbeit. Der Anteil schülerzentrierten Lernformen nimmt zwar zu, ihre Bedeutung spiegelt sich allerdings in der Notenfindung kaum wider.

Die Gruppe ACDCA kann entsprechend ihrer Rolle beim laufenden Projekt zu allen Bereichen einen Beitrag leisten.

Bei den eingesetzten mathematischen Werkzeugen erwarten wir bei Einbeziehung der exaktifizierenden Phase und der Anwendungsphase in die Lernpfadentwicklung eine zunehmende Bedeutung von CAS. Dem kommt auch die geplante Weiterentwicklung von GeoGebra entgegen.

7.2. GEOGEBRA

Die Rolle der Initiative GeoGebra im Projekt

Vorgeschichte der Initiative bis zum Projektstart

Die Initiative „GeoGebra – dynamische Mathematik für die Schule“ entstand ab 2001 aus einer Diplomarbeit und später einer Dissertation im Bereich Didaktik der Mathematik von Markus Hohenwarter an der Universität Salzburg. Ab dem Schuljahr 2003/2004 konnte die frei verfügbare Software in österreichischen Schulen Fuß fassen. Durch die Möglichkeit der Entwicklung von dynamischen Webseiten mit GeoGebra wurde Andreas Lindner (Bad Ischl), der bereits große Erfahrung in der Entwicklung webbasierter Materialien hatte, auf die Software aufmerksam. Gabriele Jauck (Zell am See) begann damals mit dem parallelen Einsatz von GeoGebra und Derive in Notebook-Klassen.

Beim Bundesseminar in Amstetten im März 2004 wurden auf Betreiben von ACDCA auch GeoGebra Workshops angeboten, und es ergab sich die Gelegenheit zu einem ersten Treffen von Vertretern der Initiativen ACDCA, GeoGebra und Mathe-Online. Nach mehreren Begegnungen bei diversen Fortbildungsveranstaltungen in ganz Österreich kam Mitte 2004 von ACDCA und Mathe-Online die Einladung zur Mitarbeit von GeoGebra im Projekt „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“. ACDCA hat große Kompetenz im Bereich des Einsatzes von Computeralgebra Systemen im Unterricht und Mathe-Online ist Spezialist im Bereich der Erstellung von webbasierten Materialien. Nachdem diese beiden Bereiche auch für die Initiative GeoGebra große Bedeutung haben, wurde diese Einladung gerne angenommen.

GeoGebra wurde im Projekt „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“ von Markus Hohenwarter, Gabriele Jauck und Andreas Lindner vertreten.

Auswirkungen der gemeinsamen Arbeit auf die Initiative GeoGebra

Im Rahmen des Projekts wurde GeoGebra vor allem zur Erstellung von dynamischen webbasierten Materialien verwendet. Daher sind hier auch die meisten Impulse für eine Weiterentwicklung der Software zu sehen, die im Anschluss an dieses Projekt umgesetzt werden sollen. Durch die Öffentlichkeitsarbeit an den Medienvielfaltstagen und bei anderen Veranstaltungen sowie durch die kostenlose Verfügbarkeit der erstellten Lernpfade via Internet konnte der Bekanntheitsgrad von GeoGebra im deutschsprachigen Raum deutlich gesteigert und zahlreiche neue Nutzer gewonnen werden.

Sehr fruchtbar waren zudem die Diskussionen in den zahlreichen Treffen zwischen Vertretern der verschiedenen Initiativen. Die unterschiedlichen Sichtweisen und Erfahrungen führten in natürlicher Weise zu einer Reflexion der eignen didaktischen Konzepte und Herangehensweisen.

Zukunftspläne

Die Initiative GeoGebra hofft, die gemeinsamen Bemühungen für einen modernen und verständlichen Mathematikunterricht mit ACDCA und Mathe-Online auch in Zukunft fortsetzen zu können.

Die Software GeoGebra selbst soll in mehrere Richtungen weiterentwickelt werden. Einerseits ist eine weitere Vereinfachung der Bedienung für Schüler/-innen der HS und AHS Unterstufe geplant. Dazu gehören insbesondere Möglichkeiten zur Anpassung der Symbolleiste und Makros.

