

Arbeitsblatt „Potenzen und Wurzeln“
6.Klasse

Wiederholung:

Potenzen mit rationalen Exponenten kann man auch durch Wurzeln darstellen, wobei der

Nenner des Exponenten angibt, um die wievielte Wurzel es sich handelt (z.B.: $2^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{2^5}$).

Da es sich bei Potenzen um eine verkürzte Schreibweise von Multiplikationen handelt (z.B.: $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$), können im Zuge einer Rechnung die Reihenfolge von Potenzieren und Multiplizieren vertauscht werden (siehe Rechenregeln für Potenzen).

Zum **Vereinfachen von Wurzelausdrücken** empfiehlt es sich oft – in Gedanken oder schriftlich – in die Potenzschreibweise umzuwandeln.

Die im Folgenden angegebenen Rechengänge könnten daher bei guten KopfrechnerInnen auch stark verkürzt geschrieben werden.

$$127 \text{ c)} \quad \sqrt{a^4 b^6} = (a^4 b^6)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{4}{2}} b^{\frac{6}{2}} = a^2 b^3$$

$$127 \text{ g)} \quad \sqrt[6]{\frac{b^{18}}{a^{12}}} = \left(\frac{b^{18}}{a^{12}}\right)^{\frac{1}{6}} = \frac{b^{\frac{18}{6}}}{a^{\frac{12}{6}}} = \frac{b^3}{a^2}$$

Unter „**partiell Wurzelziehen**“ (= teilweise Wurzelziehen) versteht man die Möglichkeit, Teile der Potenzen „aus der Wurzel heraus zu nehmen“. Diese Möglichkeit ergibt sich, wenn die in den Exponenten auftretenden Bruchzahlen größer oder gleich 1 sind. Man faktorisiert (= stellt sie als Produkt dar) dann die Potenz derart, dass ein Faktor mit einem ganzzahligen

Exponenten und einer mit einem Exponenten kleiner als 1 entsteht. (z.B.: $2^{\frac{5}{3}} = 2^{\frac{3}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} = 2 \cdot 2^{\frac{2}{3}}$)

Den nachstehenden Beispielen liegt immer die selbe Lösungsstrategie zugrunde:

- Umwandeln von Wurzel- in Potenzschreibweise
- Faktorisieren
- Kürzen der Exponenten und Rückführung in die Wurzelschreibweise

Lernziel:

Kern: Die Rechnungen sollen richtig durchgeführt werden.

Erweitert: Die Rechnungen sollen ohne Umwandlung in Potenzschreibweise durchgeführt werden kann. Siehe dazu die 2.Rechenvariante bei 128g und 130c.

$$128 \text{ c)} \quad \sqrt[3]{24x^3y^2} = (2^3 \cdot 3x^3y^2)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{3}{3}} x^{\frac{3}{3}} (3y^2)^{\frac{1}{3}} = 2x\sqrt[3]{3y^2}$$
$$\sqrt[3]{24x^3y^2} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3x^3y^2} = 2x\sqrt[3]{3y^2}$$

$$128 \text{ g)} \quad \sqrt[5]{96x^{10}y^{11}} = (2^5 \cdot 3x^{10}y^{11})^{\frac{1}{5}} = 2^{\frac{5}{5}} x^{\frac{10}{5}} y^{\frac{10}{5}} (3y)^{\frac{1}{5}} = 2x^2y^2\sqrt[5]{3y}$$

$$129 \text{ c)} \quad \sqrt{32} = (2^5)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{4}{2}} (2)^{\frac{1}{2}} = 2^2 \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$129 \text{ g)} \quad \sqrt{250} = (2 \cdot 5^3)^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{2}{2}} (2 \cdot 5)^{\frac{1}{2}} = 5\sqrt{10}$$

Arbeitsblatt „Potenzen und Wurzeln“
6.Klasse

$$130 \text{ c) } \quad \sqrt[3]{88} = (2^3 \cdot 11)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{3}{3}} (11)^{\frac{1}{3}} = 2\sqrt[3]{11}$$
$$\sqrt[3]{88} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 11} = 2\sqrt[3]{11}$$

$$130 \text{ g) } \quad \sqrt[3]{128} = (2^7)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{6}{3}} (2)^{\frac{1}{3}} = 2^2 \sqrt[3]{2} = 4\sqrt[3]{2}$$

Beachte, dass in den bisherigen Rechnungen keine Rechnungen 1. Grades (Strichrechnungen) aufgetreten sind.

Gibt es dagegen auch Additionen oder/und Subtraktionen in der Angabe, so müssen zunächst die aus der Unterstufe bekannten Rechenregeln für Terme (Binome, Polynome) angewendet werden.

$$132 \text{ c) } \quad (\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{12})\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{2} =$$
$$= \sqrt[3]{8} + 2\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{24} = 2 + 2\sqrt[3]{4} - 2\sqrt[3]{3}$$