Arbeitsblatt 3

Ableitungsfunktion

Was bisher geschah:

2 Einstiegsaufgaben:

- Bestimmung der Steigung der Tangente in einem Punkt an einen Funktionsgrafen.
- Bestimmung der Momentangeschwindigkeit bei einer ungleichförmigen Bewegung.

Die Lösung der Aufgaben führte jeweils über den Limes eines Differenzenquotienten (= Differentialquotient, z.B. $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$ oder $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{df(x)}{dx}$ oder $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$) an der betreffenden Stelle der Funktion (x_0).

Den Differentialquotienten nennt man auch die **Ableitung** der Funktion an der Stelle x_0 bzw. t_0. Seine (Ihre) wichtigste und allgemeinste Bedeutung ist die **Änderungsrate einer Funktion**. Setzt man eine beliebige Stelle (x_0) in die Ableitung der Funktion ein, so resultiert eine Zahl, die beschreibt, wie steil der Funktionsgraf bei x_0 ist.

Die Ableitung einer Funktion gibt an, wie stark sich die Funktionswerte ändern.

Ist die Funktion differenzierbar, so gibt es diesen Differentialquotienten (die Ableitung) an jeder Stelle des Definitionsbereichs der Funktion. Der Differentialquotient (die Ableitung) hat wieder die Gestalt einer Funktion (Vgl. Bsp. 159 oder 172). Wobei wir uns beim Rechnen dieser Beispiele nur für *eine* Stelle des Definitionsbereichs interessiert haben (ein gegebenes x_0 oder t_0). Es wäre aber möglich gewesen, die Rechnung für eine *beliebige* Stelle des Definitionsbereichs durchzuführen[1].
In den folgenden Kapiteln werden wir meistens nicht Tangentensteigungen berechnen, sondern (nur) den allgemeinen Differentialquotienten. Wir sprechen dann von der **Ableitungsfunktion**. Die Bildung der Ableitungsfunktion nennt man „eine Funktion **ableiten** oder **differenzieren**“.

Beispiel:
f: $y = 2x^2$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2(x+\Delta x)^2 - 2x^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2x^2 + 4x\Delta x + 2(\Delta x)^2 - 2x^2}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2\Delta x(2x + \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} (4x + 2\Delta x) = 4x$$

Die Ableitungsfunktion von f ist also 4x.

Man sagt:

[1] Da geht daraus hervor, dass bei der Berechnung zunächst x_0 bzw. t_0 verwendet und die konkreten Werte erst im letzten Schritt der Berechnung eingesetzt wurde.

„f Strich   d y nach d x ist gleich 4x“

f’: $\frac{dy}{dx} = 4x$

Natürlich ist diese Form der Bestimmung der Ableitungsfunktion sehr aufwändig. Derive ermöglicht uns eine sehr einfache Berechnung. Das hat aber zur Folge, dass wir die allgemeinen Gesetzmäßigkeiten des Ableitens aus den Augen verlieren. Daher soll im Folgenden eine Sammlung der Ableitungen der wichtigsten Funktionstypen mit Hilfe von Derive erstellt werden.

Unter dem Titel Übersicht_Ableitungen ist diese (noch leere) Tabelle zu finden.

Fürs Erste sollen die Ableitungen von Polynomfunktion und konstanter Funktion berechnet werden.

- Studiere Derive-Arbeitsblatt Ableitungen1
- Führe die Berechnung der Ableitung (einfacher Weg) für 2 verschiedene n und 2 verschiedene d durch.
- Ergänze die Tabelle Übersicht_Ableitungen
- Formuliere in Worten, wie die Ableitungen von Potenzfunktion und konstanter Funktion einfach aussehen.