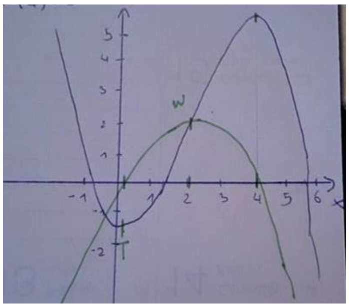
Reinisch Theresa

Lösungen zu den Aufgaben:

1) **Arbeitsblatt:**

Aufgabe 1) die blau gefärbten Kästchen sind richtig.

f(0)=3	☐
f(5)=2	☐
f'(5)>0	☐
f''(7)=0	☐
f'(7)<0	☐

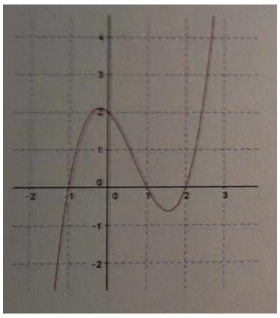


Aufgabe 2)

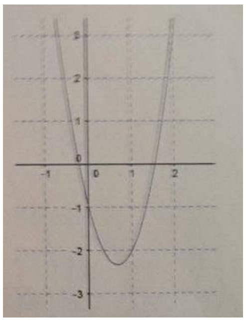
Aus Tiefpunkt und Hochpunkt wird eine Nullstelle. → NST bei 0 und 3.9
Aus Wendpunkt bei (2/2) wird eine Extremstelle.
Da f im Intervall]-∞; 0] fallend, ist f' in diesem Intervall negativ, sprich unter der x-Achse.
Da f im Intervall]0; 3.9] steigend, ist f' in diesem Intervall positiv, sprich über der x-Achse.
Da f im Intervall]3.9; ∞[fallend, ist f' in diesem Intervall negativ, sprich unter der x-Achse.
Deswegen ist bei x= 2 ein Hochpunkt.

Aufgabe 3)

f



f'



Aufgabe 4)

Die Funktion f(x) hat an der Stelle 2 sicher.....

a. eine Nullstelle, wenn $f(2)= 0$.
b. einen Hochpunkt, wenn $f'(2)= 0$ und $f''(2) < 0$.
c. eine Tiefpunkt, wenn $f'(2)= 0$ und $f''(2) > 0$.
d. einen Wendepunkt, wenn $f''(2)= 0$ und $f'''(2) \neq 0$.
e. einen Sattelpunkt, wenn $f'(2)= 0 = f''(2)$

Aufgabe 5)

Die Funktion f(x) ist an der Stelle 2....

a. Steigend, wenn $f'(2) > 0$.
b. Negativ gekrümmt, wenn $f'(2) < 0$.

2) **Kurvendiskussion:** $f(x)= x^3-6x^2+8x$
$f'(x)= 3x^2-12x+8$
$f''(x)= 6x-12$
$f'''(x)=6$

a) D= $\mathbb{R}$

b) Nullstellen: $x^3-6x^2+8x= 0$

$f(x)= x^3-6x^2+8x = x(x^2-6x+8)$

➔ $x(x^2-6x+8)= 0$

Jetzt wenden wir den Satz vom Nullprodukt an:
Ein Produkt ist gleich Null, wenn einer der Faktoren gleich Null ist.

Der 1. Faktor ist x. Der 1. Faktor ist gleich Null für x=0.
Die erste Nullstelle haben wir demnach bereits gefunden: $x_1= 0$.
Der 2. Faktor ist (x^2-6x+8). Wann wird dieser Faktor gleich Null?
→ $x^2-6x+8= 0$

Hierbei handelt es sich um eine quadratische Gleichung.
Quadratische Gleichungen lösen wir gewöhnlich mit Hilfe der kleinen Lösungsformel.

Die 2. und 3. Nullstelle berechnet sich demnach folgendermaßen: $x = -(\frac{p}{2}) \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$

$X_{2,3}= -(-6/2) \pm \sqrt{(-6/2)^2-8}=$

$= 3 \pm \sqrt{9-8}$

$= 3 \pm 1$

$X_2= 3+1= 4$ $x_3= 3-1= 2$

NST: $x_1= 0$, $x_2= 4$, $x_3= 2$

c) Extremstellen: 1.Ableitung null setzen und mit Lösungsformel Nullstellen berechnen

$x_1= 0.85$ und $x_2= 3.15$

in 2.Ableitung einsetzen → Hochpunkt oder Tiefpunkt

y-Werte berrechnen indem x_1 und x_2 in die Aufgangsgleichung eingesetzt wird.

$f''(x_1)= -6.93 < 0$ → H= (0.85/3.08)
$f''(x_2)= 6.93 >0$ → T= (3.15/-3.08)

d) Monotonieverhalten:

]−∞; 0.85[→ streng monoton steigend, da die Funktion bis zum Hochpunkt steigt.
]0.85; 3.15[→ streng monoton fallend, da die Funktion zwischen Hochpunkt und Tiefpunkt fällt.
]3.15; ∞[→ streng monoton steigend, da die Funktion ab dem Tiefpunkt wieder steigt.

e) Wendepunkt: → $f''(x)=6x-12=0$ → x=2

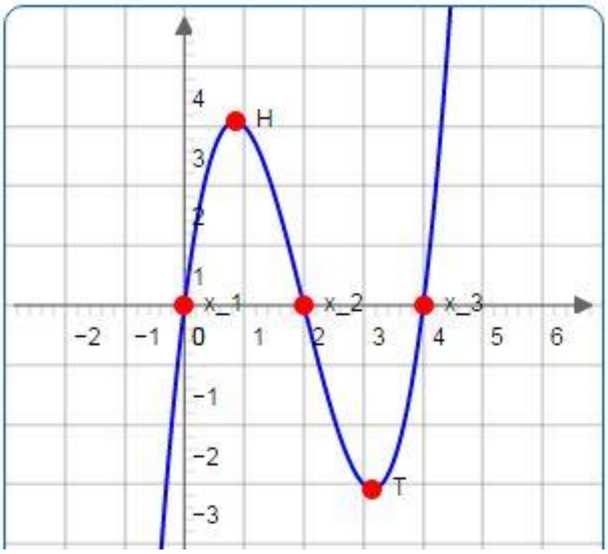
Überprüfen ob 3.Ableitung ungleich 0 ist. → f ‘‘‘(2)=6 → **W =(2/0)**

f) Krümmungsverhalten:

für x < 2 → negativ gekrümmt (rechtsgekrümmt)

für x > 2 → positiv gekrümmt (linksgekrümmt)

g) Graph:



Nullstellen

$x_1 = 0$

$x_2 = 2$ (Wendepunkt)

$x_3 = 4$

Extrempunkte

Hochpunkt H (0,85 | 3,08)

Tiefpunkt T (3,16 | -3,08)