

# Der *Friedman*-Test

Der *Friedman*-Test ist ein parameterfreier Test zum Vergleichen mehrerer ( $k \geq 2$ ) *abhängiger* Stichproben. Er dient also als Ersatz für die „einfache VA abhängig“, allerdings mit der Einschränkung, dass nur *ein* Haupteffekt untersucht wird.

## VORAUSSETZUNGEN

- 1.) stetiges Merkmal
- 2.) Rangskala
- 3.) abhängige Stichproben

## VORGEHENSWEISE

Die Messwerte sind verbunden, lassen sich also in Blöcke einteilen, wobei jeder Block aus genau einem Wert jeder Stichprobe besteht. Üblicherweise ordnet man die Stichproben so, dass die jeweils ersten, zweiten, ...,  $n$ -ten Werte einen Block bilden.

Innerhalb jedes Blocks wird eine Rangreihung vorgenommen. In jedem Block gibt es also - bis auf Bindungen, dann werden wie üblich die mittleren Rangzahlen vergeben - genau einen Wert mit Rang 1, einen mit Rang 2 usw. Sind die Unterschiede zwischen den Stichproben nur zufälligen Ursprungs ( $\rightarrow H_0$ ), dann müsste in jeder Stichprobe jeder Rang ( $1, \dots, k$ ) ungefähr gleich oft vorkommen.

## *Hypothesen*

Die Rangsummen der Stichproben sind also, falls die Nullhypothese  $H_0$  stimmt, ungefähr gleich groß, d.h. sie weichen nur zufällig voneinander ab.

Die Alternativhypothese  $H_1$  besagt, dass ein überzufälliger, systematischer Unterschied zwischen zumindest zwei der Stichproben besteht. In diesem Fall ist auch die Abweichung zwischen den Rangsummen signifikant.

### **Prüfgröße**

$$v = \frac{12}{nk(k+1)} \cdot \sum_{j=1}^k r_{.j}^2 - 3n(k+1)$$

mit  $df = k - 1$

*Erläuterungen zur Formel:*

$n$  ... Stichprobengröße (für jede Stichprobe gleich groß)

$k$  ... Anzahl der Stichproben

$r_{.j}$  ... Rangsumme der  $j$ -ten Stichprobe

### **Signifikanzprüfung**

Die Prüfgröße  $v$  wird mit dem kritischen  $\chi^2$ -Wert (für einseitige Fragestellung,  $df = k - 1$  und gegebenes  $\alpha$ ) verglichen.

*Vorsicht:*

$V$ , die Zufallsvariable für die Prüfgrößen  $v$ , ist zwar asymptotisch  $\chi^2$ -verteilt, die asymptotische Approximation ist allerdings erst ab einer gewissen Stichprobengröße ausreichend gut. Deshalb gibt es für kleine Stichproben ( $k = 3$  und  $n < 10$  oder  $k = 4$  und  $n < 5$ ) eine eigene Tabelle mit kritischen Werten für den *Friedman*-Test.