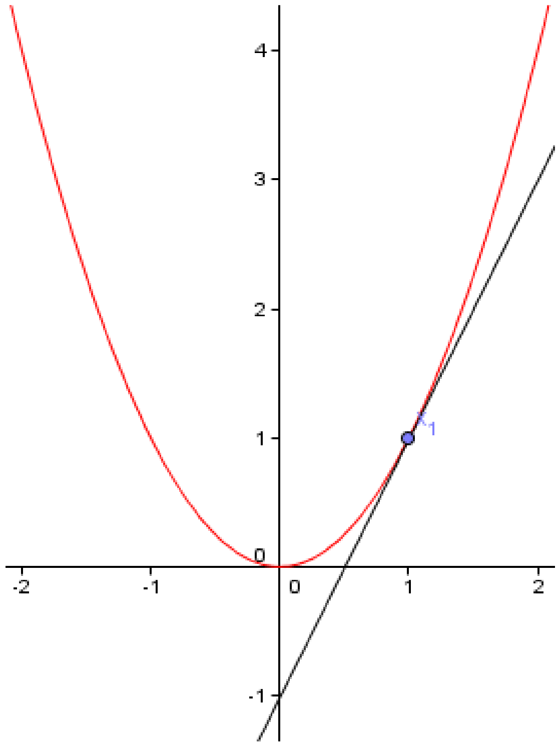
Der Differentialquotient

Der Limes

$$\lim_{x_2 \to x_1} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$$

heißt Differentialquotient. $x_1$und x_2 werden beliebig nahe zusammengeschoben. Die Sekante berührt die Funktion soz. dann nur mehr an einem Punkt, nämlich x_1.
Mann nennt sie nun nicht mehr Sekante, sondern Tangente! Der Differentialquotient am Punkt x_1 gibt die Steigung der Tangente am Punkt x_1 an!
Gleichzeitig gibt die Tangente die Steigung der Funktion f(x) an, also, wie stark sich die Funktion an der Stelle x_1 ändert, wenn sich x ändert.

Für unser Beispiel heißt das:



Der Differentialquotient am Punkt $x_1$heißt **Ableitung** am Punkt x_1.
Ist die Ableitung an einem Punkt x positiv, wird der Funktionswert mit größeren x auch größer, und zwar umso schneller, je größer die Ableitung an diesem Punkt ist.
Ist die Ableitung an einem Punkt x kleiner als 0, wird die Funktion mit größeren x kleiner, und zwar umso schneller, je größer der Betrag der Ableitung (also je kleiner die Ableitung) ist!

Die Funktion, die für eine Funktion f(x) jedem Punkt x ihre Ableitung zuordnet, nennt man Ableitung(-sfunktion) von f(x).

Die Ableitungsfunktion von f(x) kann auf verschiedene Arten bezeichnet werden:

$$f'(x), \quad \frac{df(x)}{dx}, \quad \frac{dy}{dx}$$

Die Ableitung am Punkt x_1 kann man als $f'(x_1)$ bezeichnen.

In unserem Beispiel heißt das:
$f(x)= x^2$
$f'(x)= 2x$
$f'(1)= 2$

Beispiele für Ableitungsfunktionen:

$f(x)= 2x^2$ $f'(x)=4x$

$g(x)=3x$ $g'(x)=3$

$h(x)=x^3$ $h'(x)=3x^2$

Georg Kreuzgruber