

Konfidenzintervalle

PUNKTSCHÄTZUNG ODER INTERVALLSCHÄTZUNG?

Jede Parameterschätzung ist mit einer gewissen Unsicherheit (= Fehlerwahrscheinlichkeit) behaftet. Je mehr Möglichkeiten es gibt, welchen Wert die zu schätzende Größe hat, umso unwahrscheinlicher wird ein „Treffer“, insbesondere bei einer *Punktschätzung* (d.h. die Schätzung ist genau 1 bestimmter Wert). Bei den meisten Parametern handelt es sich um eine reelle Zahl in einem bestimmten Bereich (Anzahl der Möglichkeiten = ∞), somit sinkt die Wahrscheinlichkeit, mit einer Punktschätzung genau richtig zu liegen, auf 0. Offensichtlich ist es unter bestimmten Voraussetzungen sinnvoller, ein „Schätz-Intervall“ für einen gesuchten Wert anzugeben (*Intervallschätzung*).

KONFIDENZINTERVALLE

Einen Schätz-Bereich, der, meist symmetrisch um einen Stichprobenwert konstruiert, mit einer bestimmten (vorgegebenen) Wahrscheinlichkeit („Überdeckungswahrscheinlichkeit“) den gesuchten, wahren Wert beinhaltet, bezeichnet man als ***Konfidenzintervall***. Meist wird in der Psychologie die gerade noch akzeptierte Irrtumswahrscheinlichkeit α angegeben. Die Überdeckungswahrscheinlichkeit ist dementsprechend $1 - \alpha$. Die übliche Größe für α ist 5%, vereinzelt auch 1% oder 10%.

Nachdem man α festgelegt hat, berechnet man die Grenzen des Intervalls so, dass die Wahrscheinlichkeit, damit den wahren Wert einzuschließen, $1 - \alpha$ ist. Die Gefahr, den Wert nicht „erwischt“ zu haben, ist dann genau α . Je größer man α wählt, umso enger wird das KI und umgekehrt.

Warum wählt man nicht $\alpha = 0\%$?

Um die Fehlerwahrscheinlichkeit auf 0% reduzieren zu können und somit die Überdeckungswahrscheinlichkeit auf 100% zu erhöhen, müsste das Konfidenzintervall alle theoretisch möglichen Fälle beinhalten. Damit würde es jegliche Aussagekraft verlieren. Dass der gesuchte Pa-

parameter mit Sicherheit einem von allen möglichen Werten entspricht, ist schließlich von vornherein klar. Je breiter ein KI ist, umso ungenauer ist die Information über die gesuchte Größe!

Warum wählt man dann nicht z.B. $\alpha = 60\%$, um eine möglichst aussagekräftige Schätzung zu erhalten?

Die Antwort liegt auf der Hand: $\alpha = 60\%$ würde bestimmt zu einem besonders engen KI führen, d.h. der Bereich, in dem der gesuchte Parameter vermutet wird, wäre angenehmerweise sehr stark eingeschränkt. Allerdings geht das auf Kosten der Überdeckungswahrscheinlichkeit. Diese wäre mit 40% viel zu gering, um die Schätzung noch sinnvoll interpretieren zu können.

Ein kleines Beispiel

Ein Student will die Temperatur, die es am kommenden Tag mittags haben wird, einschätzen. Am selben Tag zu Mittag hatte es 25.3°C , es ist davon auszugehen, dass am folgenden Tag ähnliches Wetter herrschen wird. Die Temperatur wird auf Zehntel-Grad gerundet.

Er will vorerst auf Nummer sicher gehen. Um auf keinen Fall falsch zu liegen, schätzt er die Temperatur auf 10 bis 40°C .

Die Professorin weist darauf hin, dass die Schätzung wenig brauchbar ist, da dies im Sommer mehrere Monate lang auf praktisch jeden Tag zutrifft.

Der Student stimmt dem zu und schätzt nun 25.2 bis 25.4°C . Er gibt jetzt also fast eine Punktschätzung ab.

Die kritische Professorin ist erneut unzufrieden. Diese Prognose ist zwar schon wesentlich präziser, sie dürfte auch ungefähr im richtigen Bereich liegen, allerdings ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie zutrifft, zu gering.

Erst mit der dritten Schätzung, der Student legt sich auf 24.3 bis 26.3°C fest, gibt sie sich zufrieden. Diese Prognose stellt einen adäquaten Kompromiss zwischen Exaktheit der Schätzung und ausreichender Treffer-Wahrscheinlichkeit dar.