Andererseits soll auch der weitere Ausbau der Möglichkeiten im Bereich Computeralgebra untersucht werden. Besonders reizvoll wäre der Versuch der Koppelung von GeoGebra mit einem Open Source Computeralgebra System (z.B. Maxima). Dadurch könnte ein sehr universelles und kostenlos (!) verfügbares Werkzeug für HS, AHS und BHS entstehen.

7.3. MATHE ONLINE

Beschreibung des Zugangs von *mathe online* vor dem Projekt

Neben dem „stehenden Material“ von *mathe online* war vor allem das Konzept der Lernpfade, wie sie auf der Plattform <http://www.mathe-online.at> erstellt werden konnten, der zentrale Angelpunkt zur Verankerung elektronischer Lernmedien im Mathematikunterricht.

- Zum „stehenden Material“:
mathe online wird oft mit dem Einsatz interaktiver „Applets“ identifiziert. Tatsächlich war die Erstellung kleiner, begrenzte mathematische Situationen erhellende dynamische Einheiten ein wichtiger Aspekt der Aufbauarbeit. Das „stehende Material“ (zu dem auch interaktive Tests und mathematische Hintergrundtexte zählen) wurde vor allem im „kleinen Redaktionsteam“ P.O./F.E. entwickelt.
- Zum Konzept der Lernpfade:
Das Konzept der Lernpfade wurde entwickelt, um einzelne „Lernobjekte“ (wie interaktive Applets, aber auch Arbeitsblätter und mathematische Texte) in einen konkreten pädagogischen Kontext zu stellen, andererseits aber auch ein gewisses Maß an Wiederverwendbarkeit (De-Kontextualisierung und Re-Kontextualisierung) zu garantieren. Im Gegensatz zum „stehenden Material“ war das Lernfad-Tool für die Benutzung durch alle interessierten LehrerInnen konzipiert.

Vor allem diese beiden Aspekte waren in den Projekten, die in den Jahren vor dem Medienvielfaltsprojekt im Schulbereich, aber auch an Universitäten und in der Erwachsenenbildung durchgeführt wurden (<http://www.mathe-online.at/projekte.html>) zentral.

Weniger gewichtet wurde in diesem Zugang die längerfristige Verwendung neuer Werkzeugtypen (vor allem Dynamische Geometrie und Computeralgebra) durch die SchülerInnen. Der Wunsch, diese stärker in das Lernpfadkonzept zu integrieren, stellte eine wesentliche Motivation für die Teilnahme am Medienvielfaltsprojekt dar.

Auswirkungen und Einschätzungen der gemeinsamen Arbeit auf die Initiative *mathe online* durch das Projekt

Die bedeutendste Auswirkung der gemeinsamen Arbeit bestand in einer Vertiefung des Lernfad-Konzepts.

Während der Begriff des Lernpfads in den vergangenen ein bis zwei Jahren im Bildungsbereich zunehmend Verwendung fand, zeichnete sich eine Weiterentwicklung seiner Bedeutung ab: die Integration von Aspekten der „Neuen Lernkultur“ in elektronische Medien, die besonders in den Lernpfaden des Medienvielfaltsprojekts zum Ausdruck kam. In den Lernpfaden treten einige Züge (die in den ersten im Rahmen der Plattform *mathe online* erstellten Lernpfaden nur vereinzelt vorhanden waren) besonders hervor:

- Die Begleittexte zu den einzelnen Lernschritten (Lernobjekten) beziehen sich in verstärktem Ausmaß auf *Gruppen* von Lernenden. Insbesondere werden die Sozialformen, in denen die Aufgaben bearbeitet werden sollen, vorgeschlagen oder vorgegeben.
- Die Prinzipien des entdeckenden Lernens und der eigenverantwortlichen Organisation des Lernprozesses bilden einen integralen Bestandteil sowohl der Aufgabentexte als auch des Aufbaus eines Lernpfads.
- Die Lernpfade enthalten zahlreiche Bezüge auf die konkrete Klassensituation und Verweise auf Tätigkeiten, auch solche, die *nicht* am Computer durchzuführen sind (von Ausschneidevorlagen bis zu konkreten Anweisungen, was elektronisch *oder* handschriftlich zu dokumentieren ist).

Damit wird der Lernpfad zu einer Instanz der *Organisation des Lernprozesses*, die die wichtigsten Faktoren einer konkreten Lernsituation berücksichtigt, ohne aber bedingungslos am elektronischen Medium zu hängen.

