Die Ebenengleichung

1) Parameterform der Ebenengleichung

Eine Ebene ε im Raum ist durch einen Punkt P und zwei Richtungsvektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ bestimmt (die Vektoren dürfen nicht parallel sein). Die Gleichung der Ebene enthält zwei Parameter u, v:

$$\varepsilon: X = P + u * \vec{a} + v * \vec{b}$$

Beispiel: Stelle die Gleichung der Ebene ε durch die Punkte $P = \langle 1|1|3\rangle$, $Q = \langle 2|2|-2\rangle$ und $R = \langle 4|1|-3\rangle$ auf!

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}, \overrightarrow{PR} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Wenn man die Gleichung parameterfrei macht, erhält man die **Normalform** der Ebenengleichung.

$$\begin{array}{lll} \text{I} & x = 1 + u + 3v & \text{I} * 2 \\ \text{II} & y = 1 + u & \\ \text{III} & z = 3 - 5u - 6v & \\ \hline & 2x + z = 5 - 3u & \\ & y = 1 + u & \\ \hline & 2x + 3y + z = 8 & \end{array}$$

2) Die Normalvektorform

Ist von einer Ebene ein Punkt P und ein Normalvektor **n** bekannt, so erhält man die Gleichung der Ebene in Normalvektorform ganz analog zur Geradengleichung:

$$\boxed{\varepsilon: \vec{n} * X = \vec{n} * P}$$

Die Koordinaten des Normalvektors sind auch hier die Koeffizienten von x, y und z in der Normalform.

Beispiel: $P = \langle 1|1|3\rangle$, $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\varepsilon: \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \Longrightarrow 2x + 3y + z = 8$$