

Vierfeldertafeln

Eine Kontingenztafel mit $r = c = 2$ wird als Vierfeldertafel bezeichnet, d.h. in beiden Variablen wird nur zwischen zwei Ausprägungen unterschieden. Man spricht in diesem Fall nicht mehr von *polytomen*, sondern von *dichotomen* Variablen.

Allgemein:

a	b	$a + b$
c	d	$c + d$
$a + c$	$b + d$	n

VORGEHEN

Der Zusammenhang zwischen den Variablen kann auf die selbe Art und Weise getestet werden, wie im vorigen Kapitel für Kontingenztafeln besprochen.

Voraussetzungen

Die Voraussetzungen sind demnach die selben wie für größere Kontingenztafeln:

- 1.) Die Eintragungen sind absolute Häufigkeiten.
- 2.) Jeder Fall (jede Vp) geht nur einmal in die Daten ein.
- 3.) Alle Eintragungen sind wechselseitig unabhängig.
- 4.) Die erwarteten Werte sollten nicht zu klein sein ($e_{ij} \geq 5$).

Prüfgröße

Für Vierfeldertafeln gibt es allerdings eine vereinfachte Formel zum Berechnen der Prüfgröße:

$$\chi^2 = \frac{(ad - bc)^2 n}{(a + b)(a + c)(b + d)(c + d)}$$

Anmerkung: Die Formel entspricht - bis auf den Faktor n - genau dem Quadrat der Vierfelderkorrelation r_ϕ , also gilt auch:

$$\chi^2 = nr_\phi^2$$

Freiheitsgrade

Für Vierfeldertafeln gilt $df = 1$. Dies wird nachvollziehbar, wenn man sich vor Augen führt, dass (bei bekannten Randsummen) immer nur ein einziger Wert „frei“ wählbar ist. Die restlichen drei Einträge sind damit bereits festgelegt.

ABHÄNGIGE STICHPROBEN

Bei abhängigen Stichproben ist die Gefahr groß, dass die Vierfeldertafel falsch „aufgestellt“ und dadurch jede Vp doppelt gewertet wird.

Beispiel:

Die Schwierigkeit von zwei dichotomen Items soll verglichen werden. Dazu werden $n = 100$ Vpn beide Items vorgegeben.

falsch:

	Item 1	Item 2	
+	80	60	140
–	20	40	60
	100	100	200

Beachte:

In dieser Tabelle wird jede Vp in der linken *und* in der rechten Spalte gezählt. Dadurch kommt es zu einer scheinbaren Verdopplung der Stichprobe. Die 2. Voraussetzung für dieses Verfahren ist also verletzt.

richtig:

		Item 2		
		+	–	
Item 1	+	55	25	80
	–	5	15	20
		60	40	100

$$\chi^2 = \frac{(55 \cdot 15 - 25 \cdot 5)^2 \cdot 100}{80 \cdot 60 \cdot 40 \cdot 20} = \frac{700^2 \cdot 100}{3840000} \approx 12.76$$

(signifikant, da $\chi^2 > \chi^2_{krit.} = 3.84$)

McNEMAR-TEST

Dieser Test stellt einen Spezialfall des obigen χ^2 -Tests dar. Er misst die Unterschiedlichkeit zweier **abhängiger** Variablen in einer Vierfeldertafel anhand der beiden Felder $b(+ -)$ und $c(- +)$.

Abgesehen vom Berechnen der Prüfgröße wird dieser Test analog zum „gewöhnlichen“ χ^2 -Test durchgeführt.

Prüfgröße

$$\chi^2 = \frac{(b - c)^2}{b + c}$$

mit $df = 1$

Anmerkung

Der „ χ^2 -Test von McNemar“ entspricht im Wesentlichen dem Binomialtest mit NV-Approximation. Der McNemar-Test kann aber - wie z.B. die bereits betrachteten Tests auf Gleich- oder Normalverteilung - nur die Signifikanz einer Abweichung, nicht aber ihre Richtung prüfen. Deshalb ist im Falle einer gerichteten Alternativhypothese die Verwendung des Binomialtests von Vorteil.