Besonders erfreulich fand das **mathe online** Team, dass zwei Grenzen ohne Schwierigkeiten überwunden wurden:

- Das Ziel, Beispiele für den Einsatz einer Vielfalt von Medien und Werkzeugen (den „Medienmix“) zu entwickeln, wurde sicher erreicht. Damit wurde die Dimension der durch elektronische Lernhilfen abzudeckenden didaktischen Ziele zweifellos erweitert.
- Die absolut problemlose Kooperation von KollegInnen, die aus verschiedenen Initiativen kommen.

Zukunftspläne und Einschätzungen der Initiative *mathe online* für die nächste Zeit

Ein besonders wichtiger Zukunftsplan ist der Wunsch, die erfolgreiche Zusammenarbeit fortzusetzen. Bereits die Diskussion um ein mögliches Folgeprojekt zeigte auf, wie viele Themen noch zu bearbeiten wären. Das **mathe online** Team schätzt die Chancen einer

- Fortsetzung (Folgeprojekt) und
- Ausweitung (Kooperationen mit anderen Initiativen)

der Projektaktivitäten als sehr positiv ein.

Darüber hinaus werden sonstige zukünftige Kooperations- und Projektaktivitäten den „Stempel“ unserer Erfahrungen im Medienvielfaltsprojekt tragen.

Das ursprüngliche Ziel, die Theorie der Mathematikdidaktik unter dem Blickwinkel elektronischer Lernhilfen zu vertiefen, wurde im Rahmen des Projekts weniger verfolgt (und daher auch weniger erreicht) als ursprünglich gehofft. In informellen Gesprächen wurde der Grund darin gesehen, dass gemeinsame Theorieentwicklung längerfristig zu sehen ist. Diese Diagnose stellt eine weitere Motivation dar, das Thema „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“ auch in Zukunft gemeinsam zu bearbeiten.

Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur
bm:bwk

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

SUMMARY

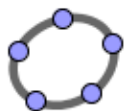
verfasst von

Mag. Irma Bierbaumer
Mag. Gabriele Bleier
Dr. Anita Dorfmayr
Dr. Franz Embacher
Dr. Helmut Heugl
Mag. Klaus Himpsl

Dr. Markus Hohenwarter
Mag. Gabriele Jauck
Mag. Walter Klinger
Mag. Andreas Lindner
Mag. Evelyn Stepancik
Mag. Walter Wegscheider

in Zusammenarbeit mit Dr. Thomas Himmelbauer, Mag. Petra Oberhuemer, Dr. Edeltraud Schwaiger, Dr. Hildegard Urban-Woldron und den Testlehrerinnen und Testlehrern

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

mathe online

für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

Medienvielfalt im Mathematikunterricht

gemeinsames Projekt von ACDCA, mathe online und GeoGebra

Kurzbericht

Gefördert vom Bundesministerium für
Bildung, Wissenschaft und Kultur
und vom
Pädagogischem Institut des
Bundes in Niederösterreich, Abt. AHS

Oktober 2006

Im Rahmen des Projekts *Medienvielfalt im Mathematikunterricht* wurden exemplarisch Perspektiven für einen technologisch zeitgemäßen und schülerInnenzentrierten Mathematikunterricht aufgezeigt. Die entwickelten Materialien (Lernpfade) wurden im praktischen Unterrichtseinsatz getestet und einer Evaluation unterzogen. Sie stehen allen interessierten LehrerInnen (und auch SchülerInnen) unter <http://www.austromath.at/medienvielfalt/> zur Verfügung.

Ausgangslage

Innovationen im Mathematikunterricht fanden im letzten Jahrzehnt vor allem auf zwei Ebenen statt: auf der Ebene der „Neuen Medien“ und auf der Ebene der „Neuen Lernkultur“:

- Einerseits stehen zahlreiche technologische und mediale Werkzeuge sowie eine große Anzahl unterschiedlich aufbereiteter Lehr- und Lernmaterialien zu mathematischen Themen zur Verfügung. Von interaktiven Visualisierungen (Applets) und Tests über dynamische Geometrie bis zur Computeralgebra werden zahlreiche Ressourcen angeboten, die im Unterricht eingesetzt werden können.
- Andererseits finden Konzepte schülerInnenzentrierter Lernformen (Stationenbetriebe, Lernspiralen, eigenverantwortliches Arbeiten,...) in zunehmenden Ausmaß Eingang in den Unterricht und in die LehrerInnenfortbildung.

