Der Binomialkoeffizient

Für positive und ganze n und k definiert man den Quotienten

$$\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

als

$$\binom{n}{k},$$

welchen man auch den **Binomialkoeffizienten** nennt.

Es gilt die wichtige Formel

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k},$$

weil

$$\binom{n}{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!(n-(n-k))!} = \frac{n!}{(n-k)!(\underbrace{n-n}_{=0}+k))!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Weitere Rechenregeln:

$$\binom{n}{0} = \frac{n!}{\underbrace{0!}_{=1}(n-0)!} = \frac{n!}{1*n!} = 1,$$

$$\binom{n}{n} = \frac{n!}{n!(n-n)!} = \frac{n!}{n!*0!} = \frac{n!}{n!*1} = 1,$$

$$\text{also } \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1,$$

$$\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = \frac{n!}{1!(n-1)!} = \frac{n*(n-1)*\ldots*1}{(n-1)*(n-2)*\ldots*1} = n,$$

$$\binom{n}{2} = \binom{n}{n-2} = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n*(n-1)*\ldots*1}{2*1*(n-2)*(n-3)*\ldots*1} = \frac{n(n-1)}{2},$$

$$
\begin{aligned}
\binom{n}{k} &= \binom{n}{n-k} \\
&= \frac{n!}{k!(n-k)!} \\
&= \frac{n * (n-1) * \ldots * (n-(k-1)) * (n-k) * (n-(k+1)) * \ldots * 1}{k! * \underbrace{(n-k) * (n-(k+1)) * \ldots * 1}_{(n-k)!}} \\
&= \frac{n * (n-1) * \ldots * (n-(k-1))}{k!}.
\end{aligned}
$$

Eine gute Merkregel ist, sich vor Augen zu halten, dass der Binomialkoeffizient

$$\binom{n}{k}$$

besagt, wieviele Möglichkeiten es gibt, k Elemente aus einer Menge von n Elementen auszuwählen.