



Lösung zum Übungsblatt 8: Parameterform (Punktrichtungsform)

1. AUFGABE:

Als "Aufpunkt" ("Stützvektor") wählen wir A ("den Ortsvektor von A").

Als "Richtungsvektor" den Vektor \overrightarrow{AB} .

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Um zu prüfen, ob die Punkte P und Q auf g liegen, machen wir die Punktprobe.

$$\text{für P: } \begin{pmatrix} -10 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{für Q: } \begin{pmatrix} -10 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Für P gibt es ein passendes t, nämlich $t = -1$, für Q nicht. Somit:

P liegt auf g, Q liegt nicht auf g.

2. AUFGABE:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und } h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -10 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -12 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} \vec{u} & \vec{v} \\ \text{P} & \text{Q} \end{matrix}$$

(Die Aufpunkte und Richtungsvektoren)

a) g und h sind parallel, da die Richtungsvektoren \vec{u} und \vec{v} linear abhängig sind.

b) Wir prüfen, ob der Aufpunkt Q von h auf g liegt. Punktprobe

$$\text{für } Q: \begin{pmatrix} -10 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ liefert passendes } t = -1 \text{ (Probe stimmt!)}$$

Q liegt also auf g und somit sind beide Geraden identisch.

3. AUFGABE:

a) Die Geraden sind offensichtlich nicht parallel. Wir prüfen, ob sie sich schneiden:

Gleichsetzen der Gleichungen mit **verschiedenen** Parametern **s** und **t** ergibt:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ mit der Lösung } s = -1 \text{ und } t = 1$$

Ergebnis: Die Geraden schneiden sich in $S(-1|0|2)$ (Probe stimmt!)

b) Die Gleichungen der Geraden sind

$$\rightarrow g: x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ und } h: x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix}$$

oder besser

$$\rightarrow g: x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ und } h: x = t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Sie sind offensichtlich nicht parallel. Die Prüfung, ob sie einen Schnittpunkt haben, führt zu einem Widerspruch (Probe stimmt nicht!).

Ergebnis: Die Geraden sind windschief.