Für viele KollegInnen an den Schulen stellten sich diese technologischen, medialen und pädagogischen Ansätze (die zum Teil mit konkreten Initiativen wie ACDCA und mathe online verbunden waren) bis vor kurzem als voneinander getrennte „Lösungen für den Unterricht“ dar, und oft wurde eine Entscheidung für *einen* Weg getroffen.

Projektziele

In dem von den Initiativen ACDCA (<http://www.acdca.ac.at/>), mathe online (<http://www.mathe-online.at/>) und GeoGebra (<http://www.geogebra.at/>) initiierten Projekt *Medienvielfalt im Mathematikunterricht* wurden Wege aufgezeigt, wie diese Aufspaltung überwunden werden kann. Die zentralen Ziele des Projekts waren die Entwicklung von Konzepten für eine ideale Medien- und Methoden-Kombination unter Integration der zur

Verfügung stehenden Technologien. In dem im Juni 2004 eingereichten Proposal wurden als die wichtigsten Ziele angegeben:

- Entwicklung innovativer Einsatzszenarien für Web-basierte Technologien bei ständiger Verfügbarkeit des Werkzeugs CAS.
- Gemeinsame Entwicklung von exemplarischen Lernpfaden unter Nutzung von Computeralgebrasystemen und Web-basierten Technologien ggf. im Zusammenspiel mit LMS / CMS (Learning Management Systemen / Content Management Systemen).
- Aufbau von Kommunikations- und Kooperationsabläufen zwischen EntwicklerInnen und Lehrenden in der Unterrichtspraxis.
- Einsatz der entwickelten Produkte in der LehrerInnenfortbildung. Untersuchung der Auswirkungen des Einsatzes neuer Lehr-/Lernmedien auf das Lehren und Lernen (Konsequenzen für die didaktische Aufbereitung des Unterrichtsstoffes, Lernerfolg, Möglichkeit zur individuellen Lernprozessgestaltung).

Die erzeugten Materialien sollen LehrerInnen angesichts der Vielfalt der bestehenden Angebote als Hilfestellung dienen und Impulse für kommende Standard- und Lehrplanentwicklungen geben können.

Das Projekt wurde in den Jahren 2004 – 2006 durchgeführt. Seine wichtigsten Strukturen, Aktivitäten und Phasen werden im Folgenden kurz zusammengefasst.

Projektorganisation

Das Projektteam bestand zu Beginn aus 14, am Projektende aus 12 Personen. Insgesamt fanden 10 Projekttreffen des gesamten Teams statt. Die organisatorische Detailplanung, die Vorbereitung der Infrastruktur, die Entwicklung der Detailkonzepte und Materialien sowie die technische Umsetzung fanden in kleineren Arbeitsgruppen bzw. in Einzelarbeit statt. Insgesamt waren etwa 100 derartige Treffen zu verzeichnen. Zur Unterstützung der Kommunikation wurden ein Wiki (zur gemeinsamen Arbeit an Planungsdokumenten) und eine Mailingliste eingesetzt.

Entwicklung von Konzepten und Materialien

Als gemeinsame äußere Form der entwickelten Materialien wurde das Konzept des *Lernpfads* gewählt. Ein Lernpfad ist eine Sequenz kleinerer Lerneinheiten (Visualisierungen, dynamischen Arbeitsblätter, Texten, Aufgabenstellungen,...), die am Web abrufbar ist und direkt von den SchülerInnen (innerhalb einer oder mehrerer Unterrichtsstunden) bearbeitet werden soll.

Mit jedem Lernpfad sind ausführliche methodisch-didaktische Erläuterungen verbunden, die sich an die LehrerInnen richten und konkrete Vorschläge zur Unterrichtsmethodik (vor allem betreffend die Wahl der Lern- und Sozialformen) darstellen.

