Die Ganzen Zahlen mit der Addition

$\mathbb{Z}$ seien die ganzen Zahlen, wie man sie aus der Schule kennt, + die übliche Addition auf dieser Menge.

$\mathbb{Z}$ ist bzgl. dieser Addition abgeschlossen, d.h. die Summe zweier ganzer Zahlen ist wieder eine ganze Zahl.

Dann ist $(\mathbb{Z}, +)$eine (abelsche Gruppe). Zu überprüfen: Es müssen die „Rechenregeln“ erfüllt sein.

1.) $\forall a, b, c \ \in \mathbb{Z}\ gilt: (a+b)+c = a+(b+c)$ ist erfüllt, da diese Rechenregel sogar für die reellen Zahlen (axiomatisch!) gilt.

2.) ist erfüllt mit $e = 0 \in \mathbb{Z}$ denn $\forall a \in \mathbb{Z}\ \ gilt:\ 0 + a = a + 0 = a$

3.) ist erfüllt, denn zu jeder Zahl $a \in \mathbb{Z}$ gibt es die sogenannte “Gegenzahl” $-a \in \mathbb{Z}$.

Zusätzlich ist die Addition kommutativ. wichtig