Vergleich von Korrelationen

Vergleich zweier unabhängiger PMKn

Um den Unterschied zwischen zwei unabhängigen Produktmoment-Korrelationen (r_1, r_2) auf Signifikanz prüfen zu können, müssen diese zuerst in (näherungsweise) normalverteilte Variablen transformiert werden. Zu diesem Zweck entwickelte R.A.Fisher die z'-Transformation:

$$z' = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1+r}{1-r}$$

Die z'-Werte sind für verschiedene Größen von r tabelliert.

Prüfgröße

Die Differenz der beiden transformierten Werte $z_1 - z_2$ ist ebenfalls normalverteilt und kann nach Standardisierung mit dem kritischen Tabellenwert verglichen werden:

$$z = \frac{z'_1 - z'_2}{\sqrt{\frac{1}{n_1-3} + \frac{1}{n_2-3}}}$$

Anmerkung

Meist werden mit diesem Design Korrelationen zwischen den *selben Variablen* unter *verschiedenen Bedingungen* (z.B. für verschiedene Gruppen von Vpn) verglichen. Ein Vergleich von Korrelationen zwischen verschiedenen Variablen ($r(U,V) \leftrightarrow r(X,Y)$) ist in der Regel wenig aussagekräftig.

VERGLEICH MEHRERER ($k \geq 2$) UNABHÄNGIGER PMKN

Prüfgröße

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} (n_i - 3) \cdot z_i'^2 - \frac{[\sum_i (n_i - 3) z_i']^2}{\sum_i (n_i - 3)}$$

$$(df = k - 1)$$

Der Vergleich mit dem kritischen χ^2-Wert aus der Tabelle zeigt, ob der Unterschied zwischen mindestens zwei der Korrelationen signifikant ist.

Vorsicht:
Obwohl keine „Richtung“ des Unterschieds ermittelt werden kann, handelt es sich um eine einseitige Prüfung (große $\leftrightarrow$ kleine Abweichung).

Schätzung der Signifikanz

Falls das Testergebnis nicht signifikant ist, also alle Korrelationen statistisch gesehen gleich sind, kann man eine Geamtschätzung der Korrelation ($\hat{\rho}$) ermitteln. Der z'-transformierte Wert von $\hat{\rho}$ lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$\hat{c} = \frac{\sum_i (n_i - 3) z_i'}{\sum_i (n_i - 3)}$$

Wendet man - mittels Tabelle - die z'-Transformation **umgekehrt** auf $\hat{c}$ an, so erhält man den gesuchten Wert für $\hat{\rho}$.

Vergleich zweier abhängiger PMKn

Werden innerhalb einer Stichprobe mehrere Variablen gemessen, so sind die Korrelationen zwischen diesen Variablen, die sogenannten Interkorrelationen, voneinander abhängig.

Für die drei Variablen X, Y und Z gibt es die Interkorrelationen r_{XY}, r_{XZ} und r_{YZ}. Um z.B. zu untersuchen, ob der Zusmmenhang von X mit Z stärker ist als der von Y mit Z, berechnet man folgende Prüfgröße:

$$t = \frac{(r_{XZ} - r_{YZ}) \cdot \sqrt{(n-3) \cdot (1 + r_{XY})}}{\sqrt{2(1 - r_{XY}^2 - r_{XZ}^2 - r_{YZ}^2 + 2 \cdot r_{XY} \cdot r_{XZ} \cdot r_{YZ})}}$$

$$(df = n-3)$$

Die Testgröße wird mit dem kritischen Wert aus der t-Tabelle verglichen. Die Signifikanzprüfung kann ein- oder zweiseitig erfolgen.

Anmerkung:

Die Voraussetzung für diesen Test ist, dass die betrachteten Variablen *multivariat normalverteilt* sind. Allerdings ist eine Überprüfung dieser Voraussetzung in der Praxis kaum durchführbar.