**Medienvielfalt
im Mathematikunterricht**

Eine Kooperation der Mathematikinitiativen:

Eine Galerie multimedialer Lernhilfen
mathe online für Schule, Fachhochschule,
Universität und Selbststudium

CDCA **GeoGebra**

Testversion Lernpfade
Jänner 2006
Unterstützt durch das **bm:bwk**

Zusatzangebote auf der CD: Unterrichtsmaterialien und Software der drei Initiativen

Um die Breite innovativen Medieneinsatzes aufzuzeigen, wurden 14 Lernpfade für alle Schulstufen ab der 2. Klasse Unterstufe entwickelt:

- Geometrie (2. Klasse)
 - **Koordinatensystem** und geometrische Grundbegriffe
 - **Kongruenz** - vermuten, erklären, begründen
 - **Dreiecke - Merkwürdige Punkte**
- Satz von Pythagoras (3. /4. Klasse)
 - **Pythagoras** (3. Klasse)
 - **Pythagoras im Raum** (4. Klasse)
- Beschreibende Statistik (4. Klasse)
 - **Beschreibende Statistik**
- Zylinder - Kegel - Kugel (4. Klasse)
 - **Zylinder - Kegel - Kugel**
- Funktionen (5. Klasse)
 - **Funktionen - Einstieg**
- Vektorrechnung (5. / 6. Klasse)
 - **Vektorrechnung in der Ebene, Teil 1**
 - **Vektorrechnung in der Ebene, Teil 2**
- Wahrscheinlichkeitsrechnung (6. / 7. Klasse)
 - **Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung**
- Differentialrechnung (7. Klasse)
 - **Einführung in die Differentialrechnung**
- Integralrechnung (8. Klasse)
 - **Einführung in die Integralrechnung**
- Kryptographie (WPG)
 - **RSA-Algorithmus: Asymmetrische Verschlüsselung**

Die Lernpfade sind für den Einsatz in AHS, BHS und APS geeignet (wobei sich die angegebene Klassenzuordnung am Lehrplan der AHS orientiert). Sie stehen unter <http://www.austromath.at/medienvielfalt/> frei zur Verfügung.

Die Bedeutung der Verbindung elektronischer Medien mit Neuer Lernkultur wuchs im Laufe der Entwicklungsarbeiten (und kommt daher in den Lernpfaden stärker zum Ausdruck als noch vor Projektbeginn im Proposal formuliert). Vom gegenwärtigen Standpunkt aus betrachtet kann diese Verbindung als *der* zentrale innovative Ansatzpunkt des Projekts angesehen werden. Insbesondere wurde jeder Lernpfad so gestaltet, dass er sich zur Unterstützung einer oder mehrerer Lernformen, etwa

- als Lernspirale (im Sinn von eigenverantwortlichem Arbeiten),
- als Stationenbetrieb mit Pflicht- und Wahlaufgaben oder
- als eLearning-Sequenz, ggf. unter Einbeziehung einer Lernplattform

eignet. Ein weiterer innovativer Aspekt des Projekts besteht in der engen Verbindung von CAS-Techniken mit dem Einsatz von Visualisierungen und dynamischer Geometrie. Weiters finden sich in den Lernpfaden zahlreiche Aufgabenstellungen, die sich als Standardaufgaben eignen. Davon wurden einige gemäß dem österreichischen Kompetenzmodell kategorisiert und sollten in den öffentlichen Orientierungspool für Standardaufgaben aufgenommen werden.

Die Testversion der Lernpfade wurde im Dezember 2005 freigegeben und (um auch den Einsatz im Offline-Betrieb zu ermöglichen) für TestlehrerInnen und TeilnehmerInnen der Medienvielfalt-Fortbildungsveranstaltungen auf CD zur Verfügung gestellt.

Evaluation der Materialien im Mathematikunterricht

Um die Materialien im konkreten Unterrichtseinsatz unter möglichst unterschiedlichen Bedingungen zu testen, erging ein Aufruf an die österreichischen AHS- und BHS-LehrerInnen, sich an einer umfangreichen Evaluation zu beteiligen. Insgesamt haben sich ca. 140 LehrerInnen und ca. 2500 SchülerInnen im Zeitraum November 2005 – März 2006 für die Testphase angemeldet. Als Evaluationsinstrumente wurden je ein Online-Fragebogen für LehrerInnen und SchülerInnen verwendet.

Rückmeldungen der SchülerInnen

(1) Allgemeine Angaben

An der externen Evaluation nahmen 1538 Schüler/innen aus 88 Klassen teil, davon waren 36 aus der Unterstufe und 52 aus der Sekundarstufe II (AHS und BHS). 49% waren männliche Schüler und 51% weibliche Schülerinnen. 57% der Schüler/innen gaben an (vergleiche die Zahlen bei TIMSS und PISA!), dass Mathematik ein Fach ist, das sie gerne mögen.

