Lösung Aufgabe 4:

$f(x) = x^5 + 3x^2 + 2$
$f'(x) = 5x^4 + 6x$
$f''(x) = 20x^3 + 6$

Wir suchen wieder 0-Stellen von f'(x)
$f'(x) = 5x^4 + 6x = 0$

Offensichtlich ist x = 0 eine 0-Stelle und damit ein kritischer Punkt

Wenn wir das wissen, können wir x aus f'(x) heraus kürzen:
$5x^3 + 6 = 0$
$5x^3 = -6$
$x^3 = -6 / 5$
$x = \sqrt[3]{-6 / 5}$

Wir haben also 2 kritische Punkte.

$f''(0) = 6 > 0$ hier liegt also ein Minimum
$f''(\sqrt[3]{-6 / 5}) = -18 < 0$ hier liegt ein Maximum

Wir haben jeweils nur ein Minimum und ein Maximum, also sind dies die globalen Extrema!