

Bsp: Koordinatenvektor bzgl. einer Basis bestimmen

$$V := \mathbb{R}^2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid x, y \in \mathbb{R} \right\}$$

$$B := (b_1, b_2), \quad b_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe: Den Koordinatenvektor von $v = \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \end{pmatrix}$ bzgl. der Basis B bestimmen.

Ansatz: $w = \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$ sei der Kandidat für den Koordinatenvektor, d.h.: $v = \beta b_1 + \gamma b_2$.

Also: $\begin{pmatrix} 2 \\ -10 \end{pmatrix} = \beta \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$. Das liefert ein Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und zwei Unbekannten. (vgl. 2.1).

$$\text{I: } 2 = 2\beta + 3\gamma$$

$$\text{II: } -10 = \beta + 5\gamma$$

Versucht man dieses Gleichungssystem zu lösen, so erhält man die eindeutigen Lösungen:

$$\beta = \frac{40}{7}, \gamma = -\frac{22}{7}$$

D.h. Der Koordinatenvektor von v bzgl. der Basis B ist $w = \begin{pmatrix} \frac{40}{7} \\ -\frac{22}{7} \end{pmatrix}$.