(2) Angaben zu den Lernpfaden:

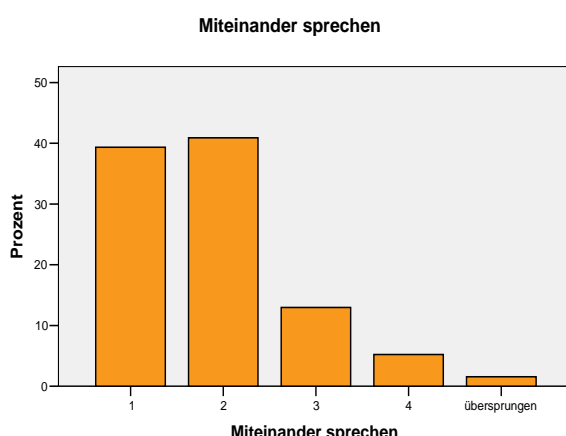
Die Gestaltung der Lernpfade wurde von den Schüler/innen sehr positiv beurteilt. 69% gaben an, dass ihnen das Layout der Lernpfade sehr gut gefallen hat. Die in den Lernpfaden verwendete Sprache war für 79% der Schüler/innen „zur Gänze“ bzw. „größtenteils“ verständlich. Die am häufigsten verwendete Software bei der Bearbeitung der Lernpfade war GeoGebra, gefolgt von Excel und Derive.

Über 60% der Schüler/innen gaben an, dass die interaktiven Übungen in den Lernpfaden beim Verständnis der Lerninhalte geholfen haben. Wiederum mehr als die Hälfte der Schüler/innen – nämlich 65% - bejahten die Frage, ob sie wieder mit einem Lernpfad im Mathematikunterricht arbeiten möchten.

Die Hypothese, dass die Erarbeitung von Lernpfaden auch die **kommunikativen Kompetenzen** fördert, wurde durch folgende Ergebnisse unterstützt.

Für 81% der Schüler/innen traf es völlig bzw. eher zu, dass es beim Durcharbeiten des Lernpfades möglich war, mit anderen Schüler/innen über die mathematischen Inhalte zu sprechen. Mehr als die Hälfte der Schüler/innen meinen, dass sie beim Erlernen der mathematischen Inhalte mit dem Lernpfad allein oder mit anderen gemeinsam Ideen und Argumente austauschen konnten. Gegenseitiges Helfen und gemeinsames Arbeiten wurde durch diese Lernpfade bzw. deren methodische Umsetzung in erfreulichem Ausmaß umgesetzt.

Beim Durcharbeiten dieses Lernpfades war es möglich, mit anderen Schüler/innen über die mathematischen Inhalte zu sprechen:



1	Trifft völlig zu
2	Trifft eher zu
3	Trifft eher nicht zu
4	Trifft gar nicht zu

Ein Ziel von Lernpfaden ist die Steigerung und Bewusstmachung der **Eigenverantwortlichkeit** von Schüler/innen für den eigenen Lernprozess. 85% der Schüler/innen stimmten der Aussage: „Beim Erlernen der Inhalte mit diesem Lernpfad war ich selbst für meinen Lernfortschritt und Lernprozess verantwortlich“, zu. Daraus resultierend sollten die Schüler/innen befähigt werden, die Inhalte besser zu erfassen. Die Frage nach dem **Verständnis** von Sinn und Bedeutung der neu erlernten Begriffe wird von rund 70% der Schüler/innen bejaht. Lernpfade haben das Ziel, die **Motivation** zu erhöhen. Viele Schüler/innen – rund 60% - haben diesen Lernpfad mit Neugier, Engagement sowie Lust am Denken und mathematischen Tun absolviert. Im Bereich der Unterstufe werden hier deutlich bessere Ergebnisse erzielt. Die allgemeine Zufriedenheit mit den Lernpfaden war auf Seiten der Schüler/innen sehr hoch.

Rückmeldungen der LehrerInnen:

(1) Allgemein:

An der externen Evaluation nahmen 74 Lehrer/innen teil, wobei manche auch mit zwei oder drei Klassen teilnahmen, so dass sich 88 ausgefüllte Fragebögen ergaben. Bei der Frage nach der Teilnahme an besonderen Projekten der betreffenden Schulen zeigte sich, dass erwartungsgemäß relativ viele Kolleg/innen von Schulen mit E-Learning-Schwerpunkten (eLSA, eLC) teilnahmen. Im einzelnen wurden genannt: eLSA: 23x, eLC: 5x, IMST: 22x, TEOS: 3x, ... - andere: EU-Projekte: 6x.

