Vorzeichen-Rang-Test (Wilcoxon)

Dieser Test ist ein parameterfreier Ersatz für den t-Test für abhängige Stichproben.

Dadurch, dass die Messwerte (x_{i1}, x_{i2}) paarweise verbunden sind, kann man - im Gegensatz zu Tests für unabhängige Stichproben - sinnvolle Differenzen $(d_i = x_{i1} - x_{i2})$ bilden und diese auswerten. Man betrachtet zwei Aspekte: Die *Richtung* (Vorzeichen) und die *Größe* (Betrag) des jeweiligen Messwerte-Unterschieds.

VORGEHENSWEISE

Die d_i-Werte werden dem Betrag nach geordnet und mit ihrer Rangzahl versehen. Anschließend werden zwei Rangsummen gebildet:

$r^{(+)} \ldots$ Summe der Rangzahlen von positiven d_i-Werten

$r^{(-)} \ldots$ Summe der Rangzahlen von negativen d_i-Werten

Signifikanzprüfung

Wie beim U-Test reicht die Tabelle auch beim Vorzeichen-Rang-Test nur bis zu einer gewissen Stichprobengröße. Ab einem Umfang von $n > 25$ wird statt des exakten Tests NV-approximiert.

(A) $n \leq 25$*: exakter Test*

Analog zum U-Test wird die kleinere der beiden Rangsummen $(r_{min} = min(r^{(+)}, r^{(-)}))$ mit dem kritischen Wert (→ Tabelle) verglichen. Je weniger sich die Stichproben unterscheiden, umso ähnlicher sind auch $r^{(+)}$ und $r^{(-)}$. Je kleiner der kritische Wert ist, umso größer ist demnach der Unterschied zur anderen (größeren) Rangsumme und umso größer auch der Unterschied zwischen den Stichproben.

Folglich ist hier - wie biem U-Test - das Ergebnis dann signifikant, wenn $r_{min} \leq r_{krit.}$.

(B) $n > 25$***: NV-Approximation***

Hier wird eine (annähernd) standardnormalverteilte Prüfgröße berechnet:

$$z = \frac{r^{(+)} - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$$

Diese wird mit dem kritischen z-Wert (→ Tabelle) verglichen.

Bindungen

Bei diesem Test können zwei Arten von Bindungen auftreten:

1.) Zwei verbundene Werte sind gleich: $x_{m1} = x_{m2} \;\Rightarrow\; d_m = 0$

→ Diese Differenzen werden beim Test weggelassen.

2.) Mehrere Differenzen sind dem Betrag nach gleich: $|d_l| = |d_m|$

→ Den betreffenden Differenzen werden die mittleren Rangplätze zugeteilt.

Beispiel:

Stichprobe A	10	8	11	12	15	9	9	12	10	13
Stichprobe B	11	8	8	7	13	11	12	9	7	10
Differenzen	-1	0	3	5	2	-2	-3	3	3	3
Rangzahlen	1	-	6	9	2.5	2.5	6	6	6	6

$n = 9$

$r^{(+)} = 6 + 9 + 2.5 + 6 + 6 + 6 = 35.5$

$r^{(-)} = 1 + 2.5 + 6 = 9.5$

$r_{min} = r^{(-)} = 9.5$

Für $n = 9$ und $\alpha = 0.05$ ist der kritische Wert bei einseitiger Fragestellung: $r_{krit.} = 8$, zweiseitig: $r_{krit.} = 6$. In beiden Fällen wäre $r_{min} > r_{krit.}$, also das Ergebnis nicht signifikant.