

# Der Vergleich zweier Mittelwerte

## VORAUSSETZUNGEN

Um Stichproben hinsichtlich ihrer Mittelwerte vergleichen zu können, muss das Ermitteln derselben möglich und sinnvoll sein, d.h. es muss mindestens Intervallskalen-Niveau vorliegen.

Wir gehen in diesem Kapitel stets von Messwerten und Stichproben aus, die zufällig aus Normalverteilungen gezogen werden.

## WIR BETRACHTEN FOLGENDE AUSGANGSSITUATIONEN

1. Vergleich eines Stichprobenmittelwerts  $\bar{x}$  mit einem gegebenen (hypothetischen) Mittelwert  $\mu_X$ 
  - a) bei bekannter Varianz  $\sigma_X^2$
  - b) bei unbekannter Varianz  $\sigma_X^2$
2. Vergleich zweier Stichprobenmittelwerte  $\bar{x}_1$  und  $\bar{x}_2$ 
  - a) bei unabhängigen Stichproben
  - b) bei abhängigen Stichproben

## VORGEHEN

Hier handelt es sich um Signifikanzprüfungen. Das bedeutet, dass Unterschiede zwischen zwei (oder mehreren) Werten dahingehend untersucht werden, ob sie *signifikant* sind (d.h. groß genug, um statistisch aussagekräftig zu sein).

Zuerst wird anhand der Ausgangssituation ein geeignetes Verfahren gewählt und eventuelle Voraussetzungen für die Anwendung desselben geprüft.

Dann werden eine Nullhypothese  $H_0$  und eine Alternativhypothese  $H_1$  aufgestellt.  $H_0$  ist stets, dass zwischen den untersuchten Werten kein (signifikanter) Unterschied besteht.  $H_1$  besagt, dass sich die Werte unterscheiden. Die  $H_1$  wird, abhängig von der Fragestellung, entweder einseitig (gerichtet), oder zweiseitig (ungerichtet) formuliert:

$$\begin{aligned}
 H_0 &\dots a = b \\
 H_1 &\dots a > b \quad (\text{einseitig}) \\
 H_1 &\dots a < b \quad (\text{einseitig}) \\
 H_1 &\dots a \neq b \quad (\text{zweiseitig})
 \end{aligned}$$

Anschließend wird die entsprechende Testgröße berechnet (in manchen Fällen reicht eine einfache Standardisierung), sowie der kritische Wert ermittelt (meist sind diese Werte tabelliert, sodass hier nichts mehr berechnet werden muss). Er stellt die Grenze zwischen signifikanten und nicht signifikanten Ergebnissen dar. Seine Größe hängt - je nach Verfahren - von verschiedenen Faktoren ab ( $\alpha$ ,  $df$ , einseitige/zweiseitige Testung, ...).

Zum Ergebnis gelangt man, indem man die ermittelte Testgröße und den kritischen Wert gegenüberstellt. In welchem Fall der überprüfte Unterschied signifikant ist, hängt vom gewählten Verfahren ab.

Die Folge eines signifikanten Ergebnisses ist, dass  $H_0$  verworfen und  $H_1$  angenommen wird. Umgekehrt wird bei einem nicht signifikanten Ergebnis  $H_0$  beibehalten und  $H_1$  verworfen.