t-Test für unabhängige Stichproben

Ausgangssituation

Ziel ist, zwei Stichprobenmittelwerte (z.B. von einer Versuchs- und einer Kontrollgruppe) zu vergleichen. Falls bestimmte Voraussetzungen (s. unten) erfüllt sind, kann man dies mithilfe des *t-Tests für unabhängige Stichproben* erledigen.

Voraussetzungen

1.) Natürlich müssen die Stichproben unabhängig sein. (In einem späteren Abschnitt wird auch der t-Test für *abhängige* Stichproben vorgestellt.) Es muss sich außerdem um Zufallsstichproben aus der selben Population handeln.

2.) Da das Berechnen der Stichprobenmittelwerte sinnvoll möglich sein muss, müssen die Messungen mindestens Intervallskalenniveau aufweisen.

3.) Weiters wird in beiden Stichproben Normalverteilung des untersuchten Merkmals vorausgesetzt.

4.) Schließlich müssen die Varianzen *homogen* (d.h. im Wesentlichen gleich) sein.

Anmerkung

Der sog. F-Test zur Überprüfung der Varianzhomogenität wird im folgenden Abschnitt vorgestellt.

Wie eine Stichprobe auf Normalverteilung überprüft wird, wird in Abschnitt *6.1. Anpassungstests* behandelt.

VORGEHEN

Aufstellen der Hypothesen

$H_0 \ldots \mu_1 = \mu_2$

$H_1 \ldots \mu_1 \neq \mu_2$ (bzw. $\mu_1 < \mu_2$ oder $\mu_1 > \mu_2$)

Berechnen der Prüfgröße

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\hat{\sigma}_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$\hat{\sigma}_0$ ist die auf den beiden Stichprobenvarianzen basierende Schätzung für die Standardabweichung der Gesamtpopulation. Sie berechnet sich folgendermaßen:

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

Man kann t also ausführlicher anschreiben als:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Die Prüfgröße stellt einen Wert einer t-verteilten Variablen mit $df = n_1 + n_2 - 2$ dar.

Vergleich mit dem kritischen Wert

Ob der Unterschied zwischen den Mittelwerten signifikant ist, zeigt der Vergleich mit dem kritischen t-Wert aus der Tabelle.