Bei der Frage nach den Vorerfahrungen bzgl. Neuer Lernkultur und E-Learning ergab sich ein recht erfreuliches Bild. Keine Vorerfahrungen mit Lernspiralen hatten nur 30%, mit Stationenbetrieben 23%, mit Lernsequenzen nur 14%, und mit Lernplattformen 40%.

(2) Zu den Lernpfaden:

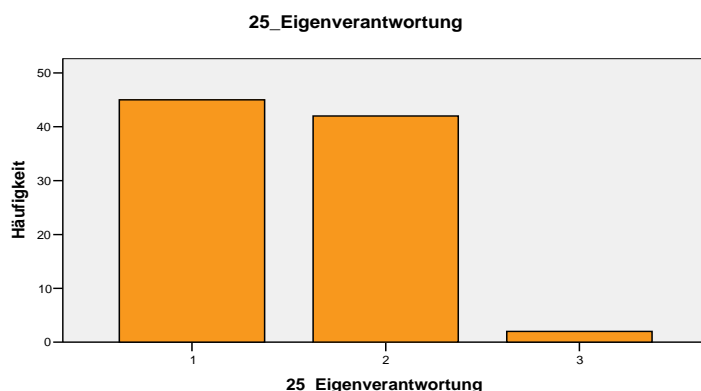
Die dabei vorgeschlagene Anzahl von Unterrichtseinheiten konnten 64% der Kolleg/innen einhalten. Mit 73% hielten sich die meisten Lehrer/innen an die methodischen Anweisungen. Die Fragen, ob die genannten Vorkenntnisse in inhaltlicher, methodischer und technischer Hinsicht ausreichend gewesen seien, wurden sehr positiv bewertet und mit 99%, 96% und 96% mit „Ja“ beantwortet.

Die Stärkung der **Kommunikation** und **Eigenverantwortung** der Schüler/innen wurde von den Lehrer/innen noch stärker wahrgenommen. Dies widerlegt das weit verbreitete Vorurteil, dass E-Learning schweigende Einzelbeschäftigung mit dem Computer sei.

87% der Lehrer/innen waren der Meinung, dass die vorgeschlagene Unterrichtsmethode die Kommunikation der Schüler/innen untereinander eher fördere.

Die positive Erwartung der Autor/innen, dass die Lernpfade die Eigenverantwortung der Schüler/innen fördere, wurde mit 98% Zustimmung („trifft völlig zu“ oder „trifft eher zu“) voll bestätigt. Die Rubrik „trifft gar nicht zu“ wurde nicht ausgewählt.

Beim Absolvieren des Lernpfades übernehmen die Schüler/innen Verantwortung für ihren eigenen Lernprozess:



trifft völlig zu	1
trifft eher zu	2
trifft eher nicht zu	3
trifft gar nicht zu	4

Bei den Abschlussmitteilungen, die in offener Frageform gegeben werden konnten, war der Grundtenor ebenfalls positiv. Jedoch wurden auch etliche kritische Anmerkungen gemacht, die aber überwiegend konstruktiv waren.

Interne Evaluation

Neben der externen Evaluation wurde ein internes Begutachtungsverfahren (innerhalb des Projektteams) durchgeführt, um eine optimale Basis für eine mögliche weitere Überarbeitung zu schaffen.

Öffentlichkeitsarbeit

Um die im Rahmen des Projekt entwickelten Konzepte und Materialien an KollegInnen weiterzugeben, wurden, neben der Produktion der bereits oben erwähnten CD, folgende Wege beschritten:

- In Kooperation mit Pädagogischen Instituten wurde eine Reihe von Bundesseminaren zur Medienvielfalt organisiert. Einige dieser Seminare wurden gleichzeitig dazu genutzt, die TestlehrerInnen des Projekts kennen zu lernen, ihnen die entwickelten Materialien vorzustellen und eine erste Feedbackschleife in Gang zu setzen.
- Im Jahr 2006 wurde in jedem österreichischen Bundesland ein *Medienvielfaltstag* abgehalten, an denen 221 LehrerInnen teilgenommen haben. Diese Aktivitätsschiene sprach erfahrungsgemäß ein weiteres Segment von LehrerInnen an und soll auch in den kommenden Jahren beibehalten werden. Die Medienvielfaltstage sollen weiter fortgesetzt werden.
- Die Inhalte des Projekts wurden auf nationalen und internationalen Tagungen vorgestellt (Deutschland - Dresden, Finnland, Guatemala, Medientage in Wels, Schulmathematik-Tage in Wien, Bildung Online in Hall, Interpädagogika 2005, ÖMG-Tagung, ...).

