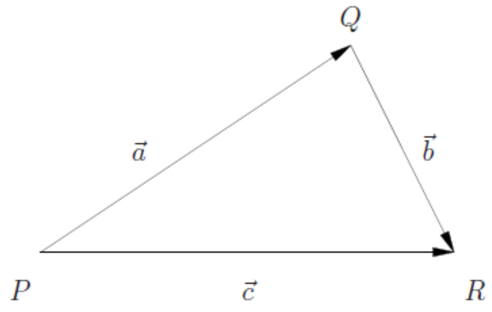
Addition und Subtraktion von Vektoren

1) Addition

Die **Addition** von zwei Vektoren ist die Hintereinanderausführung zweier Verschiebungen.

$$\overrightarrow{PR} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}$$



Wenn man zwei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ addieren will, muss man die einzelnen Komponenten miteinander addieren:

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

Es gilt:

- *Kommutativgesetz:* $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
- *Assoziativgesetz:* $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$
- *Zu jedem Vektor $\vec{a}$ gibt es einen Gegenvektor $-\vec{a}$, sodass gilt*
  $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$ *(inverses Element)*
- *Es gilt auch:* $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$ *(neutrales Element)*

2) Subtraktion

Die **Subtraktion** erfolgt ebenfalls komponentenweise. Sie ist die Addition des Gegenvektors $-\vec{a}$.

Der Vektor $-\vec{a} = \begin{pmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ -a_3 \end{pmatrix}$ ist der **Gegenvektor** zum Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$. Der Gegenvektor $-\vec{a}$ hat denselben Betrag, jedoch die entgegengesetzte Richtung des Vektors $\vec{a}$.