Beispiel: Vektorraum der reellen Folgen

K = $\mathbb{R}$.,

$V := \{(a_j)_{j\in\mathbb{N}} | a_j \in \mathbb{R}\, f\text{ü}r\ alle\ j\}$

Sei $v \in V$. Dann gilt: $v = (a_1, a_2, a_3, a_4, \dots)$mit passenden a_j. D.h. alle sogenannten Folgenglieder a_j sind mit den natürlichen Zahlen durchnummerierte Elemente aus $\mathbb{R}$

Konkretes Beispiel für eine Folge (=Vektor):

Die Folgenvorschrift der Folge a ist gegeben durch: $a_j := \frac{1}{j}$. Dann ist $a = \left(\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right)$

Die Vektoraddition ist (wie im $\mathbb{R}^2$) komponentenweise definiert:

$a = (a_j)_{j\in\mathbb{N}}, b = (b_j)_{j\in\mathbb{N}}$ Dann ist $a + b = (a_j)_{j\in\mathbb{N}} + (b_j)_{j\in\mathbb{N}} := (a_j + b_j)_{j\in\mathbb{N}}$,

Auch die Multiplikation eines Vektors (= Folge) mit einem Skalar (= reelle Zahl) ist komponentenweise definiert:

$\beta \in \mathbb{R}$, $a = (a_j)_{j\in\mathbb{N}}$ Dann ist $\beta a = \beta(a_j)_{j\in\mathbb{N}} = (\beta a_j)_{j\in\mathbb{N}}$

1.) Empfehlung: Mache dir jeweils ein konkretes Beispiel zur Addition und Multiplikation.
2.) Wie sieht der Nullvektor aus?
3.) Versuche, die Vektorraum-Axiome (vgl. 1.4) zu beweisen (vgl. Bsp1.5)
4.) Wo werden welche Rechenoperationen verwendet?