Insgesamt lässt sich als Resümee eine erstaunliche Breitenwirkung des Projekts und ein großes Interesse seitens der KollegInnen an den Schulen feststellen.

Finanzmittel

Die zur Verfügung gestellten Finanzmittel wurden zum Großteil zur Abgeltung der Fahrt- und Unterkunfts-Kosten (10 Gesamt-Projekttreffen und viele Arbeitstreffen zur Entwicklung der Lernpfade) sowie für die Organisation und Durchführung der Medienvielfaltstage und die Produktion der CD aufgewendet.

Erfahrungen der ProjektteilnehmerInnen

Die Arbeit an Konzepten und Beispielen für das Zusammenspiel einer Vielfalt von Medien, Werkzeugen und Methoden stellte nicht nur einen Schritt zur Erweiterung der Einsatzmöglichkeiten elektronischer Lernhilfen dar, sondern brachte auch eine Erweiterung des persönlichen Horizonts der ProjektteilnehmerInnen mit sich. Besonders erfreulich wurde die problemlose Kooperation von KollegInnen empfunden, die ursprünglich aus verschiedenen Initiativen und „Richtungen“ kamen.

Ausblick

Mit dem Abschluss des Projekts kommen die Aktivitäten zur Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts der drei Initiativen nicht zum Stillstand.

- Bereits zur Laufzeit des Projekts wurden Überlegungen zu einem Nachfolgeprojekt angestellt, in dessen Rahmen einzelne Aspekte, denen in der nahen Zukunft eine herausragende Bedeutung zukommen wird, vertieft werden sollen:
 - Vertiefung der Verbindung elektronischer Medien mit Neuer Lernkultur.
 - Elektronische Medien in der exaktifizierenden und vernetzenden Lernphase
 - Konzipierung eines Längsschnitts von der 1. bis zur 8. Klasse AHS.
 - Untersuchungen zur Nachhaltigkeit
 - Einsatz von Lernplattformen und Social Software im Mathematikunterricht.
 - Gender-Aspekte
- Die erfolgreichen Traditionen der Medienvielfaltstage und der Kooperation mit nationalen Bildungsinstitutionen zur Abhaltung von MultiplikatorInnenseminaren sollen weitergeführt werden.
- Überarbeitung der bestehenden Lernpfade
- Im September 2006 wurde eine internationale Kooperation begonnen: In einem Treffen mit KollegInnen der Initiative *Pentagrammgruppe* aus Deutschland, die von Hans-Georg Weigand und Jürgen Roth initiiert wurde und das Konzept der Lernpfade aufgegriffen hat, wurde eine künftige Zusammenarbeit zu den Themen
 - Qualitätskriterien für Lernpfade
 - Möglichkeiten für die Testung des Lernzuwachses und der Nachhaltigkeit des im Lernpfad-Einsatz erworbenen Wissens
 - Möglichkeiten der „Individualisierung“ webbasierter Lernpfaden durch LehrerInnen für einzelne Klassenvereinbart.

Weitere Informationen zum Projekt *Medienvielfalt und Mathematikunterricht* und seinen Ergebnissen sind dem unter <http://www.austromath.at/medienvielfalt/> zur Verfügung stehenden ausführlicheren Endbericht zu entnehmen.

Projektteam:

Mag. Irma Bierbaumer
Mag. Gabriele Bleier
Dr. Anita Dorfmayr
Dr. Franz Embacher
Dr. Helmut Heugl
Mag. Klaus Himpsl
Dr. Markus Hohenwarter
Mag. Gabriele Jauck
Mag. Walter Klinger
Mag. Andreas Lindner
Mag. Petra Oberhuemer
Mag. Evelyn Stepancik
Mag. Walter Wegscheider