Obmann Christina

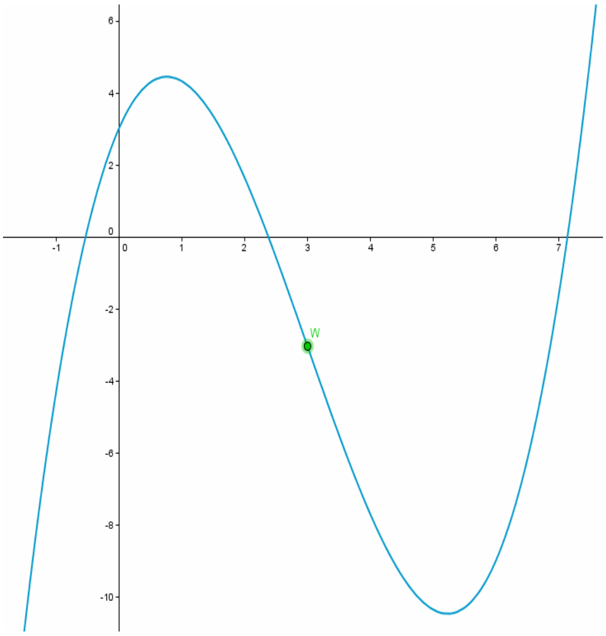
RECHENBEISPIEL

Bestimme die Wendepunkte und das Krümmungsverhalten der Funktion. Fertige außerdem eine Graphik der Funktion an.

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 4x + 3$

Um die Wendepunkte bestimmen zu können, berechnen wir die erste und zweite Ableitung von f(x). $f'(x) = x^2 - 6x + 4$ und $f''(x) = 2(x-3)$. Als nächsten Schritt setzten wir $f''(x) = 2(x-3) = 0$ und formen nach x um. Wir schreiben also die Gleichung wie folgt $2x = 6$ um und erhalten für x = 3.

Als nächstes müssen wir nachprüfen ob es sich um einen Wendepunkt handelt und berechnen dafür die dritte Ableitung $f^{(3)}(x) = 2$ von f(x). Wie wir aus dieser unschwer erkennen können, ist diese ungleich 0 und daher wissen wir, dass es sich um einen Wendepunkt handelt.



Um den Wendepunkt zu erhalten, setzen wir den x-Wert in f(x) ein und erhalten den dazugehörigen Funktionswert.

- W(3/-3)

Um das Krümmungsverhalten einer Funktion bestimmen zu können, erinnern wir uns zurück, dass sich diese im Wendepunkt ändert. Dazu können wir jeden beliebigen x-Wert der Kurve in $f''(x) = 2(x-3)$ einsetzen und wissen:

- Wir erhalten für f''(x) < 0 eine konkave Kurve
- Und für f''(x) > 0 eine konvexe Kurve handelt.

Aus diesen Vorraussetzungen erhalten wir nun, dass es sich beim Graphen für alle x < 3 um eine konkave Kurve und für alle x > 3 um eine konvexe Kurve handelt.