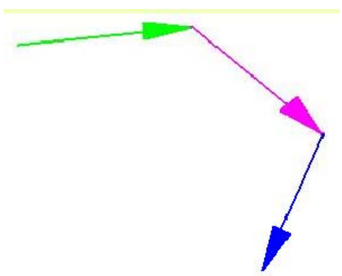

Lösungen zu Übungsblatt: Linearkombinationen von Vektoren

1. AUFGABE:

$\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{-b} + \vec{c} + \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} - 2 * \vec{b} + \vec{c}$

$\overrightarrow{PR} = \vec{b} - \vec{a} - \vec{c}$

$\overrightarrow{M_2M_1} = \frac{1}{2} * \vec{b} + \vec{b} - \vec{a} - \frac{1}{2} * \vec{c} = \frac{3}{2} * \vec{b} - \vec{a} - \frac{1}{2} * \vec{c}$

2. AUFGABE:

- $\lambda * \vec{a} + \mu * \vec{b} = \vec{0}$

  $\lambda * \binom{1}{2} + \mu * \binom{1}{-5} = \binom{0}{0}$

  Daraus bildet man das Gleichungssystem:

  I. $\lambda * 1 + \mu * 1 = 0$

  II. $\lambda * 1 + \mu * (-5) = 0$

  Aus der ersten Gleichung folgt $\lambda = -\mu$.

  Setzt man diese Lösung in die zweite Gleichung erhält man:

  $(-\mu) - 5 * \mu = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -6 * \mu = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \mu = 0$

  Daraus folgt dann, dass auch $\lambda = 0$ gilt.

  Die Vektoren sind **linear unabhängig**.

Für Wenn zwei Vektoren **linear unabhängig** sind, muss für die Linearkombination $\lambda * \vec{a} + \mu * \vec{b} = \vec{0}$ gelten, dass $\lambda = 0$ und $\mu = 0$.
Wenn mehr als zwei Vektoren linear unabhängig sind, dann müssen alle Koeffizienten in der Linearkombination gleich Null sein.

- Der Vektor $\vec{c}$ ist die Linearkombination der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

  $\lambda * \vec{a} + \mu * \vec{b} = \vec{c}$

  $1 * \binom{1}{2} + 1 * \binom{1}{-5} = \binom{2}{-3}$

  $\binom{2}{-3} = \binom{2}{-3}$

  Somit gilt: $\lambda = \mu = 1$. Daraus folgt, die drei Vektoren sind **linear abhängig.**

Wenn drei Vektoren **linear abhängig** sind, muss für die Linearkombination $\lambda * \vec{a} + \mu * \vec{b} = \vec{c}$ gelten, dass $\lambda \neq 0$ und $\mu \neq 0$.
Wenn mehr als drei Vektoren linear abhängig sind, dann müssen alle Koeffizienten in der Linearkombination ungleich Null sein.