

EXTREMSTELLEN UND MONOTONIE

Wie wir bereits wissen ist ein Extrempunkt, ein Punkt des Funktionsgraphen, der entweder der höchste oder der tiefste Punkt ist.

Sei jetzt aber das *Maximum bzw. der Hochpunkt* nur in einer Umgebung der höchste Punkt, dann nennen wir diesen Punkt relatives Maximum. Sei der Punkt aber der höchste Punkt der ganzen Funktion, dann nennen wir ihn absolutes Maximum. Analog bezeichnet man *das Minimum bzw. den Tiefpunkt*, nur wären es hier der tiefste Punkt einer Umgebung bzw. der tiefste Punkt der ganzen Funktion.

Wollen wir nun einen Extrempunkt berechnen, dann müssen wir folgendes beachten:

1. Berechne die erste Ableitung der Funktion.
2. Setze schließlich $f'(x) = 0$ und forme nach x um.

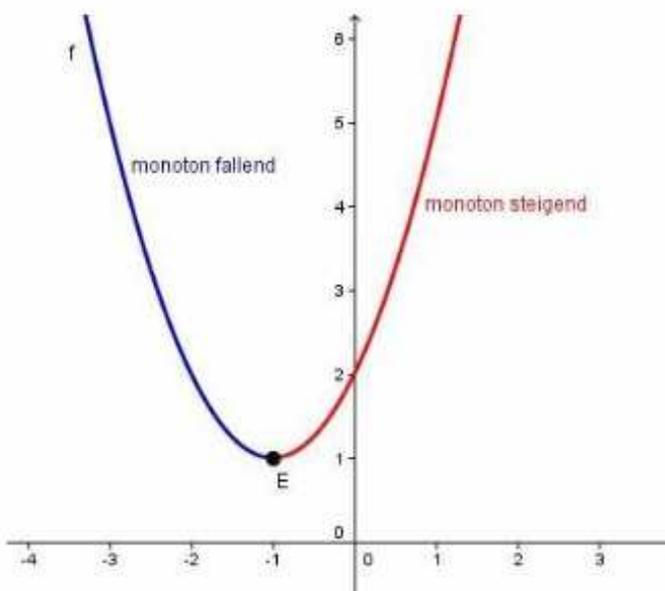
Nachdem wir dies getan haben, wissen wir jedoch noch nicht, ob es sich um ein Maximum oder Minimum handelt. Dazu müssen wir uns aber zuerst ein wenig mit der Monotonie beschäftigen.

Die erste Ableitung gibt also Auskunft über das Monotonieverhalten der Funktion. Das Monotonieverhalten beschreibt, ob eine Funktion wächst oder fällt. Also ob der Funktionswert größer oder kleiner wird.

- Ist eine Funktion auf einem Intervall monoton fallend, so ist ihre Steigung negativ. Deshalb wissen wir nun, wenn $f'(x) < 0$ ist, dann ist die Funktion dort monoton fallend.
- Umgekehrt gilt nun: Eine Funktion ist auf einem Intervall monoton steigend, wenn ihre Steigung positiv ist. Und wir wissen, wenn $f'(x) > 0$ ist, dann ist die Funktion dort monoton steigend.

Um jetzt aber vollständig zu bestimmen ob es sich um ein Maximum oder Minimum handelt, sind folgende Schritte noch nötig:

3. Berechne die zweite Ableitung der Funktion.
4. Setze $f''(x) = 0$ und forme nach x um.
5. Ist nun $f''(x) < 0$, so handelt es sich um ein Maximum. Ist aber $f''(x) > 0$, so handelt es sich um ein Minimum.



Der nebenstehende Graph ist ein typisches Beispiel für die Betrachtung des Monotonieverhaltens und für die Diskussion einer Kurve.